**Coordinate cartesiane nello spazio. Problemi riassuntivi**

**1.** È dato il piano α d’equazione *x* + *y* + *z* – 2 = 0. Scrivere l’equazione della circonferenza del piano α che ha centro C(1, 2, –1) e raggio 3.

**2.** Sono dati i punti *A*(1, 1, 0) e *B*(0, 1, −1). Risolvere i seguenti quesiti.

**a**. Verificare che il luogo geometrico dei punti *P* tali che *AP* = 2 · *PB* è una sfera *S*.

**b.** Determinare la lunghezza del raggio e le coordinate del centro *C* dellasfera *S.*

**c.** Verificare che *C* è allineato con i punti *A* e *B*.

**3.** Dati i punti 𝐴(2, 0, −1) e 𝐵(−2 , 2, 1 ), provare che il luogo geometrico dei punti 𝑃 dello spazio, tali che 𝑃𝐴 = $\sqrt{2}$𝑃𝐵, è costituito da una superficie sferica S e scrivere la sua equazione cartesiana. Verificare che il punto 𝑇(−10, 8, 7) appartiene a S e determinare l’equazione del piano tangente in T a S. *[Quesito n° 4, Esame di Stato Liceo Scientifico 2019]*

**4.** Sono dati, nello spazio tridimensionale, i punti 𝐴(3, 1, 0), B(3, −1, 2) e C(1, 1, 2).

Dopo aver verificato che ABC è un triangolo equilatero e che è contenuto nel piano α d’equazione *x* + *y* + *z* − 4 = 0, stabilire quali sono i punti P tali che ABCP sia un tetraedro regolare. *[Quesito n° 9, Esame di Stato Liceo Scientifico 2018]*

**5.** Dati i punti 𝐴(−2, 3, 1), 𝐵(3, 0, −1), 𝐶(2, 2, −3), determinare l’equazione della retta 𝑟 passante per 𝐴 e per 𝐵 e l'equazione del piano 𝜋 perpendicolare ad 𝑟 e passante per 𝐶.

*[Quesito n° 5, Esame di Stato Liceo Scientifico 201*7*].*

**6.** Determinare le coordinate dei centri delle sfere di raggio $\sqrt{6}$ che sono tangenti al piano 𝜋 di equazione 𝑥 + 2𝑦 – *z* + 1 = 0 nel suo punto 𝑃 di coordinate (1, 0, 2).

*[Quesito n° 7, Esame di Stato Liceo Scientifico 2017]*

**7.** Date le rette: $\left\{\begin{array}{c}x=t\\y=2t\\z=t\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}x+y+z-3=0\\2x-y=0\end{array}\right.$

e il punto 𝑃(1, 0, −2) determinare l’equazione del piano passante per P e parallelo alle due rette.

*[Quesito n° 9 Esame di Stato Liceo Scientifico 2016]*

**8.** Determinare un’espressione analitica della retta perpendicolare nell’origine al piano di equazione *x + y – z = 0. [Quesito n° 5, Esame di Stato Liceo Scientifico 2015]*

**9.** In un riferimento cartesiano nello spazio *Oxyz* sono dati i punti A (−3, 4, 0) e C (−2, 1, 2). I tre punti O, A e C giacciono su un piano E. Determinare l’equazione che descrive il piano E. *[Quesito n° 4, Sessione suppletiva Esame di Stato Liceo Scientifico 2015]*

**10.** Nello spazio sono dati due piani α e β rispettivamente di equazione: α) *x* − 3*y* + *z* − 5 = 0 e β) *x* + 2*y* − *z*  + 3 = 0. Dopo aver determinato l'equazione parametrica della retta *r* da essi individuata, verificare che essa appartiene al piano γ di equazione 3*x* + *y* − *z* + 1 = 0.

*[Quesito n° 4, Sessione straordinaria Esame di Stato Liceo Scientifico, settembre 2015]*

**11**. In un riferimento cartesiano nello spazio *Oxyz,* data la retta *r* di equazioni:

****

e il piano P di equazione: *x* + 2*y* – *z* + 2 = 0, determinare per quale valore di *k* la retta *r* e il piano *P* sono paralleli, e la distanza tra di essi.

*[Quesito n° 9, Sessione straordinaria Esame di Stato Liceo Scientifico, settembre 2015]*

**12.** Trovare l'equazione del piano tangente alla superficie sferica avente come centro l'origine e raggio 2, nel suo punto di coordinate (1, 1, *z*), con *z* negativa.

*[Quesito della simulazione MIUR per Esame di Stato Liceo Scientifico 22 aprile 2015)*

**13.** Fissato nello spazio un sistema di riferimento ortogonale monometrico *Oxyz*, si considerino i punti *A* (1; 3; 0), *B* (–1; 0; 1). Determinare il luogo geometrico dei punti equidistanti da *A* e da *B*, verificando che si tratta di un piano di equazione 2*x* + 3*y* – *z* – 4 = 0.

Detti *C*, *D* ed *E* i punti d’intersezione tra questo piano e gli assi *x*, *y* e *z* rispettivamente, determinare il volume della piramide avente per base il triangolo *OCD* e per vertice il punto *E*. *[Quesito tratto dalla Rivista Archimede – 1/2015 - proposte per la prova scritta a conclusione del liceo scientifico]*

**14.** Fissato nello spazio un sistema di riferimento ortogonale monometrico *Oxyz*, si considerino i punti *A* (1; 0; 0), *B* (1; 1; 4) e *C* (−1 ; 1; 1).

**a.** Mostrare che *A*, *B* e *C* non sono allineati.

**b.** Determinare l’equazione del piano *ABC*.

**c.** Determinare, in forma parametrica, le equazioni della retta passante per *A* e

perpendicolare al piano *ABC*.

*[Da Rivista Archimede 1/2015 proposte per la prova scritta a conclusione del liceo scientifico]*

**15.** Nello spazio, riferito ad un sistema di coordinate cartesiane ortogonali *Oxyz*, si considerino il piano a di equazione 2*x* − 2*y* − *z* = −9 e la sfera *S* di equazione (*x* + 5)2 + (*y* − 6)2 + (*z* − 5)2 = 100.

Detto G il cerchio ottenuto dall’intersezione tra il piano a e la sfera *S*, se ne determinino il centro *C* ed il raggio *r*; si calcoli infine il volume del cono avente vertice *V* (–1, 10, 3) e base G.

*[Da Rivista Archimede 1/2015 proposte per la prova scritta a conclusione del liceo scientifico].*