

Le equazioni di primo grado fra I e II ciclo di scuola secondaria

Le equazioni di primo grado sono difficili?

Le indagini nazionali e internazionali sulle equazioni di primo grado evidenziano da anni le difficoltà degli studenti sul tema sia alla fine del I ciclo che nel primo biennio del II ciclo.

Ma, anche prima delle indagini 'oggettive', è la nostra esperienza a parlare di confusioni ed errori ricorrenti nei lavori degli studenti.

$$2x = 0 \qquad x = -2$$

"perché porto 2 dall'altra parte"

Come vengono presentate le equazioni di primo grado nel I ciclo?

Indagini sulle abitudini degli insegnanti hanno mostrato quello che verifichiamo anche personalmente: una larga parte degli insegnanti di matematica basa il suo insegnamento sul libro di testo, specialmente nel I ciclo.

Teoria sulle equazioni

Nei testi più adottati circa **12 pagine di teoria**, che si concludono con esempi di questo tipo:

1) $-8 + 3x + 14 = 7x - 10$

applicando la legge del trasporto, scriviamo al primo membro tutti i termini contenenti l'incognita e al secondo membro tutti i termini noti:

$$3x - 7x = 8 - 14 - 10$$

eseguiamo le addizioni algebriche che figurano ai due membri:

$$-4x = -16$$

Abbiamo trasformato la nostra equazione in forma normale, per cui:

$$x = \frac{-16}{-4} = 4 \quad x = +4$$

'porto dall'altra parte'

Esercizi sulle equazioni

Nei testi più adottati circa 300 esercizi con una larga presenza di lunghe equazioni che, prima di essere risolte, debbono essere semplificate, applicando tutte le possibili regole di calcolo letterale.

Numero di esercizi	Esempio
<u>150</u>	$\text{300} \left\{ \frac{2}{3}x - \left[\frac{3-4x}{5} - \left(\frac{4x^2-3}{3} \right) + \frac{(2x+3)^2}{3} \right] + x \right\} + \frac{23}{15} = 0 \quad [-2]$
32	$\text{329} \frac{\frac{1}{3}x+1}{\left(\frac{1}{3}+1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)} + \frac{\frac{1}{3}x-1}{\frac{1}{9}-1} - [2x-1-(3x-1)] = 0 \quad [0]$

Problemi sulle equazioni

Nei testi più adottati circa 200 problemi, fra i quali

Numero di problemi	Esempio	
50	24 Due numeri consecutivi sono tali che la loro somma meno 5 è uguale a $\frac{1}{3}$ del minore meno $\frac{2}{3}$ del maggiore più $\frac{4}{3}$. Quali sono tali numeri? [2; 3]	36 Aggiungendo uno stesso numero ai due termini della frazione $\frac{11}{15}$ si ottiene una frazione equivalente a $\frac{4}{5}$. Qual è questo numero? [5]
24 “Realtà”!?	62 La somma di 30 000 euro deve essere ripartita fra tre persone in modo che la seconda abbia $\frac{4}{3}$ di quello che riceve la prima e la terza $\frac{5}{4}$ di quello che riceve la seconda. Quanto riceve ciascuno? [7500 €; 10 000 €; 12 500 €]	69 Due amici possiedono complessivamente 22,50 euro. Se il primo avesse il quadruplo e il secondo il triplo di quanto possiedono, insieme avrebbero 78 euro. Quanto possiede ciascun amico? [10,50 €; 12 €]
110 Geometria	174 La base minore di un trapezio isoscele è $\frac{1}{5}$ della base maggiore e la somma di dette basi è 72 cm. Sapendo che l'altezza è uguale a 10 cm, calcola il volume del solido che si ottiene se il trapezio ruota di 360° attorno alla base minore. [4400 π cm³]	
26 “Fisica”	191 Un corpo si muove di moto rettilineo uniforme. Esso percorre in 20 secondi $\frac{2}{5}$ dello spazio percorso in 37 secondi con la velocità di 30 m/s. Qual è la velocità del corpo? [22,2 m/s]	

Effetti di questo insegnamento

Per **pochi studenti** particolarmente dotati:
addestramento ad eseguire compiti ripetitivi.

Per **la maggioranza degli studenti**:

“Echec en mathématiques”

H. Freudenthal 1983

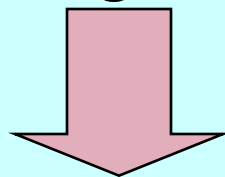
Lo “scacco”, sensazione che conosciamo tutti: impotenza e disistima di fronte a una difficoltà che sentiamo di non riuscire a superare.



E al I biennio del II ciclo?

Nei testi più adottati spesso si ritrovano:

- *analogia teoria*, con l'aggiunta dei principi di equivalenza, non utilizzati nella pratica, che rimane sempre basata sul 'trasporto'
- *analoghi esercizi e problemi*, con un maggior numero di problemi di geometria.



I pochi studenti particolarmente dotati si annoiano e consolidano l'opinione che:
matematica = ripetere gli stessi procedimenti.

La maggioranza degli studenti “getta la spugna” e si disinteressa definitivamente della matematica.

Si perpetuano gli stessi errori

$$2x = 0 \quad x = -2$$

$$2x = 0 = -2$$

'Porto dall'altra parte 2'

Come $2(x + 3) = 2x + 6$

Che poi diventano

$$4x^2 = 0 \quad x = \pm 2$$

$$4x^2 = 0 = \pm 2$$

$$2\sin(x) = 0 \quad \sin(x) = -2$$

$$2\sin(x) = 0 = -2$$

$$xy = 2 \quad y = 2 - x$$

'Porto dall'altra parte x'

In tutto il mondo è così??

In altri paesi occidentali

(Europa, U.S.A., Canada, Australia, ...)

Uso diffuso di vari strumenti didattici:

- presentazioni power point dell'insegnante;
- schede di lavoro individuali o di gruppo;
- applet per l'uso interattivo del computer;
- materiali (cartoncini, bacchette, ...) per osservare, manipolare e costruire modelli;
- ...

In altri paesi occidentali

(Europa, U.S.A., Canada, Australia, ...)

Che cosa si trova sempre

- ***Nella teoria:*** gradualità, attenzione alle competenze algoritmiche.
- ***Negli esercizi:*** aderenza alla teoria, richiesta di riflettere sui procedimenti, numero ridotto, ...
- ***Nei problemi:*** aderenza alla realtà, linguaggio semplice, attenzione alla modellizzazione, ...

In altri paesi occidentali

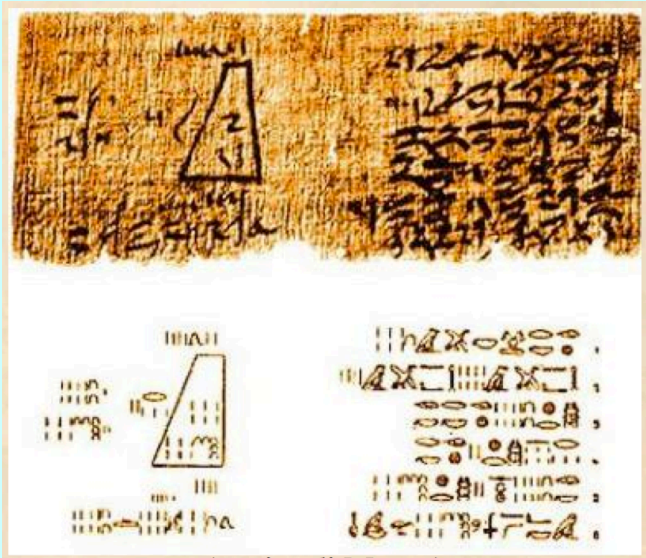
Che cosa **non** si trova mai

- ***Nella teoria:*** “porto dall'altra parte”.

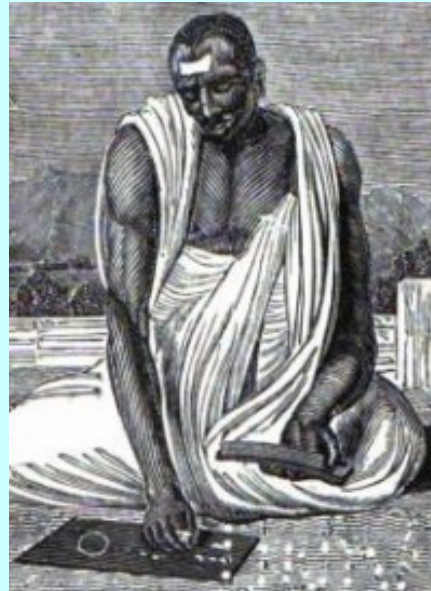
- ***Negli esercizi:*** calcoli lunghi e complicati, addestramento a ripetere esercizi standard, ...
- ***Problemi*** antiquati ed astrusi, *esposti con un linguaggio contorto.*

Un primo spunto per riflettere

Quando nasce: “porto dall'altra parte”?



Papiro di Mosca, 1890 a.C.



Brahmagupta, 598 - 665



Al-khuwarizmi, 790 - 850

Il libro conciso dei calcoli di *trasporto* e riduzione

al-jabr

Un primo spunto per riflettere

Quando nasce: “porto dall'altra parte”?

Al-khuwarizmi, 790 - 850

*Il libro conciso dei calcoli di **trasporto** e riduzione*

al-jabr



Sono passati circa 1200 anni. Siamo sicuri che i metodi di Al-khuwarizmi siano ancora efficaci per i nostri studenti?

Una domanda

Qualcosa “obbliga” gli insegnanti italiani a seguire un percorso che non dà esiti positivi?

Le indicazioni nazionali?

Le valutazioni nazionali?

Le scuole successive?

Programmi e indicazioni ministeriali

5 riforme della scuola media (1963, 1979, 2003, 2006, 2012), parlano di *“risolvere equazioni in casi semplici”*.

Già nei programmi dei licei del 1944 si trova: *“Convienne dare largo spazio all’intuizione, al senso comune, alla realtà fisica, agli sviluppi che conducono ad applicazioni pratiche immediate, mettendo da parte le nozioni statiche e rigide ...”*

**Nelle linee generali per i Licei del 2012 si trova:
*‘L’indicazione principale è: pochi concetti e metodi fondamentali, acquisiti in profondità’***

Prove nazionali di valutazione

Meglio formarsi delle idee personali.

Per questo suggerisco di leggere

‘Il quadro di riferimento delle prove di matematica’

Per vedere quali sono le conoscenze e competenze oggetto di valutazione.

Suggerisco anche di esaminare i *‘Quesiti sulle equazioni di I grado’* assegnati nelle prove INVALSI negli anni 2011 – 2017.

Le ‘Scuole successive’

Nei temi di matematica degli Esami di Stato e nei test d'ingresso alle facoltà scientifiche è prevalente la richiesta di:

- un'assimilazione flessibile e ben strutturata della teoria;**
- competenze di modellizzazione.**

... E nella ricerca scientifica è il computer che “macina calcoli”.

Domanda difficile senza risposta

Qualcosa “obbliga” gli insegnanti italiani a seguire un percorso che non dà esiti positivi?

Per completare la discussione suggerisco di leggere un'intervista a Claudio Gori Giorgi del 2009 dal titolo:

Le equazioni polinomiali nella scuola secondaria: che cosa rimane all'Università?

Proposta del sito MateMat

Aritmetica e algebra
 Numeri
 Calcolo letterale
 Algebra
1. Equazioni di I grado
2. Equazioni di I grado letterali
3. Disequazioni di I grado

Nel sito trovate materiali didattici collaudati per presentare le equazioni in modo attivo e legato alla risoluzione di problemi 'veri'.

I materiali sono liberi e potete modificarli per adattarli alla classe.