

Gli insiemi nella scuola

Che cosa suggeriscono esperienze internazionali degli ultimi 50 anni?

Daniela Valenti intervista Emma Castelnuovo, settembre 2009

Molto si è scritto e discusso sulle vicende ‘dell’insiemistica’ nella scuola in questi ultimi 50 anni; ma qui ne vogliamo ricordare alcune tappe significative con Emma Castelnuovo, che vi ha partecipato in prima persona: una testimonianza che può sostenere oggi un dibattito documentato sull’efficacia didattica di contenuti e metodologie.

L’introduzione dell’insiemistica è legata anche a sollecitazioni esterne alla scuola secondaria?

Alla fine degli anni '50 comincia a diffondersi un malcontento per l’insegnamento della matematica, che non sembra più adeguato al crescente numero di ragazzi, appartenenti ai più vari strati sociali, che entra nella scuola. A questo si aggiunge una crisi che ha origine da un fatto estraneo alla scuola: il lancio dello [Sputnik](#), cioè del primo satellite artificiale da parte dei russi. Perché è stato importante lo Sputnik?

Perché, soprattutto negli Stati Uniti, il primo lancio spaziale russo scatena un intenso dibattito nell’ambiente del Governo e, di riflesso, in quello dei matematici e della scuola.

Si sentivano in quegli anni negli USA dichiarazioni di questo tipo: *“Oggi abbiamo bisogno di formare un gran numero di scienziati, matematici e ingegneri, che, in un prossimo futuro, possano organizzare il lancio di satelliti più potenti e perfezionati di quelli russi. È dunque necessario curare la formazione scientifica dei giovani fin dai primi anni della scuola secondaria; è alla matematica che va dato un posto di rilievo nella scuola.”* Il problema era quindi: quale matematica portare nelle scuole?

Gli Stati Uniti decisero autonomamente i nuovi programmi per le loro scuole secondarie?

No. Gli Americani, prima di stabilire dei nuovi programmi, solleccarono organismi internazionali, come l’[OCSE](#), a organizzare un congresso con specialisti di vari paesi per discutere il problema. Il congresso fu organizzato a Royaumont, in Francia, esattamente 50 anni fa: alla fine del 1959.

Proprio questo congresso segna un importante momento storico per i programmi di matematica: è la decisa posizione del matematico francese [Jean Dieudonné](#), che sollecita in modo fortissimo a rompere con la tradizione. Al grido, presto diventato uno slogan, di ‘Abbasso Euclide’, Dieudonné convince la maggior parte dei partecipanti a farsi portavoce, nel proprio paese, della necessità di abbandonare l’insegnamento euclideo per sostituirlo con una matematica più aderente alla ricerca contemporanea. Lo studio delle figure geometriche deve lasciare il posto a quello di importanti capitoli dell’*algebra moderna*, in modo da far sentire l’unità della matematica, proprio come, ad alto livello, veniva fatto ad opera del gruppo [Bourbaki](#), di cui Dieudonné faceva parte.

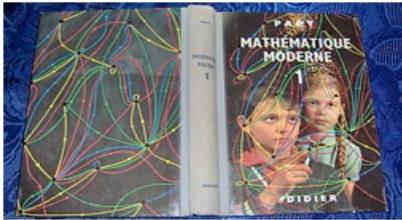
Però a Royaumont furono solo gettate le linee generali di quello che doveva segnare un netto distacco dalla tradizione. Perciò un anno dopo, nel 1960, a Dubrownik si riunì una commissione di matematici ed esperti in didattica della matematica e, durante un lungo seminario, fu scritto un libro di indicazioni per l’insegnamento della matematica in tutto l’arco secondario, da dividersi in due cicli: non erano dettagliati programmi, ma suggerimenti e considerazioni, sempre presentati in forma molto ampia, in modo da potersi adattare alla tradizione di questo o quel paese.

Ma una cosa fu la pubblicazione di questo testo e altra cosa fu quello che si verificò negli anni successivi.

[Bruno de Finetti](#), già negli anni '70, parlava di ‘insiemificazione’ dell’insegnamento della matematica; perché?

Perché, volendo sottolineare il carattere unitario della matematica, si pensò, in molti paesi, che la scelta migliore fosse quella di basare largamente l’insegnamento della matematica sugli insiemi e sulle strutture, seguendo strettamente le indicazioni dei Bourbakisti.

I libri che hanno avuto maggior rilievo per realizzare questa impostazione sono stati quelli di Georges Papy, anche per l'intelligenza e la cultura di questo matematico, professore all'Università di Bruxelles. Per dare un esempio, nella figura seguente vediamo come erano presentate agli studenti di 11 – 12 anni le posizioni di due rette nel piano.



Due rette distinte r ed s possono intersecarsi in un solo punto o non avere punti comuni: si dice che l'intersezione delle due rette (che sono insiemi di punti) è un insieme unitario o è l'insieme vuoto. Dunque

- Le rette si incontrano in un punto A se $r \cap s = \{A\}$
- Le rette sono parallele se $r \cap s = \emptyset$

L'assiomatica euclidea viene così sostituita, sotto il nome avvincente di 'matematica moderna', da un'assiomatica ben più forte e quindi più nociva; più nociva, perché obbliga gli allievi a teorie generali e astratte, senza nessun legame con la realtà, spesso, senza nessun appoggio a figure geometriche e, quindi, senza sollecitare una visione spaziale.

Senza dubbio, questo metodo è unificante e generale, dato che un insieme può rappresentare tanti 'oggetti matematici', dalla geometria ai numeri. Questo spiega il fascino che può esercitare sui matematici e anche sugli insegnanti; ma gli adolescenti ne sono altrettanto affascinati?

Eppure, ancora all'inizio degli anni '70, proprio a Bruxelles, dove Papy sperimentava l'introduzione della 'matematica moderna' con studenti dai 6 ai 18 anni, c'era anche l'Ecole Décroly, dove i docenti continuavano a seguire le indicazioni di Ovide Décroly e insegnavano una matematica centrata sugli interessi degli studenti e su un forte collegamento con la realtà. Anche in questa scuola si parlava di insiemi, ma in modo semplice e, direi, occasionale, quando erano utili per catalogare oggetti e figure. Ricordo le discussioni appassionante del nostro gruppo di insegnanti, dopo aver partecipato alle lezioni di tutte e due le scuole; si azzardavano previsioni (e speranze): quale metodo si sarebbe diffuso su larga scala?



Bambini a scuola da Georges Papy



Bambini all'Ecole Décroly

Ancora agli inizi degli anni '70, sembrava divampare la 'matematica moderna', con poche opposizioni, ma una nuova crisi era vicina. Nell'agosto del 1976, in occasione del Congresso Internazionale sull'Insegnamento della Matematica (ICME3), il matematico inglese [Michael Atiyah](#), in una conferenza plenaria, accusò i matematici di aver soppresso nella maggior parte dei paesi l'insegnamento della geometria nelle scuole secondarie a qualunque livello.

'Perché è proprio la geometria – disse Atiyah – che, da una parte motiva l'intuizione e conduce al primo passo verso la scoperta, e, dall'altra, rappresenta l'anello di congiunzione fra il mondo fisico e la matematica.'

Questa presa di posizione, espressa da un matematico di valore quale Atiyah, con la stessa forza con cui nel '59 Dieudonné si era scagliato contro Euclide, ebbe una grande influenza sugli ambienti matematici di tutto il mondo e anche sulla società.

Sì, anche sulla società, perché si era fatto sempre più profondo il solco, direi il fossato, fra la matematica scolastica e la matematica che sempre più spesso i mezzi di comunicazione proponevano. E la scuola non ha l'obbligo di formare cittadini capaci di seguire le trasmissioni televisive, di leggere i di giornali, di intervenire consapevolmente in questioni di politica economica o ambientale?

La presa di posizione di Atiyah ha interpretato un sentire ormai diffuso; i tempi erano ormai maturi. E proprio da quell'anno molti paesi che avevano abbracciato 'la moda insiemistica' attuano notevoli cambiamenti: convegni, riunioni, discussioni diventano sempre più frequenti. E ci si chiede:

'Come introdurre di nuovo la geometria nella scuola secondaria?'

'Come legare la matematica alla realtà nei diversi livelli scolastici?'

Si cambiano profondamente i programmi, si buttano via libri, che, nel periodo insiemistico, erano idolatrati, ... nascono istituti e iniziative nuovi.

Fra le tante iniziative mi limito a segnalare, in Olanda, nel 1971, la nascita dello IOWO (oggi [Freudenthal Institute](#), dal nome del suo fondatore, [Hans Freudenthal](#)), che è stato fondamentale per sviluppare e diffondere un particolare approccio alla didattica della matematica, 'the realistic math education', in italiano diremmo 'la matematica nella realtà'.

L'influenza di questo approccio a livello internazionale è stata molto vasta, soprattutto in questi ultimi dieci anni, quando hanno acquistato importanza e notorietà le indagini comparative internazionali: si sono precisati i limiti delle indagini basate sul confronto dei curricoli e si sono largamente diffuse le indagini basate sul lavoro del Freudenthal Institute e, in particolare, sulla 'matematica nella realtà'.

Quali sollecitazioni possiamo ricavare da queste vicende internazionali?

Direi di seguire, almeno durante tutta la scuola dell'obbligo, le indicazioni largamente seguite oggi a livello internazionale e presenti anche nei programmi italiani fin dal 1963:

'Il linguaggio degli insiemi potrà essere usato come strumento chiarificatore, di visione unitaria e di valido aiuto per la formazione di concetti. Si eviterà comunque una trattazione teorica a sè stante, che sarebbe, a questo livello, inopportuna.'



Il linguaggio degli insiemi per classificare triangoli