

Dr. Agostino Scardamaglio

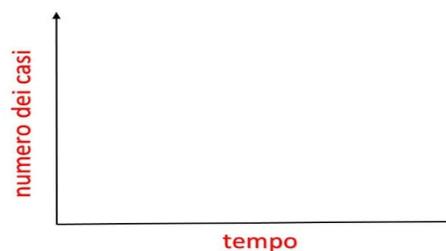
# Le curve epidemiche



## Premessa

Il concetto di “curva epidemica” nasce dall’esigenza di osservare il comportamento di un’epidemia nel tempo al fine di ricavare indicazioni sulle modalità di trasmissione della malattia che l’ha determinata (inizio e diffusione).

Il grafico che si ottiene dai dati raccolti è correttamente costituito da un diagramma a barre, disposto su un sistema di assi cartesiani, che rappresenta il numero dei soggetti positivi al test diagnostico durante il tempo dell’epidemia.

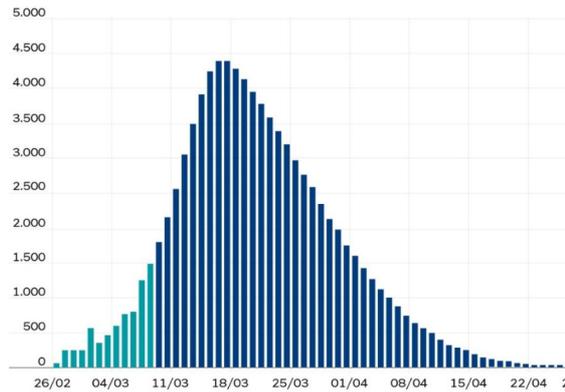


Scardamaglio A.

le curve epidemiche

## Il grafico della curva

L'asse delle ordinate rappresenta il numero dei soggetti positivi al test diagnostico durante l'epidemia mentre l'asse delle ascisse i giorni nei quali è stata accertata la positività.

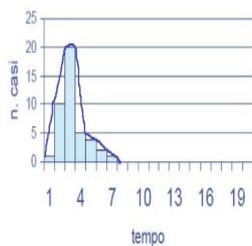


Scardamaglio A.

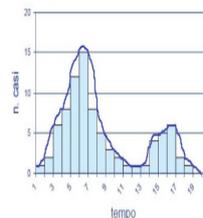
## Sorgente infettiva e suo sviluppo

La curva, pur nella sua semplice espressione in valori assoluti dei nuovi casi, rappresenta un utile ausilio per orientarsi sul tipo di sorgente infettiva, sulla modalità / velocità di crescita e sui picchi raggiunti.

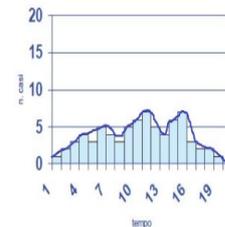
Sorgente puntiforme



Trasmissione persona-persona o epidemia subentrante



Sorgente comune continua

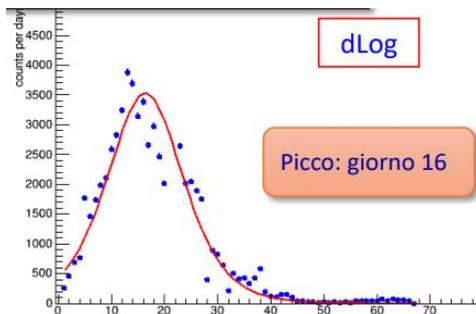


Scardamaglio A.

## Velocità di crescita della curva

La velocità di crescita fornisce due parametri ulteriori costituiti dal:

- 1) **picco**: che rappresenta il numero massimo dei positivi sulla curva. Dopo tale punto la stessa comincerà a decrescere, fino all'azzeramento, allorché verranno intraprese misure di contenimento dell'epidemia.



Scardamaglio A.



## Velocità di crescita della curva

- 2) **tempo di raddoppio**: che, in caso di progressione esponenziale, rappresenta i giorni necessari per vedere i casi raddoppiati rispetto ad una data di partenza.

Più è piccolo il valore del tempo di raddoppio e più velocemente cresce la curva.

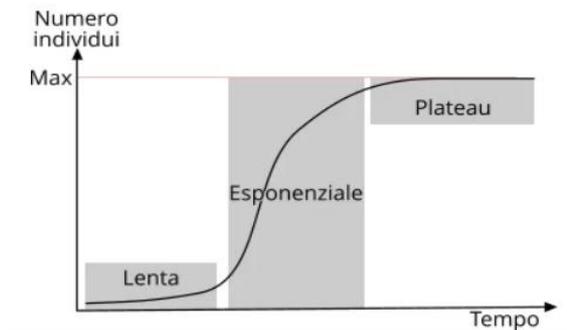


Scardamaglio A.



## Velocità di crescita della curva

3) **plateau**: che rappresenta una fase stazionaria nella quale il numero dei positivi si attesta per diversi giorni attorno ad un medesimo valore. La curva tende ad assumere una dislocazione parallela all'asse x.



Scardamaglio A.

## Modalità di crescita della curva

La modalità di crescita della curva epidemica può essere di tipo:

- 1) **Lineare (curva arancione)**: che indica un incremento costante dei casi, giorno dopo giorno. Vale a dire che i casi aumentano ogni giorno di una stessa quantità secondo una progressione a passo costante. La progressione a passo 2 sarà: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.
- 2) **Esponenziale (curva azzurra)**: che indica una crescita più o meno rapida. Se per esempio consideriamo una crescita esponenziale con tempo di raddoppio 2 la serie esponenziale con base 2 sarà quindi costituita dai numeri: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024.

In caso di crescita lineare, dopo 10 giorni si avranno 20 casi, in caso di crescita esponenziale se ne avranno 1.024.

Scardamaglio A.

## Lineare Vs Esponenziale



Scardamaglio A.

## Curve monitorate e loro crescita

Per seguire l'andamento epidemico si utilizzano generalmente quattro tipi di curve che corrispondono alla numerosità delle categorie di soggetti positivi abitualmente monitorate:

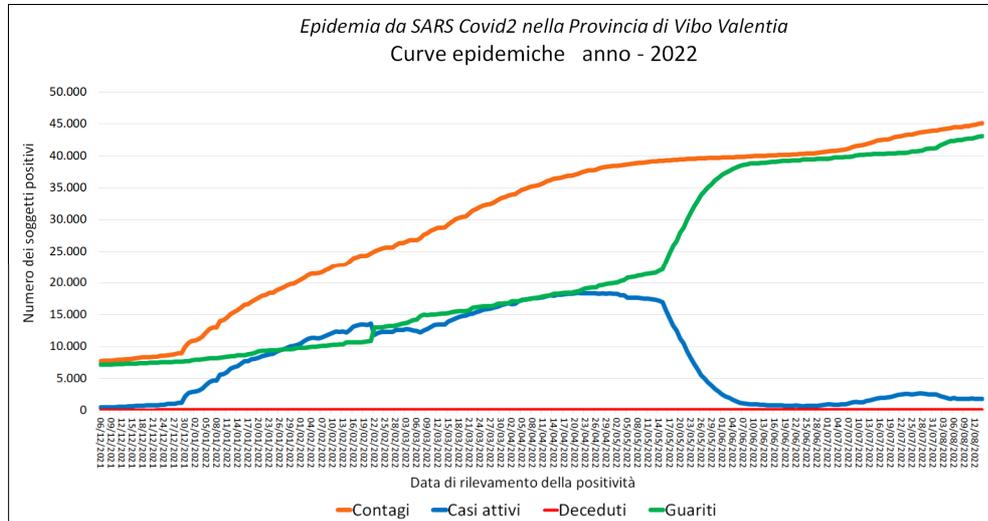
- **contagi**
- **casi attualmente attivi**
- **deceduti**
- **guariti**



*L'elaborazione dei due grafici riportati in seguito è stata effettuata sui dati presenti sul portale RCovid19-Protezione Civile per l'emergenza coronavirus nella Regione Calabria*

Scardamaglio A.

## Curve monitorate e loro crescita



Scardamaglio A.

## Curve monitorate e loro crescita

Le curve illustrate presentano differenti dinamiche:

- a) **della sola crescita (contagi, deceduti, guariti)** ove ogni punto indica il numero totale dei nuovi soggetti considerati e contiene in sè tutti i valori dei punti precedenti (rilevazione cumulativa)
- b) **della crescita/decrecita (casi attualmente attivi)** ove ogni punto esprime il valore della numerosità rilevato per i soggetti monitorati in quel giorno preciso (rilevazione puntuale).

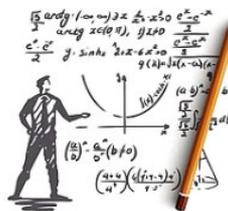


Scardamaglio A.

## Curve monitorate e loro crescita

Le curve del primo tipo vengono chiamate **curve integrali** perchè ogni punto costituisce la somma del valore odierno con quelli di tutti i giorni precedenti (ogni punto integra in sè il valore di quello che lo precede).

La curva del secondo tipo viene chiamata **curva differenziale** perchè presenta ogni giorno un valore differente da quello del giorno precedente. Rappresenta, da sola, una buona raffigurazione dell'evoluzione epidemica.



Scardamaglio A.

## Oltre i valori assoluti

Le curve finora illustrate fanno riferimento alla numerosità in valori assoluti dei positivi al test diagnostico.

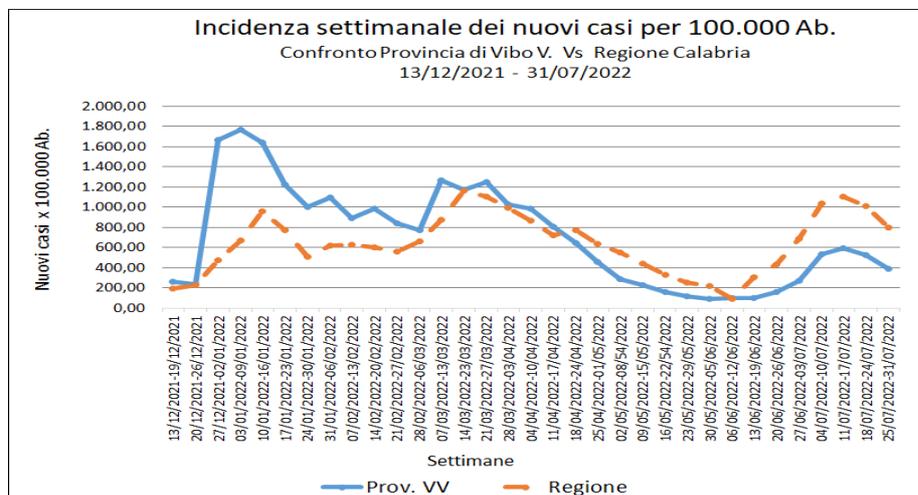
Per eseguire raffronti tra dati provenienti da realtà territoriali diverse, bisogna invece ricorrere ad una **misura adimensionale** che elimini il riferimento contingente ad una determinata popolazione.

Si ricorrerà quindi alla **standardizzazione** che instaura un rapporto di proporzionalità tra la popolazione presa in esame e ed una popolazione standard di 100.000 abitanti per il relativo calcolo dell'incidenza (nuovi casi x 100.000 abitanti).

In tal modo sull'asse delle ordinate viene riportata l'**incidenza** che costituisce una misura di frequenza rapportata alla popolazione a rischio di infezione (in questo caso stabilita convenzionalmente in 100.000 abitanti).

Scardamaglio A.

## Oltre i valori assoluti



Scardamaglio A.

## Modelli di «curve fits»

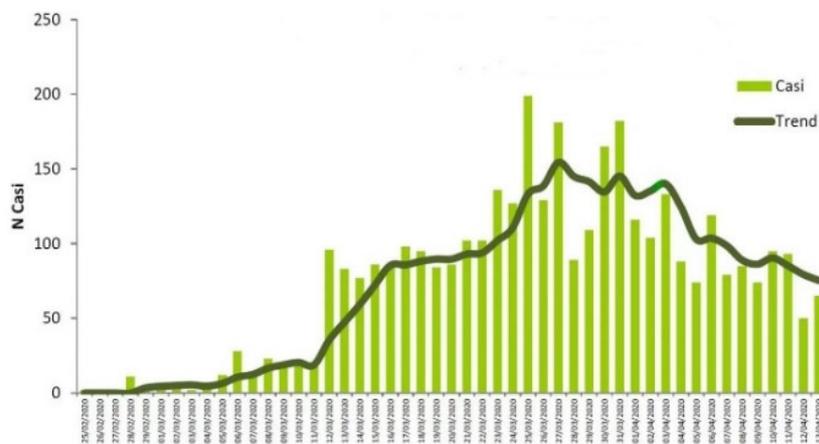
La curva, al fine di rappresentare al meglio il fenomeno che descrive, può essere idoneamente adattata (*fitting*) in base a modelli di calcolo predefiniti.

Una sua prima trasformazione è quella di utilizzare il *trend* (linea di tendenza) sovrastante le barre. Il risultato che ne deriva rappresenta il *fit* curvilineo più naturale e intuitivo (facilmente implementabile nei grafici Excel®).

Tale raffigurazione, ottenuta attraverso l'utilizzo di dati assoluti o standardizzati, costituisce a tutt'oggi un efficace metodo di monitoraggio se associato ad una attenta sorveglianza sanitaria del territorio sottoposto a pubblica tutela.

Scardamaglio A.

### Trend fit

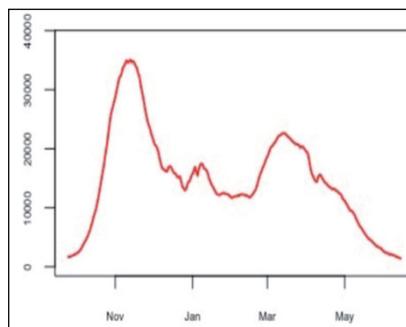
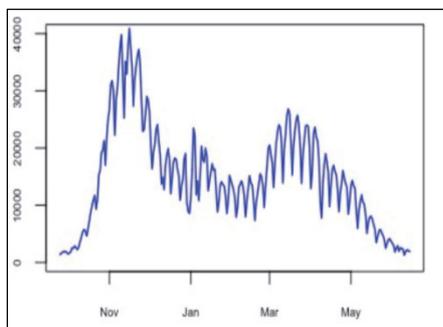


Scardamaglio A.

### Fit delle medie mobili

Consiste nell'utilizzo di curve che permettono il raffronto tra le rilevazioni giornaliere e le loro medie mobili settimanali.

Tale procedura consente di evidenziare la presenza di componenti cicliche infrasettimanali generate dai ritmi lavorativi dei servizi sanitari e dei laboratori, ovvero, dei servizi di rilevazione e di analisi statistica dei dati raccolti.



Scardamaglio A.

## Modelli matematici

La modellizzazione matematica consiste in fits curvilinei parametrici largamente impiegati in ambito probabilistico.

I più utilizzati sono:

- il **modello gaussiano**
- il **modello esponenziale**
- il **modello logistico**
- il **modello S.I.R.**



Scardamaglio A.

## Il modello gaussiano

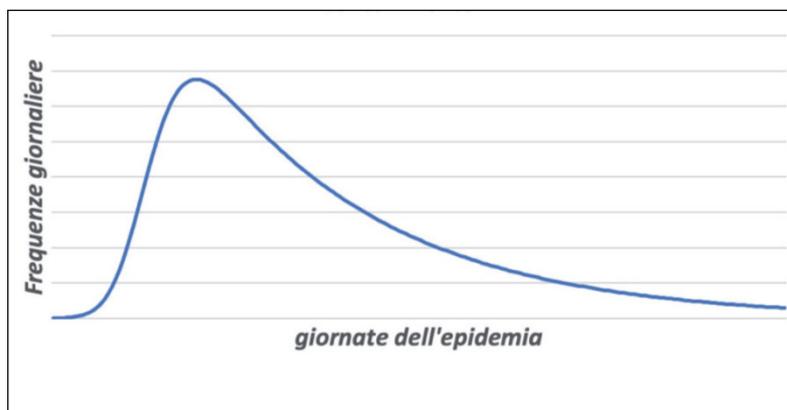
E' il più utilizzato e interpreta perfettamente l'andamento di una singola ondata partendo dall'ipotesi che la forza del contagio sia molto intensa all'inizio dell'epidemia e, successivamente, in costante e progressivo decremento.

L'andamento della curva è asimmetrico, con una fase crescente che consente di raggiungere il massimo dei contagi abbastanza velocemente. Segue poi una fase di decrescita più lenta e con una coda di abbattimento della frequenza giornaliera dei positivi relativamente lunga.

Questo comportamento è piuttosto comune e corrisponde a quanto riscontrato anche nella prima ondata dell'epidemia da SARS-CoV-2.

Scardamaglio A.

## Il modello gaussiano



Scardamaglio A.

## Modello esponenziale e logistico

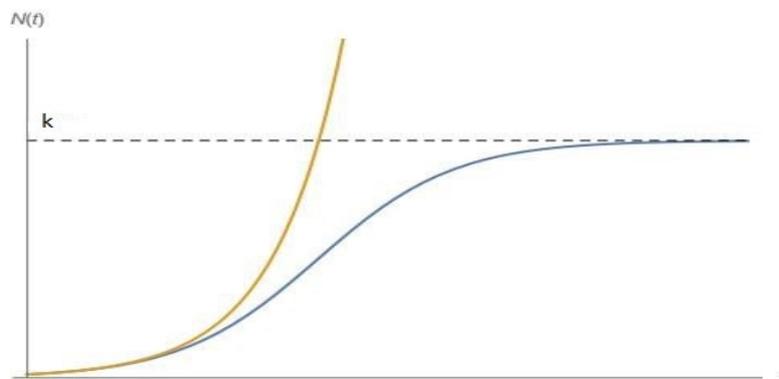
La crescita esponenziale è caratterizzata da un tempo di raddoppio dei casi positivi determinato dalla base numerica di progressione (capacità di infettare del contagiato).

Allorché il numero degli infetti diventa abbastanza grande, la disponibilità di persone sane da infettare all'interno della popolazione tende a diminuire rendendo progressivamente improbabile l'evento contagio.

La base numerica di progressione tende quindi ad assumere un valore costante  $k$  che cambia la natura della crescita esponenziale in favore della crescita logistica caratterizzata dal raggiungimento di una sorta di stato di equilibrio (nella rappresentazione grafica è indicato dall'asintoto ottenuto per un tempo  $t$  infinitamente grande).

Scardamaglio A.

## Modello esponenziale e logistico

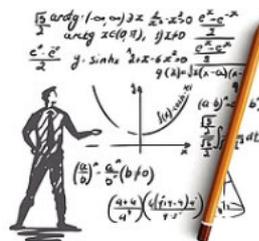


Scardamaglio A.

## Modello S.I.R.

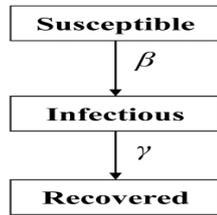
Il modello S.I.R. acronimo di Susceptible-Infected-Recovered (Suscettibili-Infetti-Recuperati) consiste in un modello matematico computazionale che utilizza equazioni differenziali e altre risorse dell'analisi matematica.

E' basato su parametri capaci di rappresentare con ragionevole precisione sia l'andamento che la diffusione delle epidemie.



Scardamaglio A.

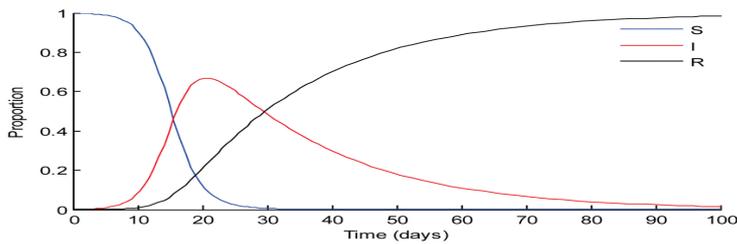
## Modello S.I.R.



$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$



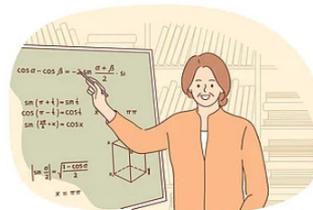
Scardamaglio A.

## Modelli matematici avanzati

L'utilizzo della modellizzazione matematica avanzata costituisce un secondo livello di interpretazione della progressione epidemica.

Il suo scopo è quello di comprendere se un andamento epidemico multimodale, caratterizzato da una curva che mostra un susseguirsi di picchi, sia dovuto:

- 1) alla somma di diverse ondate singole e indipendenti;
- 2) ovvero, a un singolo fattore determinante manifestatosi con differenti intensità.



Scardamaglio A.

## Modelli matematici avanzati

I modelli matematici avanzati si basano sull'impiego di curve i cui parametri vengono ottenuti utilizzando la procedura di stima dei minimi quadrati non lineari implementata nel software di elaborazione.

Una volta eseguito il fit della prima curva, i suoi valori vengono calcolati in corrispondenza di tutto il periodo di monitoraggio.

Successivamente vengono sottratti a partire dall'origine stimata della seconda *poussée* in modo da poterla modellizzare sul residuo di quella precedente.



Scardamaglio A.

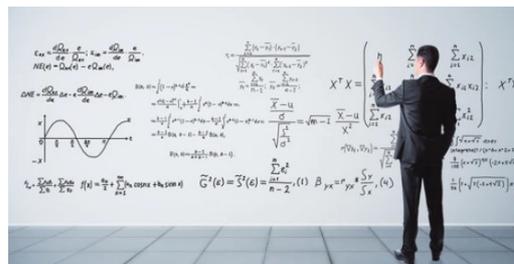


## Modelli matematici avanzati

Le curve epidemiche vengono infine modellizzate sull'andamento delle tipiche curve parametriche impiegate in ambito probabilistico.

Si considerano abitualmente:

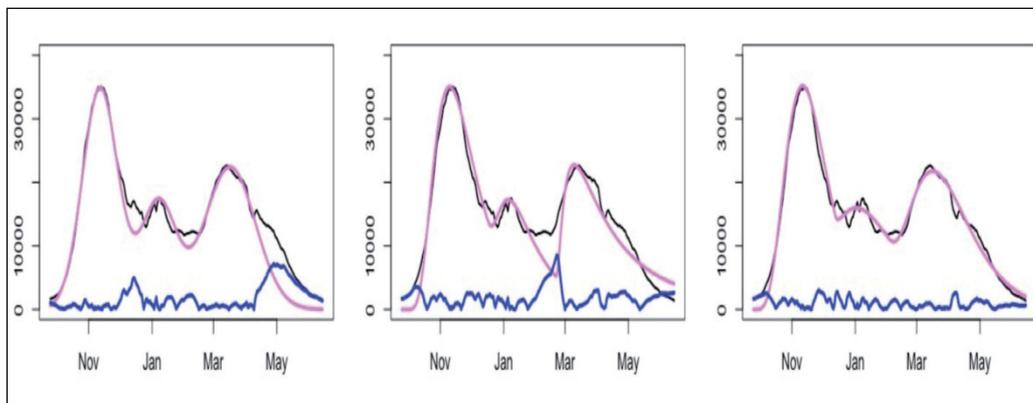
- le **curve gaussiane (o normali)**
- le **curve log-normali**
- le **curve di tipo Gamma**



Scardamaglio A.



## I tre fits risultanti



Curva epidemica dei contagi giornalieri (linea nera), curva globale ottenuta dalla somma delle tre singole curve (linea viola) e residui assoluti (differenza tra le due curve presa sempre con segno positivo, linea blu) per i tre fit normale (a sinistra), log-normale (al centro) e Gamma (a destra).

Scardamaglio A.

*Le curve descrivono  
in modo elegante e sintetico  
i fenomeni che rappresentano*