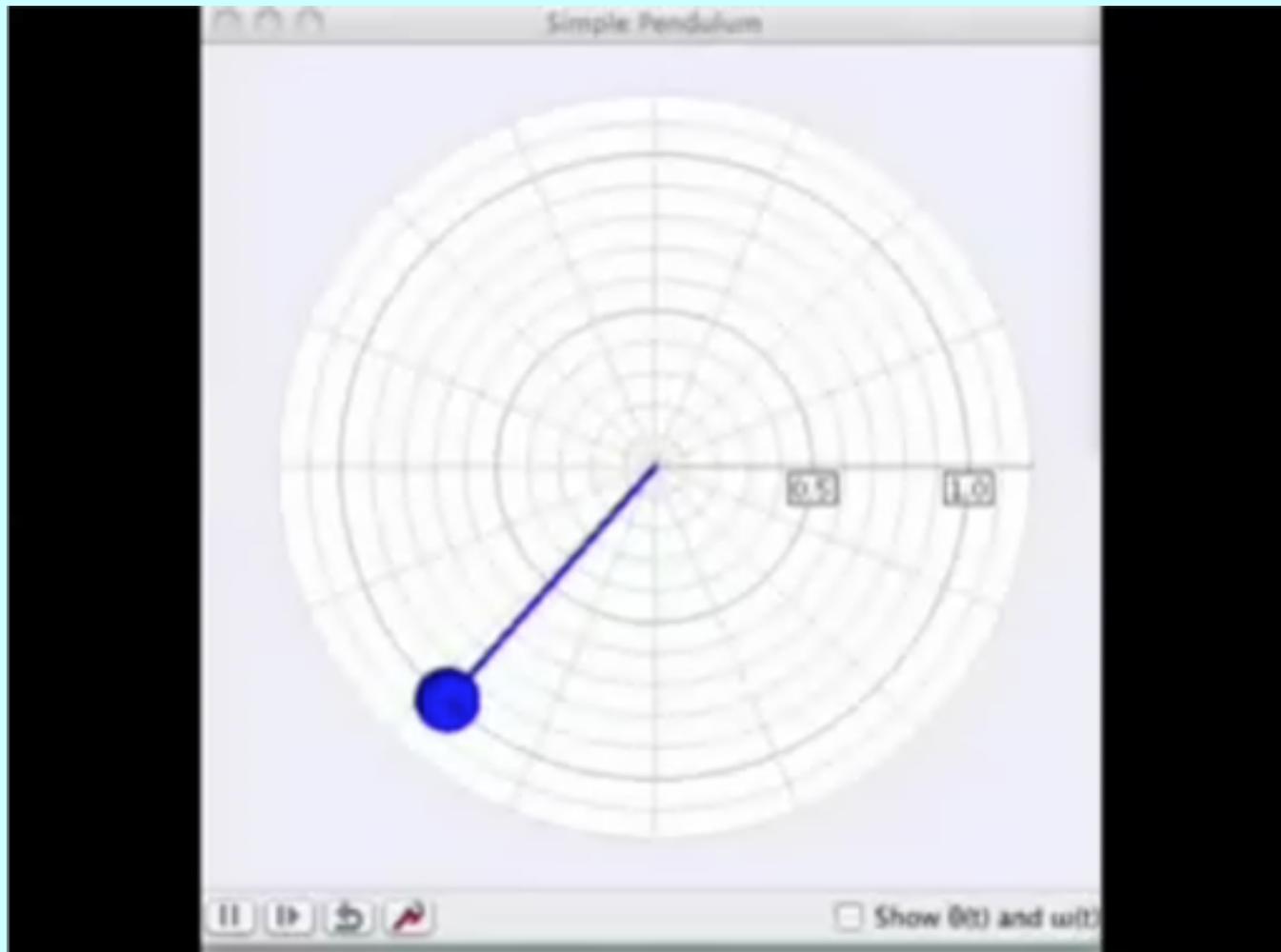


# Misura degli angoli in radianti

# Un pendolo che oscilla



# Che cosa suggerisce il video?

**Il moto del pendolo che suggerisce di cercare:**

- **una relazione fra archi e angoli al centro di una circonferenza;**
- **una nuova misura degli angoli.**

# Attività

**Completa la scheda di lavoro per cercare la relazione fra angoli al centro e archi e, quindi, una nuova misura degli angoli**

# **Che cosa hai ottenuto?**

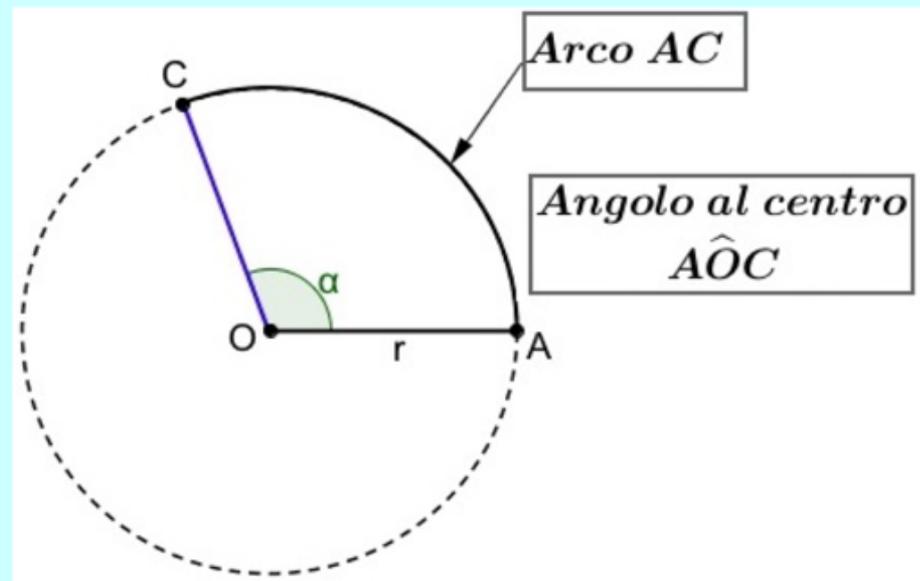
**La relazione fra angoli al centro e archi**

**La misura degli angoli in radianti**

# Relazione fra archi e angoli al centro

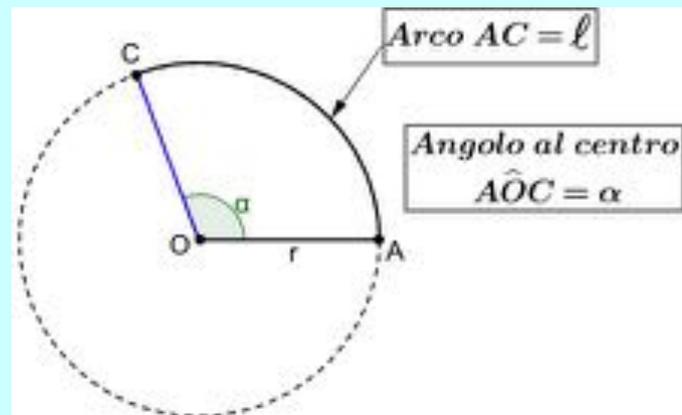
Nel tuo lavoro hai raggiunto due conclusioni:

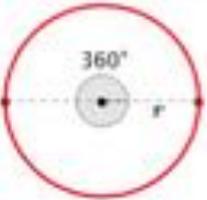
- *Se rimane fisso l'angolo al centro e varia il raggio, varia anche l'arco, ma il rapporto fra arco e raggio non cambia.*
- *Se rimane fisso il raggio e varia l'angolo al centro, varia anche il rapporto fra arco e raggio, che dipende quindi solo dall'angolo al centro.*



# Relazione fra archi e angoli al centro

Archi e angoli al centro sono direttamente proporzionali perché al dimezzare dell'uno dimezza anche l'altro.



Arco di circonferenza	Lunghezza dell'arco $\ell$	Angolo al centro $\alpha$
	$2\pi r$	$360^\circ$
	$\pi r$	$180^\circ$
	$\frac{\pi}{2} r$	$90^\circ$

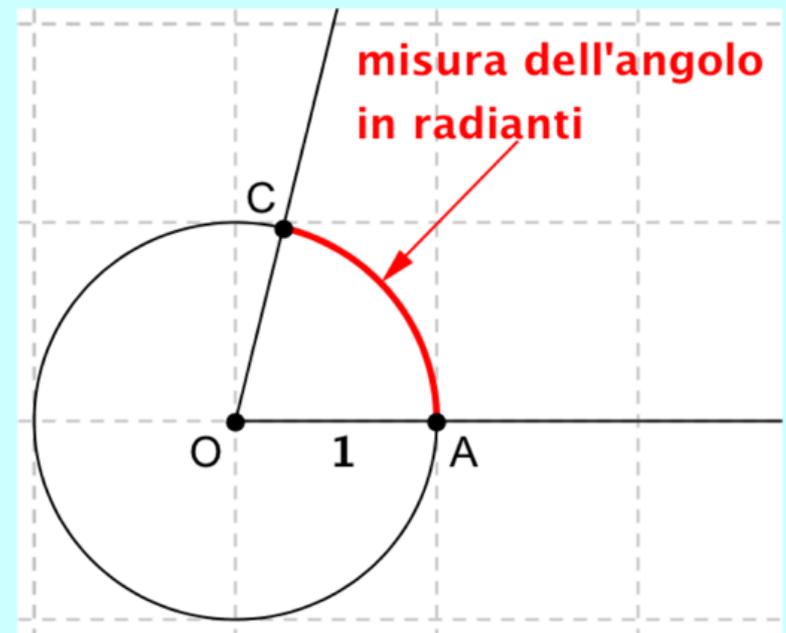
$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ}$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{\ell}{r} = \alpha^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

# Misura di un angolo in radianti

Dato un angolo di vertice  $O$ , traccia una circonferenza di centro  $O$ , che interseca i lati dell'angolo in  $A$  e  $C$ . Si chiama *misura dell'angolo  $AOC$  in radianti* il rapporto fra l'arco  $AC$  e il raggio.

Se  $r = 1$ , la lunghezza dell'arco è la misura in radianti dell'angolo.

L'animazione seguente illustra la relazione fra misura in gradi e in radianti.



# Radianti in movimento



# Da gradi a radianti

$$\alpha_r = \alpha^\circ \cdot \frac{\pi}{180}$$

La misura  $\alpha_r$  di un angolo in radianti, a partire dalla sua misura in gradi  $\alpha^\circ$ , si esprime:

- *in modo esatto* con una frazione di  $\pi$ ;
- *in modo approssimato* con il numero decimale che approssima la frazione di  $\pi$ .

## Esempio

$$\alpha^\circ = 65^\circ \Rightarrow \alpha_r = 65^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \begin{cases} = \frac{13}{36}\pi \\ \cong 1,134 \end{cases}$$

# Da radianti a gradi

$$\alpha^{\circ} = \alpha_r \cdot \frac{180^{\circ}}{\pi}$$

Quando si calcola la misura  $\alpha^{\circ}$  di un angolo in gradi, a partire dalla sua misura in radianti  $\alpha_r$ , si ottiene generalmente un risultato approssimato, che conviene arrotondare al grado

**Esempio**

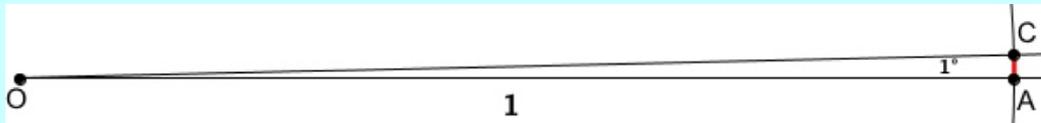
$$\alpha_r = 2 \Rightarrow \alpha^{\circ} = 2 \cdot \frac{180^{\circ}}{\pi} \cong 114^{\circ}$$

Risultato dato  
dalla calcolatrice

114.59155902616465

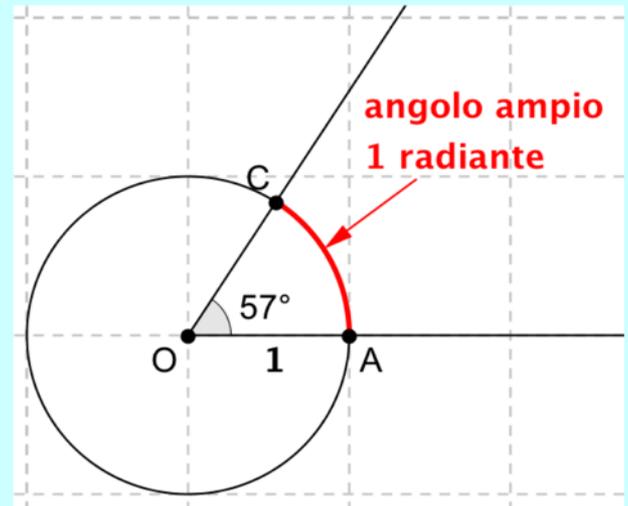
# Confronto gradi - radianti

Un angolo ampio  $1^\circ$  è molto piccolo



$$1^\circ \approx 0,017 \text{ radianti}$$

Un angolo ampio 1 radiante è grande



$$1 \text{ radiante} \approx 57^\circ$$

# Gradi e radianti in casi semplici

angolo in gradi	angolo in radianti
$360^\circ$	$2\pi$
$180^\circ = \frac{360^\circ}{2}$	$\frac{2\pi}{2} = \pi$
$90^\circ = \frac{180^\circ}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$45^\circ = \frac{180^\circ}{4}$	$\frac{\pi}{4}$
$18^\circ = \frac{180^\circ}{10}$	$\frac{\pi}{10}$

angolo in gradi	angolo in radianti
$60^\circ = \frac{180^\circ}{3}$	$\frac{\pi}{3}$
$30^\circ = \frac{180^\circ}{6}$	$\frac{\pi}{6}$
$270^\circ = 90^\circ \times 3$	$\frac{3}{2}\pi$
$240^\circ = 60^\circ \times 4$	$\frac{4}{3}\pi$
$135^\circ = 45^\circ \times 3$	$\frac{3}{4}\pi$

# Un'applicazione della misura in radianti

**Con la misura di angoli in radianti si calcolano rapidamente:**

- **la lunghezza di un arco di circonferenza;**
- **l'area di un settore circolare**

# Lunghezza di un arco e area di un settore circolare

Ampiezza dell'angolo BOC	Lunghezza $\ell$ dell'arco BC	Area $A$ del settore circolare BOC
$\alpha_r$	$\frac{\ell}{r} = \alpha_r \Rightarrow \ell = r \cdot \alpha_r$	$\frac{A}{\pi r^2} = \frac{\alpha_r}{2\pi} \Rightarrow A = \frac{1}{2} \alpha_r r^2$
<b>ESEMPIO</b>		
$\frac{\pi}{3}$	$\ell = \frac{\pi}{3} \cdot r$	$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{3} r^2$

