

Coordinate cartesiane nello spazio. Problemi riassuntivi2

1. È dato il piano α d'equazione $x + y + z - 2 = 0$. Scrivere l'equazione della circonferenza del piano α che ha centro $C(1, 2, -1)$ e raggio 3.
2. Sono dati i punti $A(1, 1, 0)$ e $B(0, 1, -1)$. Risolvere i seguenti quesiti.
 - a. Verificare che il luogo geometrico dei punti P tali che $AP = 2 \cdot PB$ è una sfera S .
 - b. Determinare la lunghezza del raggio e le coordinate del centro C della sfera S .
 - c. Verificare che C è allineato con i punti A e B .
3. Determinare un'espressione analitica della retta perpendicolare nell'origine al piano di equazione $x + y - z = 0$. [*Quesito n° 5, Esame di Stato Liceo Scientifico 2015*]
4. In un riferimento cartesiano nello spazio $Oxyz$ sono dati i punti $A(-3, 4, 0)$ e $C(-2, 1, 2)$. I tre punti O, A e C giacciono su un piano E . Determinare l'equazione che descrive il piano E . [*Quesito n° 4, Sessione suppletiva Esame di Stato Liceo Scientifico 2015*]
5. Nello spazio sono dati due piani α e β rispettivamente di equazione: $\alpha) x - 3y + z - 5 = 0$ e $\beta) x + 2y - z + 3 = 0$. Dopo aver determinato l'equazione parametrica della retta r da essi individuata verificare che essa appartiene al piano γ di equazione $3x + y - z + 1 = 0$. [*Quesito n° 4, Sessione straordinaria Esame di Stato Liceo Scientifico, settembre 2015*]
6. In un riferimento cartesiano nello spazio $Oxyz$, data la retta r di equazioni:

$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = 1 + t \\ z = kt \end{cases}$$

e il piano P di equazione: $x + 2y - z + 2 = 0$, determinare per quale valore di k la retta r e il piano P sono paralleli, e la distanza tra di essi.

[*Quesito n° 9, Sessione straordinaria Esame di Stato Liceo Scientifico, settembre 2015*]

7. Trovare l'equazione del piano tangente alla superficie sferica avente come centro l'origine e raggio 2, nel suo punto di coordinate $(1, 1, z)$, con z negativa. [*Quesito della simulazione MIUR per Esame di Stato Liceo Scientifico 22 aprile 2015*]
8. Fissato nello spazio un sistema di riferimento ortogonale monometrico $Oxyz$, si considerino i punti $A(1; 3; 0)$, $B(-1; 0; 1)$. Determinare il luogo geometrico dei punti equidistanti da A e da B , verificando che si tratta di un piano di equazione $2x + 3y - z - 4 = 0$.
Detti C, D ed E i punti d'intersezione tra questo piano e gli assi x, y e z rispettivamente, determinare il volume della piramide avente per base il triangolo OCD e per vertice il punto E . [*Quesito tratto dalla Rivista Archimede – 1/2015 - proposte per la prova scritta a conclusione del liceo scientifico*]
9. Fissato nello spazio un sistema di riferimento ortogonale monometrico $Oxyz$, si considerino i punti $A(1; 0; 0)$, $B(1; 1; 4)$ e $C(-1; 1; 1)$.
 - a. Mostrare che A, B e C non sono allineati.
 - b. Determinare l'equazione del piano ABC .
 - c. Determinare, in forma parametrica, le equazioni della retta passante per A e perpendicolare al piano ABC .[*Da Rivista Archimede 1/2015 proposte per la prova scritta a conclusione del liceo scientifico*]
10. Nello spazio, riferito ad un sistema di coordinate cartesiane ortogonali $Oxyz$, si considerino il piano a di equazione $2x - 2y - z = -9$ e la sfera S di equazione $(x + 5)^2 + (y - 6)^2 + (z - 5)^2 = 100$.
Detto G il cerchio ottenuto dall'intersezione tra il piano a e la sfera S , se ne determinino il centro C ed il raggio r ; si calcoli infine il volume del cono avente vertice $V(-1, 10, 3)$ e base G . [*Da Rivista Archimede 1/2015 proposte per la prova scritta a conclusione del liceo scientifico*].