

# Confronto tra terapie di riabilitazione per l'apprendimento motorio del braccio (correlazione e regressione)

Fonte:

materiale messo a disposizione dalla prof.ssa Laura Ventura del Dipartimento di Scienze Statistiche dell'Università di Padova a seguito del suo intervento al convegno PRISTEM "Matematica in classe" (Genova, 23-25 ottobre 2015)



# Introduzione

Inizio riportando alcune citazioni per me particolarmente significative.

**Emma Castelnuovo** raccomandava:

*“Mettersi allo stesso livello, cioè suscitare interesse e quindi discussioni, accettare domande su domande, anche le più balorde! Accettare delle domande a cui, là per là, non si sa rispondere e non avere scrupolo di dire: “Guardate, non lo so”. Questo è fondamentale, indipendentemente dalla materia che si insegna”.*

*“Lasciate ai ragazzi il tempo di perdere tempo”, nel senso di garantire loro l’opportunità di costruire soluzioni, anziché far loro usare soluzioni già pronte. Il che è come dire dare loro il tempo per riflettere, per pensare, per ipotizzare, per operare con la mente, per arrivare a capire e, quindi, a costruire conoscenze sicure.”*

*“È in tal modo, partendo da esempi tratti dalla vita di ogni giorno, e abituando il ragazzo a schematizzare, che si potrà introdurre gli allievi fin da giovanissimi a quel linguaggio matematico che deve ritenersi oggi come altrettanto essenziale del linguaggio ordinario”.<sup>1</sup>*

**Don Lorenzo Milani e gli allievi della scuola di Barbiana** hanno scritto:

*“La scuola ha un problema solo. I ragazzi che perde.”*

Matematica e sadismo. *“Il problema di geometria faceva pensare a una scultura della Biennale: «Un solido è formato da una semisfera sovrapposta a un cilindro la cui superficie è tre settimi di quella ...». Non esiste uno strumento che misuri le superfici. Dunque nella vita non può accadere mai di conoscere le superfici e non le dimensioni. Un problema così può nascere solo nella mente di un malato.”*

Etichette nuove. *“Nella Nuova Media queste cose non si vedranno più. I problemi partiranno «da considerazioni di carattere concreto». Difatti la Carla quest'anno alla licenza ha avuto un problema moderno a base di caldaie: «Una caldaia ha la forma di una*

---

<sup>1</sup> <http://matematicandoinsieme.wordpress.com/2013/11/18/emma-castelnuovo-una-vita-al-servizio-della-passione-per-la-matematica/>

*semisfera sovrapposta ...» E di nuovo si parte dalle superfici. Meglio un professore all'antica, d'uno che crede d'essere moderno perché ha mutato le etichette.”<sup>2</sup>*

**Massimo Recalcati suggerisce:**

*Il miracolo dell'insegnamento. “È il miracolo dell'insegnamento: mostrare che quel sapere che ritenevamo morto è vivo, è erotico, si muove, respira. In questo modo il maestro, sempre, mentre insegna impara, ovvero ridà vita a tutto ciò che lo ha formato.”*

*Amare la vite storta. ... “Ogni bravo insegnante non è tanto colui che sa, ma colui che” ... “sa «portare il fuoco». Non è qualcuno che istruisce raddrizzando la pianta storta, né qualcuno che sistematicamente trasferisce i contenuti da un contenitore a un altro, secondo schemi o mappature cognitive più o meno raffinate, ma colui che sa portare e dare parola, sa coltivare la possibilità di stare insieme, sa fare esistere la cultura come possibilità della Comunità, sa valorizzare le differenze, la singolarità, animando la curiosità di ciascuno senza però inseguire un'immagine di «allievo ideale». Piuttosto, esalta i difetti, persino i sintomi, le storture di ciascuno dei suoi allievi, uno per uno. È, insomma, qualcuno che, innanzitutto, sa amare chi impara, il che significa che sa amare la vite storta.”<sup>3</sup>*

**Daniel Pennac racconta:**

*“È vero, da noi è sconveniente parlare d'amore nell'ambito dell'insegnamento. Provateci un po'. È come parlare di corda in casa dell'impiccato. Meglio ricorrere alla metafora” ... “Una metafora alata,” ... “Ecco, la mia metafora vale quel che vale, ma è questo l'amore in materia di insegnamento, quando gli studenti volano come uccelli impazziti.” ... “salvare dal coma scolastico una sfilza di rondini sfracellate. Non sempre si riesce, a volte non si trova una strada, alcune non si ridestano, rimangono al tappeto oppure si rompono il collo contro il vetro successivo; costoro rimangono nella nostra coscienza come le voragini di rimorso in cui riposano le rondini morte in fondo al nostro giardino, ma ogni volta ci proviamo, ci abbiamo provato.*

*Sono i nostri studenti. Le questioni di simpatia o di antipatia per l'uno o per l'altro (questioni quanto mai reali, ci mancherebbe!) non c'entrano. Nessuno di noi saprebbe*

---

<sup>2</sup> Don Lorenzo Milani e gli allievi della scuola di Barbiana, “Lettera a una professoressa”, Casa Editrice Fiorentina

<sup>3</sup> Massimo Recalcati, “L'ora di lezione. Per un'erotica dell'insegnamento”, Giulio Einaudi Editore

*dire il grado dei nostri sentimenti verso di loro. Non di questo amore si tratta. Una rondine tramortita è una rondine da rianimare, punto e basta.”*<sup>4</sup>

**Credo risulti impossibile trovarsi in disaccordo con i bellissimi pensieri sopra riportati e ritengo importante che un docente si domandi come sia possibile cercare di tradurli nel concreto, nella propria attività quotidiana in classe con i propri allievi.**

Riconosco che l'expertise didattica sia solo parzialmente descrivibile e formalizzabile e che non esistano tragitti lineari che possano offrire garanzie assolute di risultato.

Essa, inoltre, non è riducibile ad un rapporto a due allievo/docente poiché riguarda la più complessa interazione classe/insegnante.<sup>5</sup>

Ciò non esclude, tuttavia, l'esistenza di dimensioni che si possano ragionevolmente individuare per avvicinarsi al sentiero delle buone prassi didattiche.

Ecco, allora, **alcune idee chiave**, secondo me preziose al fine di realizzare quanto precedentemente illustrato:

- conferire un ruolo centrale alla **didattica laboratoriale**;
- proporre agli allievi **problemi/giochi significativi**;
- far emergere il fondamentale binomio **matematica & realtà**;
- avvalersi di **strumenti informatici**;
- trovare il coraggio di **“tagliare i rami secchi”**, ovvero, di sfrondare il programma da una serie di argomenti/esercizi **“tradizionali”** inutili e di **“problemi inesistenti”** (riportando ancora le parole di Emma Castelnuovo) e focalizzare l'attività didattica, a partire dalle indicazioni nazionali, su contenuti imprescindibili, sulla cosiddetta **“matematica per il cittadino”**.

---

<sup>4</sup> Daniel Pennac, “Diario di scuola”, ed. Feltrinelli

<sup>5</sup> Antonio Calvani: 2004, “Elementi di didattica: problemi e strategie”, Carocci Editore

I punti che ho elencato rappresentano alcuni dei pilastri fondanti dei corsi MathUp, organizzati dal centro PRISTEM dell'Università "Luigi Bocconi" di Milano e da Mateinitaly<sup>6</sup>, a cui da due anni partecipo anche in qualità di docente.<sup>7</sup>

In linea con le parole precedenti, riporto ora un'**attività laboratoriale** che ho proposto più volte ai miei allievi del quarto anno dell'indirizzo tecnico meccanico mecatronico dell'I.I.S. "G. Vallauri" di Fossano (Cn).

La situazione proposta rappresenta un caso **direttamente estratto dalla realtà**.

---

<sup>6</sup> <http://www.mateinitaly.it/mathup/informazioni.html#uno>

<sup>7</sup> <http://www.educationduepuntozero.it/didattica-e-apprendimento/matematica-meccanica-e-realta-una-visione-a-piu-voci-in-un-istituto-tecnico.shtml>

# Descrizione del caso di studio

**Il caso:** l'ospedale "San Camillo" del Lido di Venezia chiede al Dipartimento di Scienze Statistiche dell'Università di Padova di condurre uno studio per valutare la convenienza dell'investimento nell'introduzione di una **terapia riabilitativa innovativa con realtà virtuale** rivolta a pazienti colpiti da infarto.

**Dataset:** misurazioni relative ad uno studio sull'apprendimento motorio di un gruppo di **47 pazienti** che hanno contratto un infarto ricoverati all'I.R.C.C.S. "San Camillo" del Lido di Venezia, di cui **27** sono stati sottoposti ad una **terapia di riabilitazione innovativa con realtà virtuale** (casi: trattamento 1) e **20** sono stati sottoposti ad una **terapia convenzionale** (controlli: trattamento 2).

**Variabile di interesse:** **FIM** (Functional Independence Measure): scala dell'autonomia del paziente con valori da 0 (non autosufficienza completa) a 130 (completa autonomia): la variabile FIM è stata misurata sia **prima** (FIMPRE) che **dopo** (FIMPOST) la terapia ricevuta.

**Obiettivo:** verificare se la **terapia di riabilitazione innovativa con realtà virtuale** consente un **miglioramento** della performance motoria e se il gruppo trattato con la realtà virtuale manifesta un **miglioramento superiore** rispetto al gruppo di controllo.

# Descrizione del contesto

- **Classe destinataria:** quarta ITIS meccanico mecatronico
- **Tempo necessario:** 4-5 ore
- **Argomento precedentemente affrontato:** Statistica - Indici di posizione centrale e di variabilità. Interpolazione lineare. Regressione. Correlazione.

## Le fasi salienti dell'attività laboratoriale

▫ **Descrizione del caso:** esposizione del problema posto dall'ospedale "San Camillo" del Lido di Venezia

▫ **Presentazione dei dati:** brain storming, osservazioni relative a informazioni superflue o ignorate in prima analisi ma utilizzabili per futuri approfondimenti come, ad esempio, il sesso del paziente.

I dati sono stati forniti agli allievi nella forma "grezza" inviata dall'ospedale (vedi Figura 1).

▫ **Organizzazione e sintesi dei dati. Aspetti chiave:**

alla classe potranno essere rivolte domande analoghe alle seguenti.

- Come è possibile formarsi una prima idea approssimativa della situazione? (Gli allievi proporranno subito di rappresentare i dati tramite un foglio di calcolo come, ad esempio, Excel).
- Quale conviene scegliere come variabile indipendente e quale come variabile dipendente? (La classe indicherà, senza manifestare particolari difficoltà, nel primo caso la FIMPRE e nel secondo caso la FIMPOST).
- Esiste un legame tra le variabili individuate?
- È presente un miglioramento per ogni singola terapia?
- Una terapia è migliore dell'altra?
- Come è possibile verificare questi aspetti?

- Quale strumento matematico abbiamo a disposizione per descrivere il tipo di legame? (Gli allievi indicheranno la retta di regressione).
- Quale strumento matematico abbiamo a disposizione per misurare la bontà del modello lineare costruito? (La classe individuerà il **coefficiente di correlazione lineare di Bravais - Pearson r** e il **coefficiente di determinazione  $R^2$** ).

▫ **Rappresentazione dei dati tramite Excel:** costruzione delle tabelle e dei relativi grafici.

▫ **Costruzione**, per ciascuna terapia, **delle equazioni delle rette di regressione e calcolo dei relativi coefficienti r e  $R^2$ .**

▫ **Confronto qualitativo/quantitativo tra le due terapie. Aspetti chiave:**

alla classe potranno essere rivolte domande analoghe alle seguenti.

- Come possiamo **confrontare in maniera immediata** le due terapie? (Gli allievi arriveranno a proporre la rappresentazione con Excel di entrambe le terapie sullo stesso grafico utilizzando le due equazioni delle rette di regressione su valori intermedi equidistanti tra loro a partire dal valore minimo di FIMPRE fino al relativo valore massimo).
- Su **quali pazienti** conviene fondare il confronto? (Gli allievi capiranno che ci si dovrà concentrare sui pazienti più gravi).

Sono presenti **dati** che potrebbero essere ritenuti **poco significativi**? (Si rifletterà con la classe sulla presenza di eventuali punti leva, capaci di distorcere i risultati dello studio).

	Sesso	Eta	TRATTAMENTO	FIMPRE	FIMPOST
1	1	57.00000	2	124	124
2	2	71.00000	2	108	110
3	2	36.00000	2	108	108
4	2	74.00000	2	119	115
5	1	55.00000	2	118	122
6	1	56.00000	2	109	97
7	1	74.00000	2	88	88
8	2	67.00000	2	65	76
9	2	70.00000	2	79	100
10	1	72.00000	2	100	111
11	1	69.00000	2	86	103
12	2	58.00000	2	116	118
13	2	61.00000	2	95	97
14	2	59.00000	2	106	110
15	1	50.00000	2	108	112
16	2	64.00000	2	120	124
17	1	44.00000	2	118	125
18	1	71.00000	2	106	110
19	1	59.00000	2	99	106
20	2	64.86301	2	107	117
21	2	74.00000	1	120	122
22	1	72.00000	1	112	116
23	1	66.00000	1	126	126
24	1	49.00000	1	102	120
25	2	49.00000	1	122	126
26	2	47.00000	1	119	119
27	2	50.00000	1	116	117
28	1	59.00000	1	123	123
29	2	53.00000	1	122	122
30	2	62.00000	1	115	115
31	2	54.00000	1	115	123
32	2	63.00000	1	121	124
33	2	64.00000	1	109	116
34	2	54.00000	1	118	126
35	1	57.00000	1	113	117
36	2	70.00000	1	121	125
37	1	55.00000	1	104	107
38	2	56.00000	1	121	122
39	1	70.00000	1	122	123
40	2	67.00000	1	115	117
41	2	62.00000	1	117	120
42	1	59.00000	1	99	120
43	2	42.00000	1	70	103
44	2	65.00000	1	119	133
45	1	64.00000	1	108	108
46	2	51.00000	1	111	113
47	1	54.00000	1	99	108

Figura 1: i dati “grezzi” forniti dall’ospedale.

# Riassunto dei risultati ottenuti

Innanzitutto, si ricorderà agli allievi, in particolare, che:

- Se  $R^2=1$ : adattamento perfetto del modello ai dati
- Se  $R^2=0$ : la retta non è un modello adatto  
(i dati potrebbero non essere correlati o essere correlati non linearmente)
- Se  $R^2=0,8$ : “buon livello” di adattamento del modello lineare ai dati

Al termine della fase di calcolo si otterranno i seguenti risultati:

- **Terapia con realtà virtuale**

retta di regressione:  $y=0,45x+68,18$

coefficiente di determinazione:  $R^2=0,56$

- **Terapia tradizionale**

retta di regressione:  $y=0,73x+32,40$

coefficiente di determinazione:  $R^2=0,77$

Prima di presentare le conclusioni, riporto nel paragrafo seguente alcuni frammenti estratti dai lavori eseguiti dai miei allievi.

# I lavori degli allievi

In Figura 2 e in Figura 3 sono riportati due grafici eseguiti con Excel.

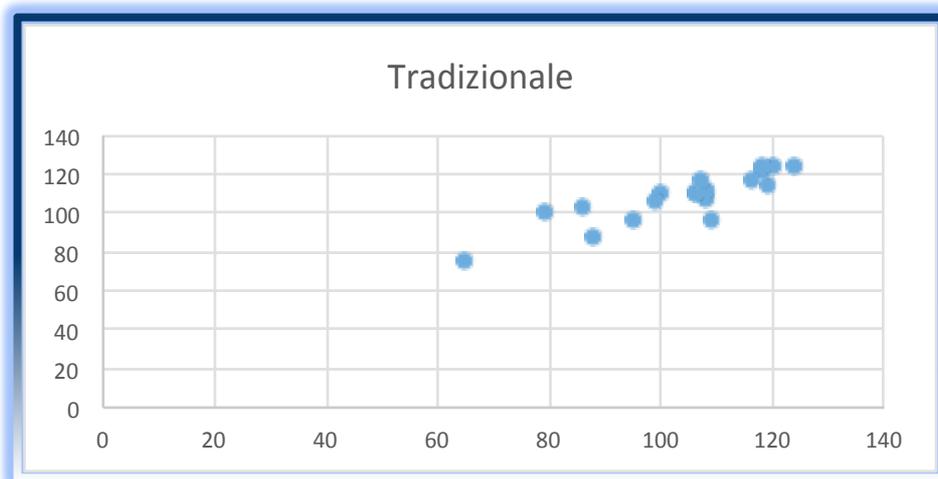


Figura 2: rappresentazione grafica dei dati relativi alla terapia riabilitativa tradizionale.

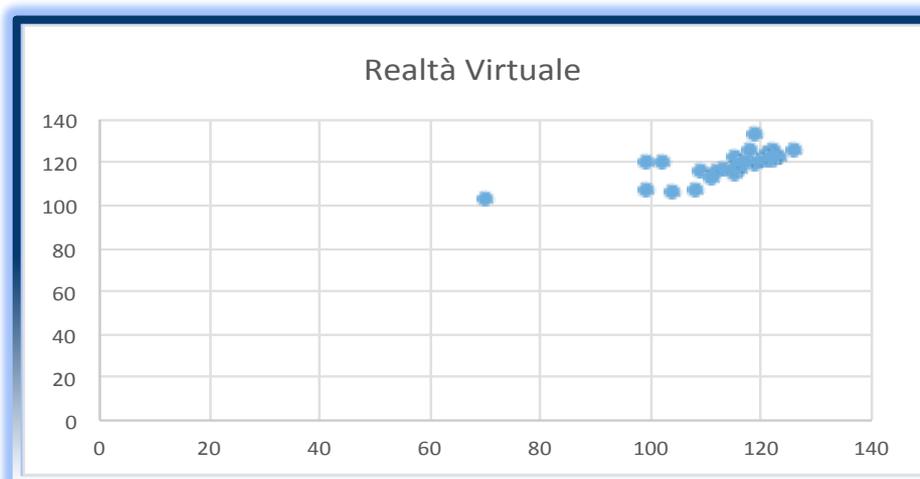


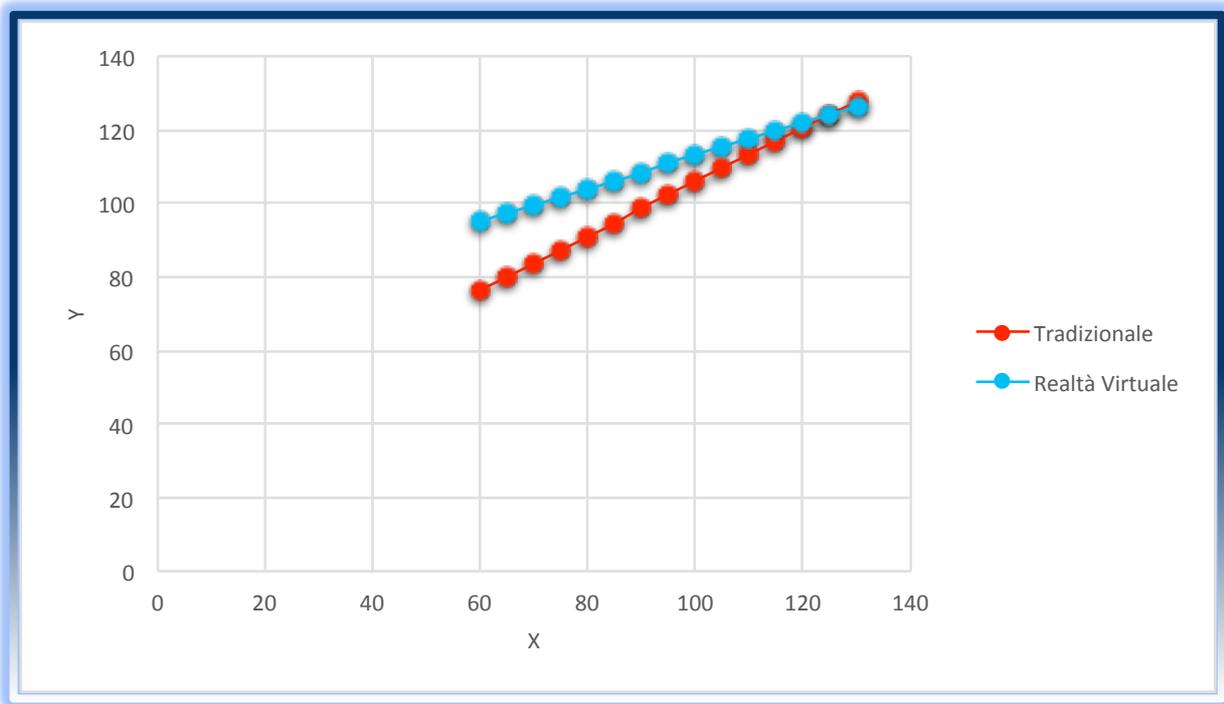
Figura 3: rappresentazione grafica dei dati relativi alla terapia riabilitativa con realtà virtuale.

## Le osservazioni di un allievo:

“Nel trattamento classico vi è un coefficiente di correlazione un po’ più alto rispetto a quello trovato dal trattamento nuovo.

Ciò significa che i punti nel grafico del trattamento classico seguono meglio una retta ideale ( $y = mx + q$ ) rispetto ai punti del grafico del trattamento nuovo.”

La Figura 4 contiene la rappresentazione di entrambe le rette di regressione sullo stesso piano cartesiano tramite Excel.



**Figura 4:** rappresentazione di entrambe le rette di regressione sullo stesso piano cartesiano.

**Le conclusioni di un allievo:**

“A parità di valori di X, i valori di Y trovati guardando la retta del trattamento nuovo sono più alti di quelli trovati con la retta del trattamento classico.

(Tranne verso i valori di X corrispondenti a 130 dove le due rette tendono ad incontrarsi)

Ciò significa che con il trattamento nuovo c'è un miglior rapporto tra FIMPRE e FIMPOST, quindi una migliore riabilitazione da parte del paziente.”

**Le conclusioni di un altro allievo:**

“In casi molto gravi sarebbe più conveniente utilizzare la terapia con la realtà virtuale.

Nei casi meno gravi non vi è differenza tra utilizzare la realtà virtuale e la cura tradizionale.”

**Le osservazioni di un allievo:**

“Quando il valore di FIM iniziale vale 130 le due rette sul grafico hanno lo stesso valore ma in realtà noi non possiamo dirlo con certezza poiché le due rette sono un’approssimazione.”

**Le conclusioni di un allievo:**

“Dal grafico possiamo dedurre che la terapia con la realtà virtuale è più efficace di quella tradizionale quando si cura un paziente con un livello FIM iniziale basso; per i pazienti che partono già da un buon livello l’efficacia delle due cure si eguaglia. Quindi conviene investire nella realtà virtuale poiché per l’ospedale è più importante cercare di aiutare i pazienti in condizioni peggiori.”

# Conclusioni

- ❑ La terapia di riabilitazione innovativa con realtà virtuale consente un miglioramento della performance motoria.
- ❑ Il gruppo trattato con la realtà virtuale manifesta un **miglioramento superiore** rispetto al gruppo di controllo.



All'ospedale "San Camillo" conviene investire nell'introduzione della terapia riabilitativa con realtà virtuale rivolta a pazienti colpiti da infarto.

Nel successivo paragrafo segnalo un gioco che propongo sempre alle mie classi quando affronto i concetti di regressione e correlazione.

# Un gioco

In Figura 5 e in Figura 6 sono riportate due schermate relative al gioco “Guess the correlation” disponibile al link <http://guessthecorrelation.com/index.html>.

Questo gioco è stato proposto dal prof. Walter Racugno dell’Università di Cagliari in una videolezione relativa ad un corso di aggiornamento MathUp.

Con una grafica accattivante ed effetti sonori che richiamano un videogame, si chiede al giocatore di indovinare il valore del coefficiente di determinazione relativo ad una particolare distribuzione di dati. Proponendo alla classe questo gioco e proiettandolo con la LIM, gli allievi si dimostrano subito interessati e coinvolti attivamente, gareggiano tra loro in modo costruttivo e, dopo alcuni tentativi, affinano le proprie capacità di produrre stime accettabili del valore richiesto. Molti ragazzi aprono il link sul proprio smartphone e giocano anche al di fuori del contesto scolastico.

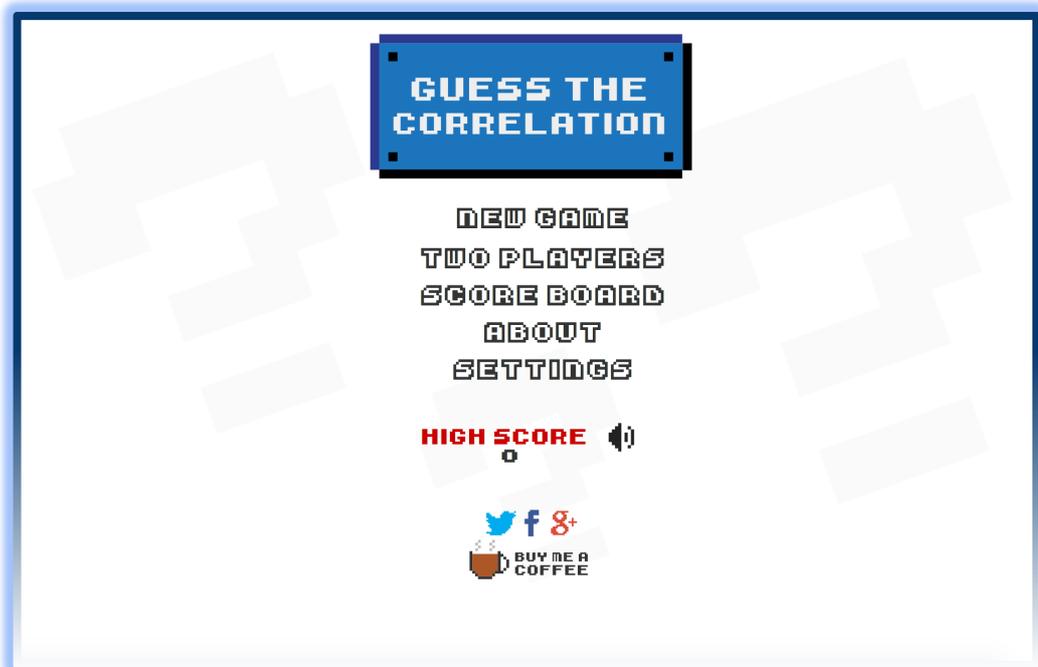


Figura 5: la videata iniziale del gioco “Guess the correlation”.

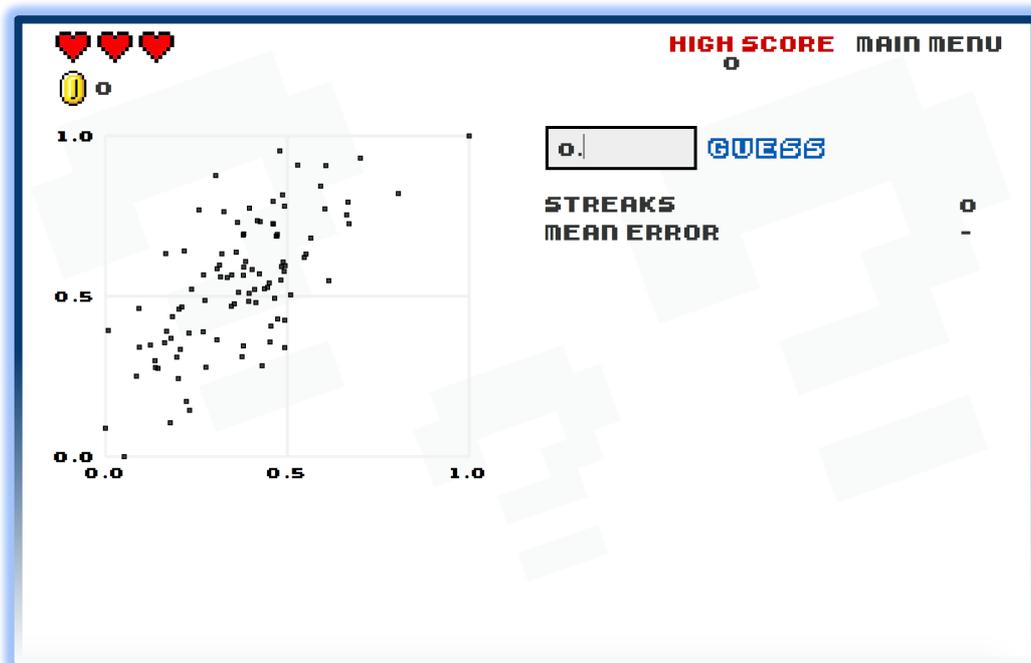


Figura 5: un esempio tratto dal gioco “Guess the correlation”.

## La risposta degli allievi

L'attività laboratoriale relativa al confronto tra terapie di riabilitazione per l'apprendimento motorio del braccio viene accolta con interesse ed entusiasmo: tutta la classe, in genere, partecipa attivamente alle lezioni, proponendo osservazioni e commenti e formulando congetture. Alcune intuizioni vengono colte, inizialmente, soltanto da pochi studenti ma questi ultimi trainano poi tutta la classe verso la corretta risoluzione del problema, realizzando un ottimo lavoro di peer tutoring che permette anche ai più deboli di acquisire le conoscenze e competenze richieste. Gli allievi si dimostrano coinvolti attivamente durante le lezioni creando un clima costruttivo di competizione, confronto e collaborazione ed instaurando un dialogo stimolante ed efficace.

## Bibliografia e sitografia

- ❑ <http://www.mateinitaly.it/mathup>
- ❑ <http://homes.stat.unipd.it/ventura/>
- ❑ <http://guessthecorrelation.com/index.html>
- ❑ <http://www.educationduepuntozero.it/didattica-e-apprendimento/matematica-meccanica-e-realta-una-visione-a-piu-voci-in-un-istituto-tecnico.shtml>
- ❑ Don Lorenzo Milani e gli allievi della scuola di Barbiana, “Lettera a una professoressa”, Casa Editrice Fiorentina
- ❑ Massimo Recalcati, “L’ora di lezione. Per un’erotica dell’insegnamento”, Giulio Einaudi Editore
- ❑ Daniel Pennac, “Diario di scuola”, ed. Feltrinelli
- ❑ <http://matematicandoinsieme.wordpress.com/2013/11/18/emma-castelnuovo-una-vita-al-servizio-della-passione-per-la-matematica/>