Zero nella divisione: due tipologie di lezione a confronto

Contenuto principale

Ruolo di zero nella divisione

- **Argomento fondamentale e indispensabile per lo sviluppo del pensiero matematico.**
- **Sorgente di misconcetti “eterni” durante lo studio di geometria analitica, trigonometria, analisi matematica, … e di errori “universali”.**

5 : 0 = 0 **0 : 0 = 1**

“0 : 8 è indeterminato, … è impossibile, … fa 0, … non mi ricordo!”

Scelta del tipo di lezione

L'argomento è teorico: ci vuole una lezione frontale.

… **Ma sono un'insegnante moderna e aggiornata: userò il computer e Power Point, invece di lavagna e gesso.**

… **Gli studenti, quando vedono il computer, sono subito più interessati e imparano meglio!**

Ritornate studenti

E …seguite una prima tipologia di lezione

Proprietà della moltiplicazione nell'insieme Q dei numeri razionali

Proprietà	*Esempio*	*In generale*
Associativa	$\left(3\cdot\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{1}{2}=3\cdot\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}\right)$	$(ab)c = a(bc)$
Commutativa	$3\cdot\frac{2}{5}=\frac{2}{5}\cdot 3$	$ab = ba$
1 è l'elemento neutro	$\frac{2}{5}\cdot 1=\frac{2}{5}$	$a \cdot 1 = a$
0 è l'elemento assorbente	$\frac{2}{5}\cdot 0=0$	$a \cdot 0 = 0$
è il *reciproco* di *a*. **Ma non esiste il reciproco di *0*.**	1/2 è il reciproco di 2, perché risulta $\frac{1}{2}\cdot 2=1$	Dato a esiste il reciproco x, tale che $a \cdot x = 1$ Ma per qualunque x, si ha: $0 \cdot x = 0$

Tabella per consolidare il reciproco

a	4	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	1	0
$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{4}$	4	$\frac{4}{3}$	1	Non esiste
Verifica	$4 \cdot \frac{1}{4} = 1$	$\frac{1}{4} \cdot 4 = 1$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1$	$1 \times 1 = 1$	$0 \cdot x = 0$ Per qualunque x

Nell’insieme Q “scompare” la divisione

Divisione → moltiplicazione per il reciproco

Esempi

$$\frac{3}{2} : 2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{2} : \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3$$

$$10 : 2 = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$$

$$5 : 1 = 5 \times 1 = 5$$

$$1 : 5 = 1 \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\boxed{0 : 5 = 0 \cdot \frac{1}{5} = 0}$$

$5 : 0 = 5 \cdot \frac{1}{0}$ non si può eseguire perché non esiste il reciproco di 0

Conclusioni

$a : 0$ non si può mai eseguire

$0 : a = 0$ solo se $a \neq 0$

Esercizi

1 : 4 **4 : 1**

0 : 4 **4 : 0**

4 : 4 **0 : 0**

[*Nell'ultimo esercizio quanti scriveranno* "non si può dividere per zero" ?]

Un dubbio

Ma questa lezione è davvero migliore di quella "gesso e lavagna"?

Un altro dubbio

Non ho alternative per organizzare lezioni su "zero nella divisione"?

Ecco un'alternativa

Organizzare una lezione che si basa su problemi reali e richiede il coinvolgimento attivo degli studenti.

È la lezione 'Zero nella divisione', che trovate in questo sito, nel tema *Numeri*.

Note per gli insegnanti

Apprendimento stabile e duraturo

- Secondo ricerche pedagogiche classiche e recenti, le attività che coinvolgono tutto il corpo (embodied mind = mente incorporata) sollecitano il modo con il quale l'uomo organizza un apprendimento stabile.

- La lezione 'Zero nella divisione' si può proporre a studenti dai 12 anni in su ed è facile richiamarla quando serve.

Contenuti della lezione

- **Il contenuto principale è "zero nella divisione", ma nella lezione si trovano anche:**

> - **matematizzazione di problemi reali, che richiedono la divisione;**
> - **compilazione di tabelle e ricerca di leggi matematiche;**
> - **osservazioni sulla capacità di recipienti e formazione a "intuire e ordinare capacità";**
> - **disegno e osservazione di grafici cartesiani (negli esercizi);**
> - …

Linea didattica

La linea didattica suggerita è

- **Come formazione di base per tutti**
  proporre attività concrete per fissare l'idea che "non si può dividere per 0"

- **Successivamente, al momento opportuno, proporre uno schema delle proprietà della moltiplicazione nell'insieme Q dei razionali:**

- la divisione diventa la moltiplicazione per il reciproco;
- non si può dividere per 0, perché non esiste il reciproco di 0.

Preparare in modo efficace e presentare al momento opportuno gli aspetti astratti e formali della matematica

Un suggerimento

Che cosa è opportuno evitare:

- **trattare a parte il caso 0 : 0;**
- **dire che 0 : 0 è indeterminato, con varie spiegazioni.**

Perché si creano negli studenti

- **radicati misconcetti, rivelati dai noti "errori"eterni;**
- **ostacoli alla comprensione di alcuni concetti di analisi (le forme *indeterminate del tipo 0/0* sono quozienti di funzioni che tendono a 0…)**