

Percorso dal concreto all'astratto

Un secondo esempio di percorso didattico collaudato **nella scuola secondaria** su un altro tema importante.

DISCRETO O CONTINUO?

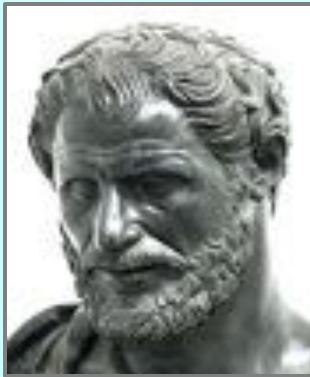
Discreto o continuo?

Il mondo intorno a noi è discreto o continuo?

Uno sguardo alla storia

Il pensiero degli antichi Greci

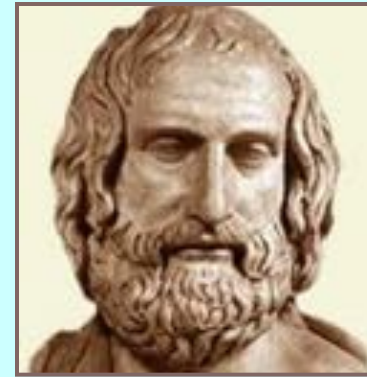
Democrito
(460 – 420 a.C.)



Se potessimo dividere un pezzo di ferro in due parti, poi in due parti ancora e così via ... arriveremmo fatalmente all'unità – ferro che non si può dividere ancora, perché ogni sostanza è costituita da unità elementari.

DISCRETO

Anassagora
(499 – 428 a.C.)



Del più piccolo non c'è minimo, ma sempre un più piccolo ... e poiché non può esistere il minimo, niente potrebbe starsene disgiunto.

CONTINUO

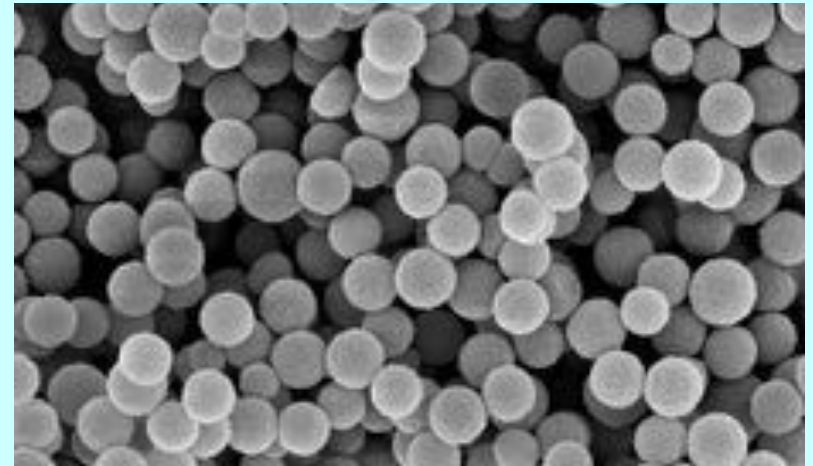
Uno sguardo alla storia

Qualche tappa importante nello sviluppo della scienza

Materia e luce



**Onde
(Continue)**



**Particelle
(Discrete)**

Onde o particelle?

Uno sguardo alla storia

Luce

Onde

Particelle



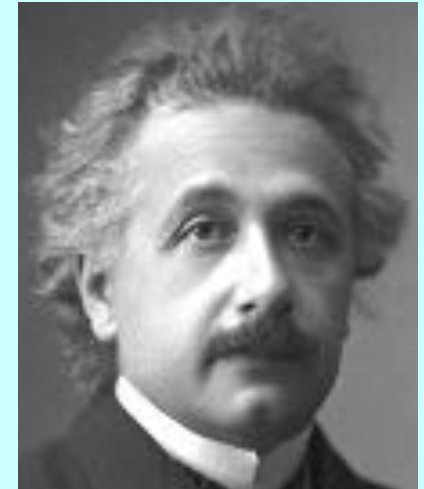
C. Huygens
1629 – 1695



J. Maxwell
1831 – 1879



I. Newton
1642 – 1727



A. Einstein
1879 – 1955

Uno sguardo alla storia

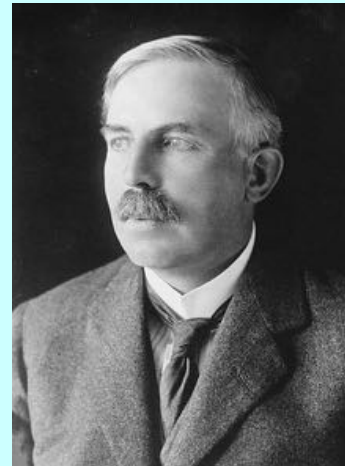
Materia

Onde

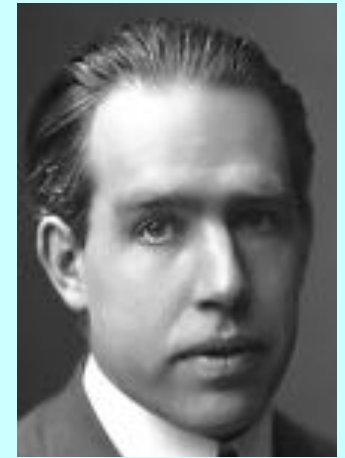


L. de Broglie
1892 – 1987

Particelle



E. Rutherford
1871 – 1937



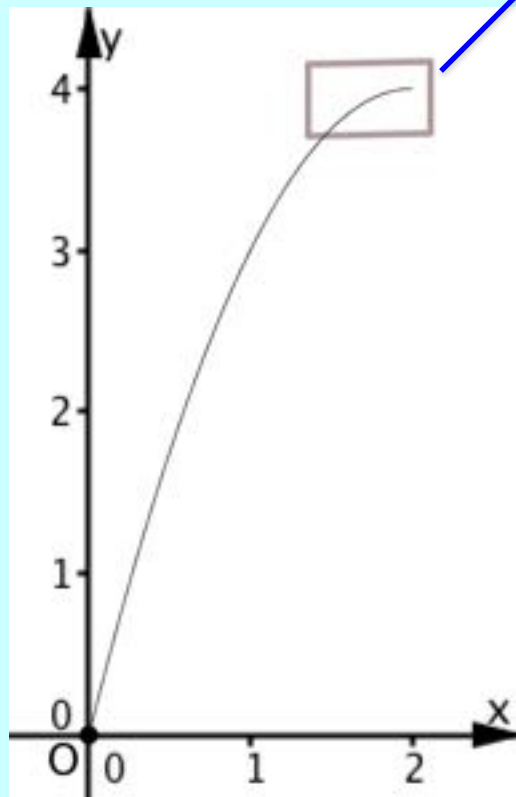
N. Bohr
1885 – 1962

Oggi la 'realtà al microscopio'



La goccia di sangue è continua?

Oggi la 'realtà digitale'



Ingrandimento



La linea è continua?

Che cosa è continuo in matematica?

Discreto o continuo?

**Nella realtà la risposta
dipende da 'come si osserva'**

E in matematica?

Numeri e continuità in matematica

Uno sguardo alla storia

Numeri e geometria degli antichi Greci

Pitagora
(VI secolo a.C.)

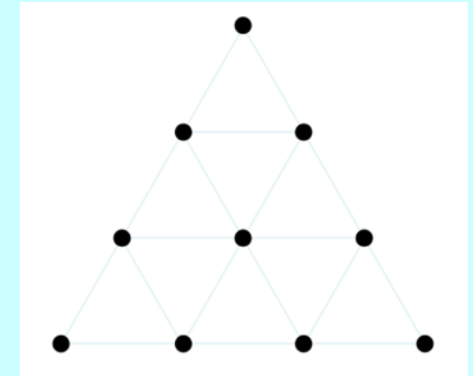


Tutto è numero

DISCRETO

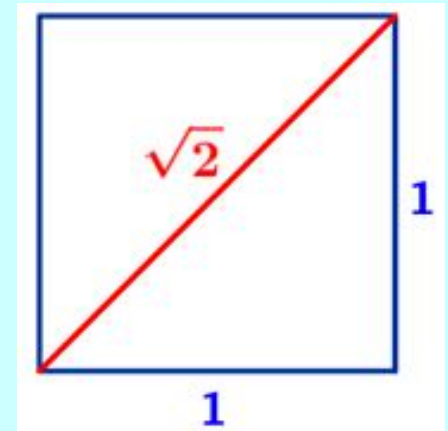
Scuola pitagorica

Tutto si esprime con
numeri naturali e rapporti
di numeri naturali



Una scoperta 'drammatica'

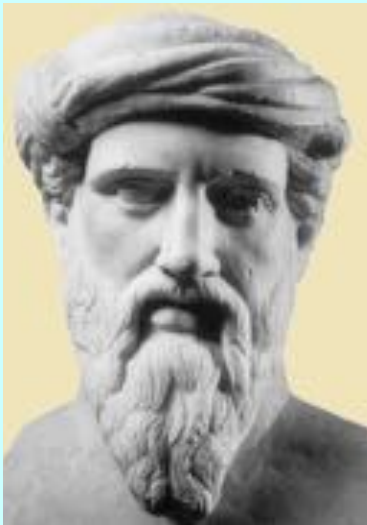
La diagonale del quadrato
NON si esprime con un
rapporto di numeri naturali



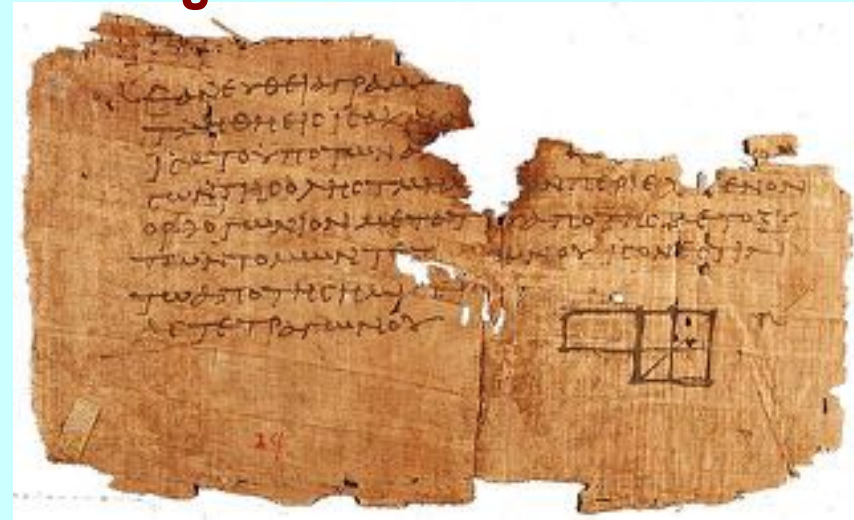
Uno sguardo alla storia

Numeri e geometria degli antichi Greci

Euclide
(323 – 286 a.C.)



Negli 'Elementi' di Euclide

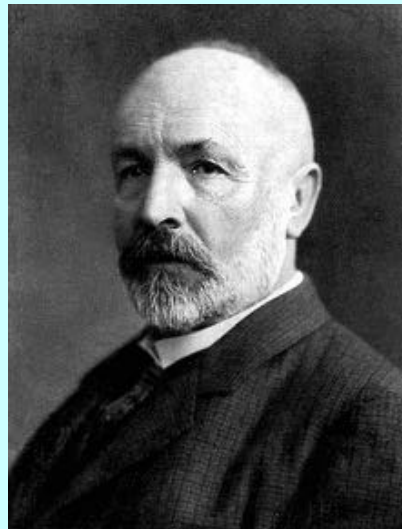


- ✧ *Il punto è ciò che non ha parte, ossia che non ha grandezza alcuna*
- ✧ *La linea è una lunghezza senza larghezza*
- ✧ *I termini della linea sono i punti*
- ✧ *La linea retta è quella situata egualmente rispetto a tutti suoi punti*

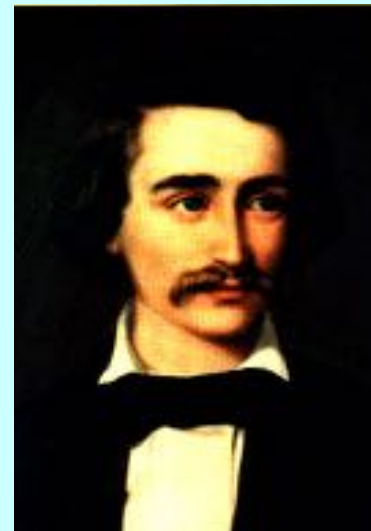
Descrizione di una retta continua

Uno sguardo alla storia

Ritroviamo la retta continua pensata da Euclide nelle ricerche dei matematici dopo due millenni: gli studi sui numeri e le loro proprietà portano anche a rappresentare i numeri reali sulla retta.



G. Cantor
1845 – 1918



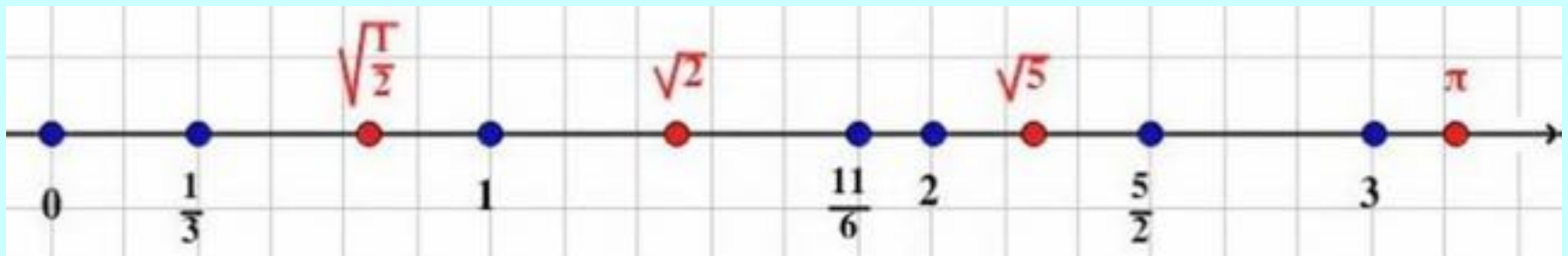
R. Dedekind
1831 – 1916

I numeri reali sulla retta

I numeri razionali $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ... riempiono la parte di retta 'lasciata vuota' dai numeri interi.

Però sulla retta restano ancora dei vuoti, riempiti dai numeri irrazionali come $\sqrt{2}$, π ,...

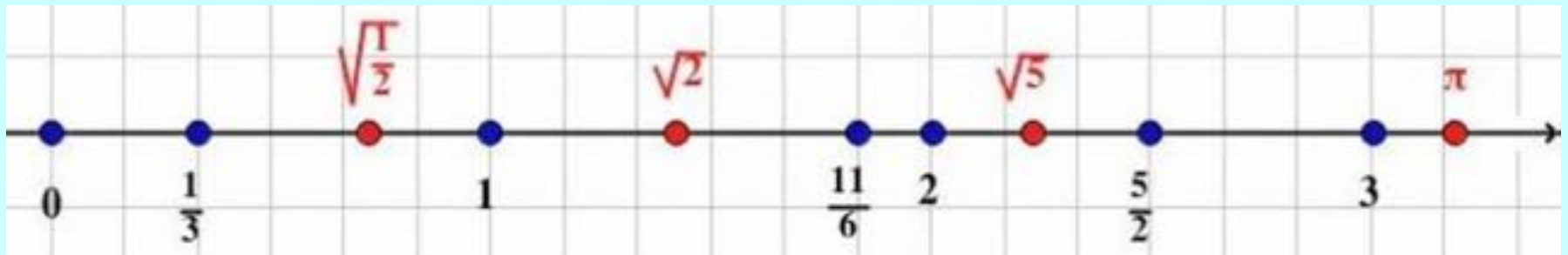
Così tutti i numeri reali trovano posto sulla retta.



Rimangono ancora sulla retta dei buchi dove inserire numeri, che non siano reali?

L'assioma di continuità

Il matematico Richard Dedekind ha dato la risposta a questa domanda alla fine del 1800 con *l'assioma di continuità*, che porta a stabilire una corrispondenza biunivoca fra punti della retta e numeri reali.



La retta e l'insieme \mathbb{R} dei numeri reali sono *definiti perfettamente continui*, senza alcuna interruzione.

Continuità e numeri reali

Questo sintetico percorso sul tema discreto/continuo nella storia della matematica e nella scienza può (deve?) essere proposto quando si introducono i numeri reali, alla fine del primo biennio o all'inizio del secondo.

E va richiamato come base dello studio dell'analisi matematica (limiti, derivate, integrali)