

# Moto armonico e sinusoidale

# La tastiera nella musica oggi

La tastiera è un elemento importante del nostro mondo della musica.



# Una tastiera può produrre suoni di tanti strumenti diversi

# Suono e musica

**La tastiera fa entrare nel mondo della musica: un mondo che fonde competenze artistiche, tecniche e scientifiche**

**Entra ora in questo mondo con il supporto della matematica e della fisica.**

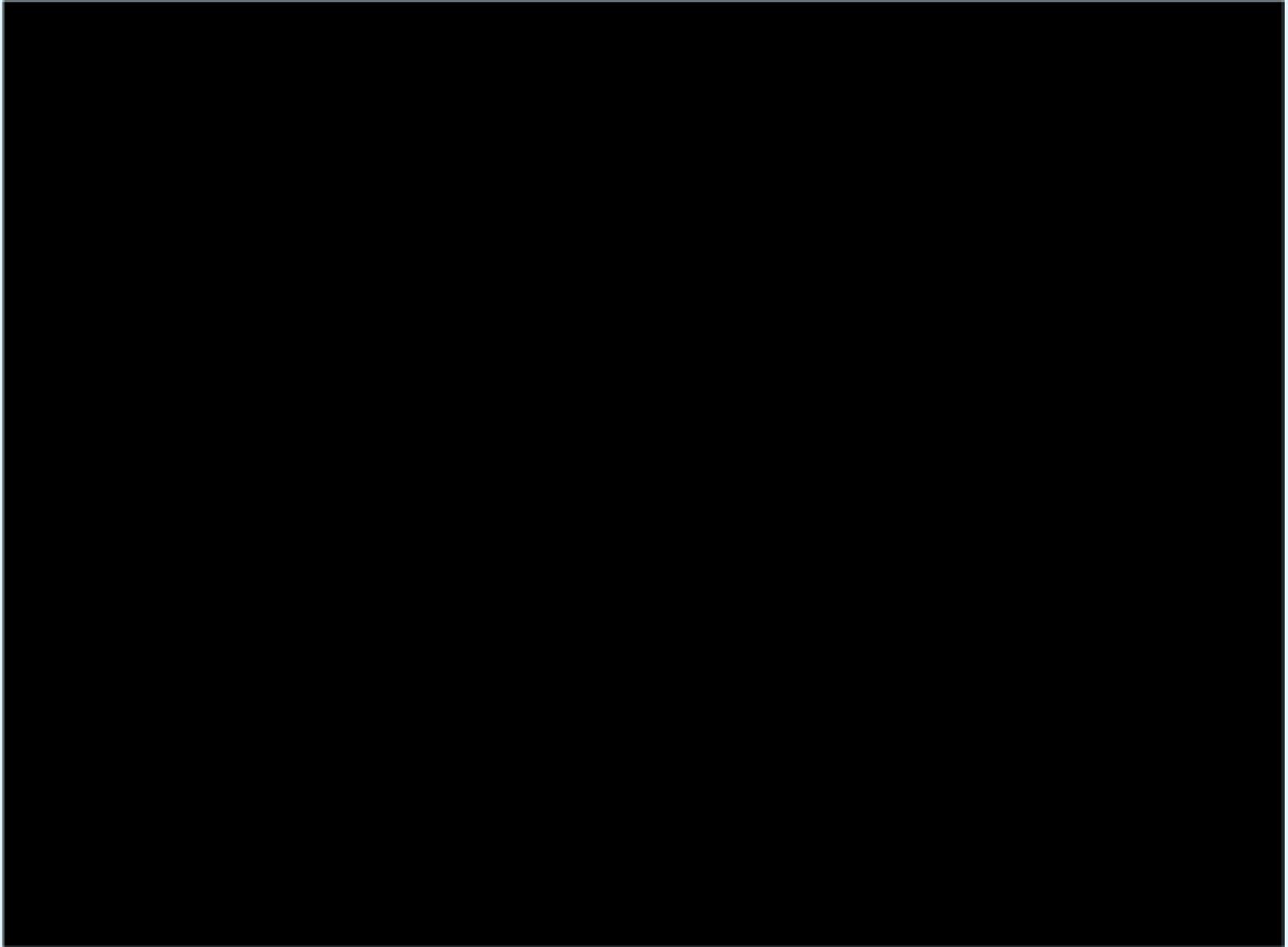
# Uno strumento semplice

Uno strumento semplice per produrre un suono: il diapason



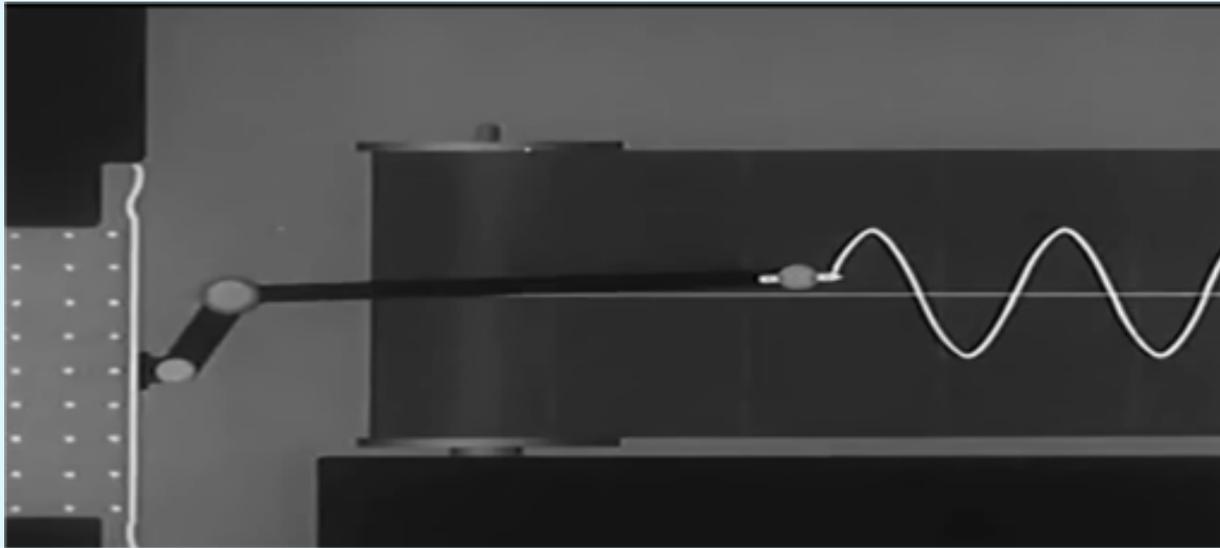
**Ecco un video per scoprire si propaga il suono prodotto da un diapason.**

# Il suono del diapason si propaga



# Il suono del diapason si propaga

Una particella d'aria raggiunta dal suono del diapason si muove con un particolare moto periodico: il moto armonico



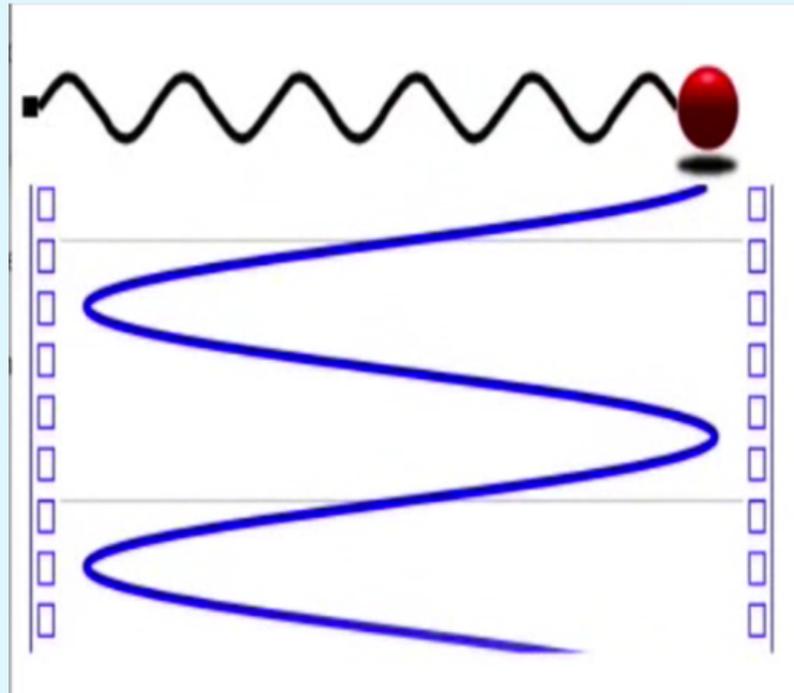
**Ecco ora alcune idee essenziali sul moto armonico e la sua legge.**

# Il moto armonico

**Che cosa  
hanno in  
comune  
questi tre  
movimenti?**

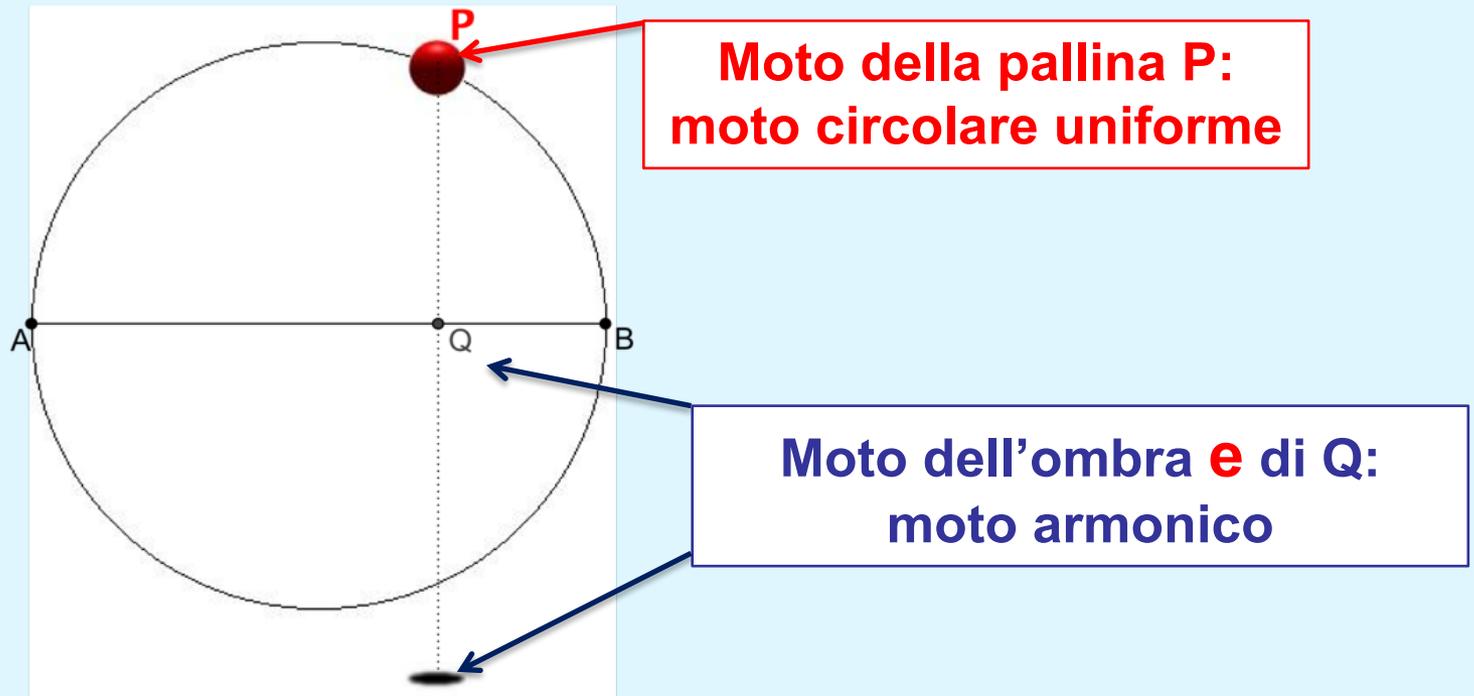
# Il moto armonico

L'ombra della pallina spinta da una molla ricorda il movimento di una particella d'aria raggiunta dal suono del diapason.



# Il moto armonico

L'ombra della pallina che si muove di moto circolare uniforme, richiama una classica definizione fisica:  
*il moto armonico è la proiezione di un moto circolare uniforme su un diametro della circonferenza.*

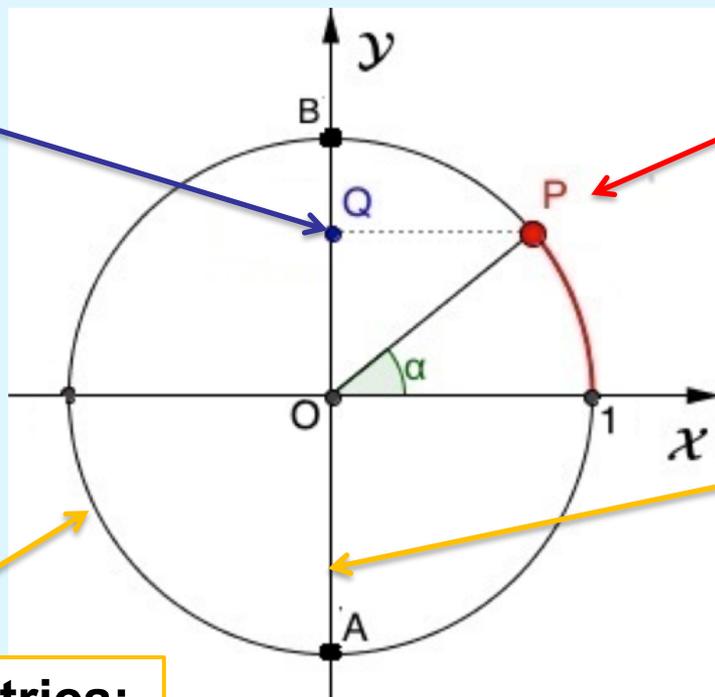


# Il grafico del moto armonico

**Moto di Q:  
moto armonico**

**Moto di P:  
moto circolare  
uniforme**

**Proietto P sul  
diametro AB**



**Circonferenza goniometrica:**  
- in un riferimento  $Oxy$ ;  
- centro  $O$ ;  
- raggio lungo  $1$ ;

# Il grafico del moto armonico

**Per proseguire è importante ricordare:**

- ***in matematica***, la misura di un angolo in radianti;
- ***in fisica***, la velocità angolare di un moto circolare uniforme.

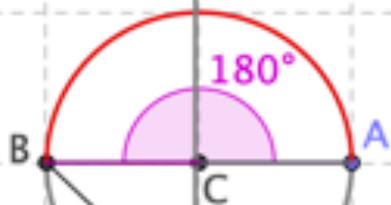
# Misura di un angolo in radianti



# Misura di un angolo in radianti

Misura  $\alpha_r$  dell'angolo ACB in radianti

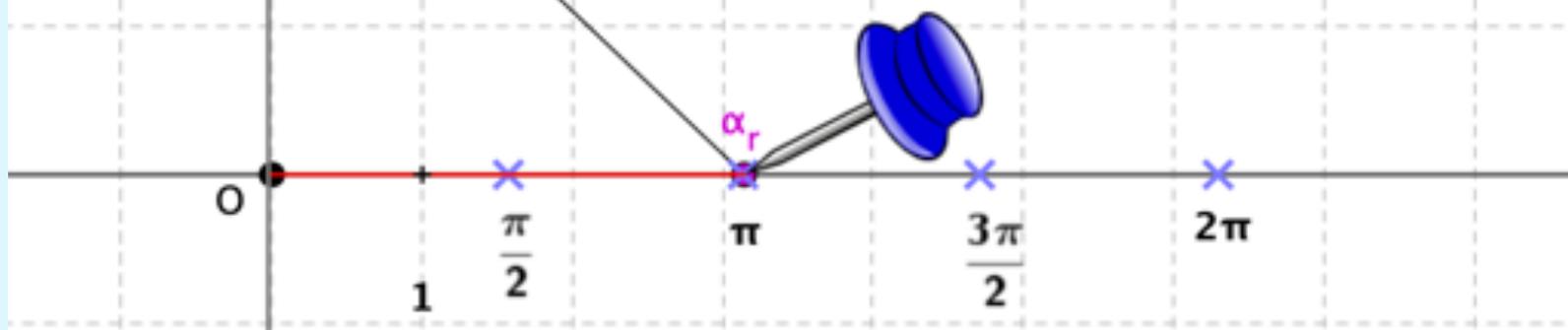
Il raggio della circonferenza é lungo 1



$\alpha_r = \text{lunghezza dell'arco AB}$

angolo in gradi  $\alpha^\circ = 180^\circ$

angolo in radianti  $\alpha_r = \pi$



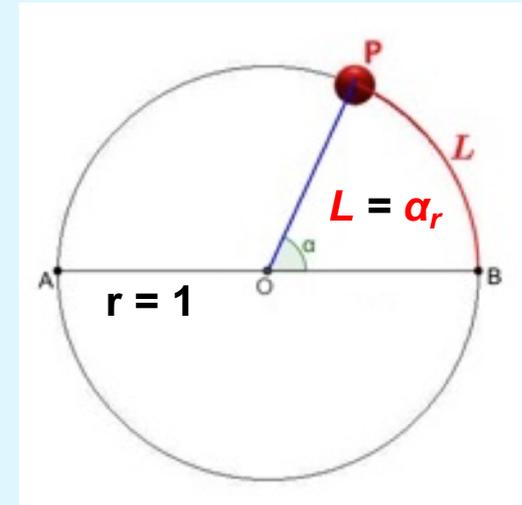
# Velocità angolare del moto circolare uniforme

La pallina **P** si muove di *moto circolare uniforme*.  
La *velocità angolare*  $\omega$  è data da.

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

misura  $\alpha_r$  dell'angolo **BOP**

tempo **t** impiegato da **OP** a spazzare l'angolo **BOP**



Calcolo rapido di  $\omega$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

misura  $2\pi$  in radianti dell'angolo di  $360^\circ$

**periodo T**, cioè tempo impiegato da **OP** a spazzare l'angolo di  $360^\circ$ , mentre **P** percorre l'intera circonferenza.

# Un caso particolare di moto circolare

$$r = 1 \text{ e } \omega = 1$$

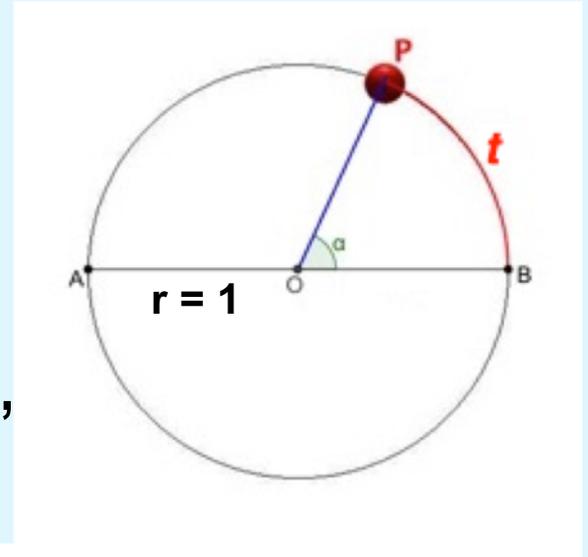
$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

$$1 = \frac{\alpha}{t} \rightarrow t = \alpha$$

OP spazza un angolo di 1 radiante in 1 secondo,  
2 radianti in 2 secondi, ...

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$1 = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = 2\pi$$



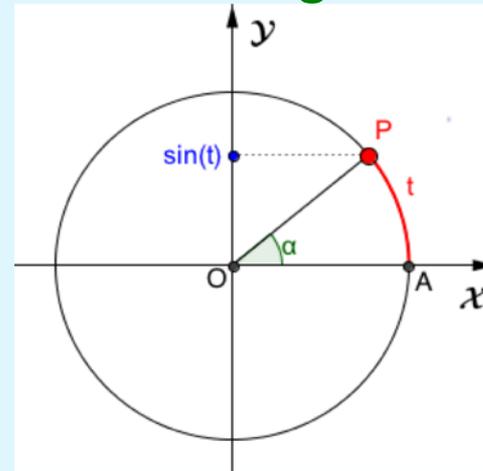
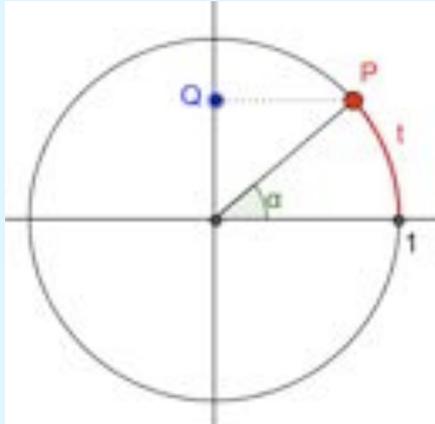
**P** percorre l'intera circonferenza nel periodo **T** =  $2\pi \approx 6,28$  secondi.

# Legge del moto armonico con $r = 1$ e $\omega = 1$

velocità angolare  $\omega = 1$

e

Circonferenza goniometrica



$$\alpha = t$$

e

Ordinata  $d$  del punto Q è  
 $d = \sin(\alpha)$

**Legge del moto armonico**

L'ordinata  $d$  di Q varia al variare del tempo  $t$  con la legge

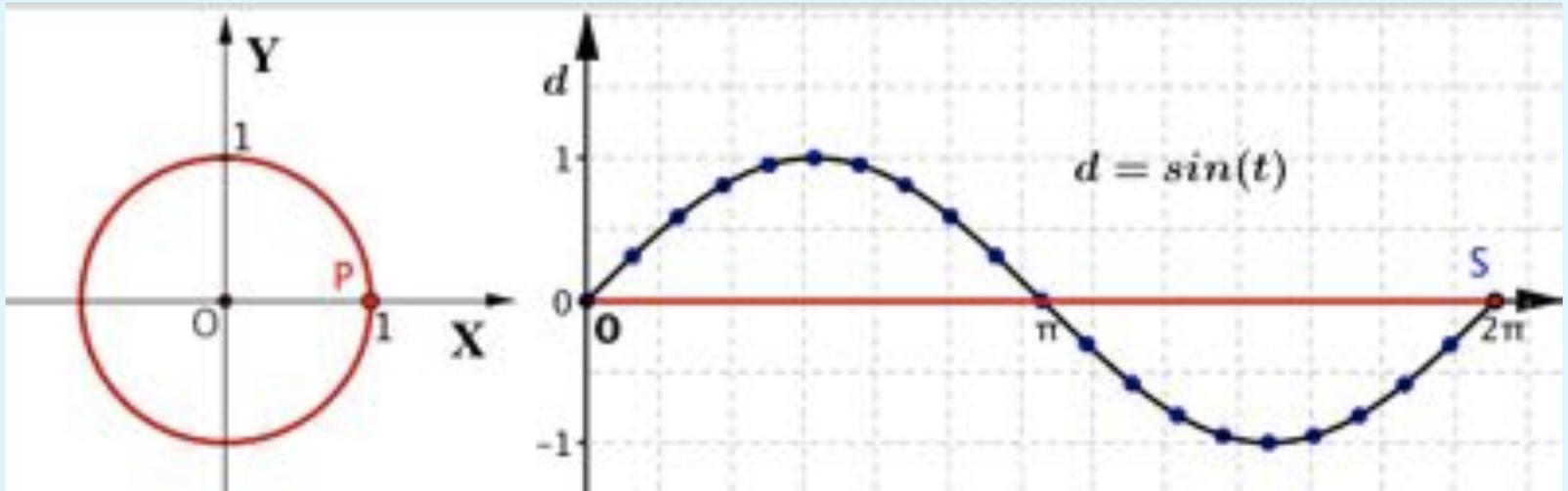
$$d = \sin(t)$$

# Grafico del moto armonico con $r = 1$ e $\omega = 1$



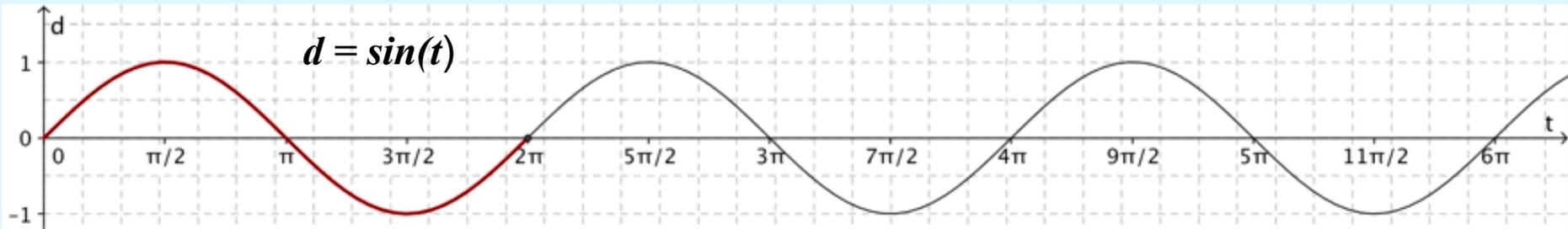
# Il grafico del moto armonico è una sinusoide

La posizione di Q varia al variare del tempo con la legge  
 **$d = \sin(t)$**



# Il movimento continua

**P** continua a girare sulla circonferenza e la sua proiezione continua a oscillare sul diametro.



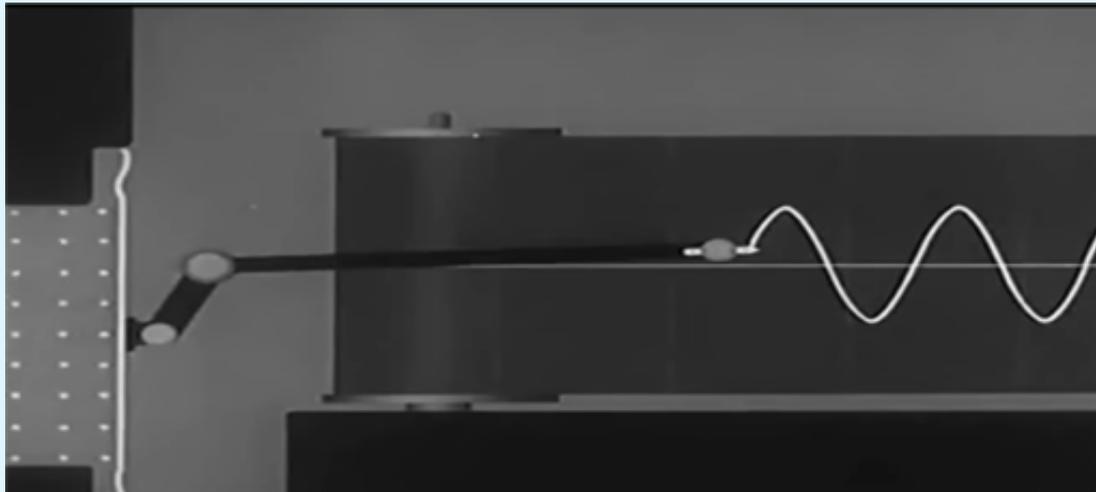
Per disegnare il grafico ripeto tante volte l'arco rosso disegnato nell'intervallo  $[0; 2\pi]$ .

**Otengo un grafico periodico con periodo  $T = 2\pi$ .**

# La legge del moto armonico descrive la propagazione del suono

Una particella d'aria raggiunta dal suono del diapason si muove con un particolare moto periodico: il moto armonico **descritto dalla legge**

$$d = \sin(t)$$



# La legge del moto armonico descrive un suono che arriva all'orecchio

Ma il suono emesso da un diapason arriva all'orecchio; il timpano, raggiunto dal suono, comincia a oscillare. Ora fisso l'attenzione sul centro O del timpano e trovo che anche O si muove di moto armonico, regolato dalla legge

$$d = \sin(t)$$
