COME SI DIFFONDONO LE EPIDEMIE

Vicenza, 5/3/2020

Maria Angela Chimetto

Epidemia

Si definisce epidemia (dal greco ἐπί + δήμος, lett.: sopra il popolo, sopra le persone) il diffondersi di una malattia, in genere una malattia infettiva, che colpisce quasi simultaneamente una collettività di individui, ovvero una data popolazione umana, con una ben delimitata diffusione nello spazio e nel tempo, avente la stessa origine.

Malattia infettiva

Letteralmente una malattia infettiva è una malattia determinata da agenti patogeni che entrano in contatto con un individuo. Tali agenti causali possono essere virus, batteri, funghi o miceti, elminti, muffe e protozoi. La malattia è il risultato della complessa interazione tra il sistema immunitario e l'organismo estraneo. La branca che studia tali patologie è chiamata infettivologia.

Una malattia infettiva è contagiosa se si trasmette facilmente attraverso il contatto con le persone malate o con le loro secrezioni

«*E fu questa pestilenza di maggior forza per ciò che essa dagli infermi di quella per lo comunicare insieme s'avventava a'sani, non altramenti che faccia il fuoco alle cose secche o unte quando molto gli sono avvicinate. E più avanti ancora ebbe di male: ché non solamente il parlare e l'usare cogli infermi dava a'sani infermità o cagione di comune morte, ma ancora il toccare i panni o qualunque altra cosa da quegli infermi stata tocca o adoperata pareva seco quella cotale infermità nel toccator transportare.*»

(G.Boccaccio, *Decameron*, Introduzione alla prima giornata.)

Epidemiologia

L'epidemiologia è la disciplina biomedica che studia la distribuzione e la frequenza delle malattie ed eventi di rilevanza sanitaria nella popolazione. Avvalendosi della statistica (e della biomatematica NdA), collabora con altre discipline come la medicina preventiva e clinica, la demografia, la sociologia. Si occupa di analizzare le cause, il decorso e le conseguenze delle malattie. Secondo Last et al. (1998) l'epidemiologia viene definita come:

«*Lo studio della distribuzione e dei determinanti delle situazioni o degli eventi collegati alla salute in una specifica popolazione, e l'applicazione di questo studio al controllo dei problemi di salute.*»

(Wikipedia)

Biomatematica

Si occupa dell'applicazione di metodi matematici per descrivere dal punto di vista qualitativo e quantitativo il comportamento di sistemi biologici. A tal fine il compito del biomatematico consiste nell'identificare un sistema di equazioni, il *modello matematico*, la cui soluzione sia in grado di descrivere il particolare fenomeno di interesse con l'approssimazione desiderata.

Infatti, come per la maggior parte dei problemi di matematica applicata e industriale, la profonda complessità che caratterizza gli organismi viventi e le innumerevoli relazioni esistenti tra le varie componenti di un sistema biologico, dove tutto sembra interagire con tutto, rendono impossibile descrivere il sistema nella sua interezza. È necessario quindi approssimare la realtà focalizzandosi su fenomeni specifici, introducendo sia modelli biologici sia modelli matematici capaci di descriverli.

Biomatematica

Va tuttavia tenuto presente che in biologia e in medicina risulta molto complicato ridurre la descrizione fenomenologica a poche variabili significative, come d'altronde è richiesto dalla formalizzazione matematica. Per questo motivo, probabilmente il passo più difficile nella deduzione di un modello biomatematico è proprio il primo, quello che consiste nel passare dalla descrizione dello specifico fenomeno che si vuole studiare all'identificazione delle variabili di stato considerate rappresentative del sistema e delle variabili indipendenti di cui le variabili di stato sono funzione.

http://www.treccani.it/enciclopedia/biomatematica_(Enciclopedia-Italiana)/

biomatematica

- Ecologia
- Dinamica delle popolazioni
- Epidemiologia
- Bioinformatica
- Biostatistica
- Genomica
- ….

Non solo biomatematica

I modelli utilizzati dalla biomatematica trovano spesso applicazione anche in altri contesti: per esempio i modelli che studiano la diffusione delle epidemie vengono usati anche per la diffusione delle fake news.

Definition of 'go viral'

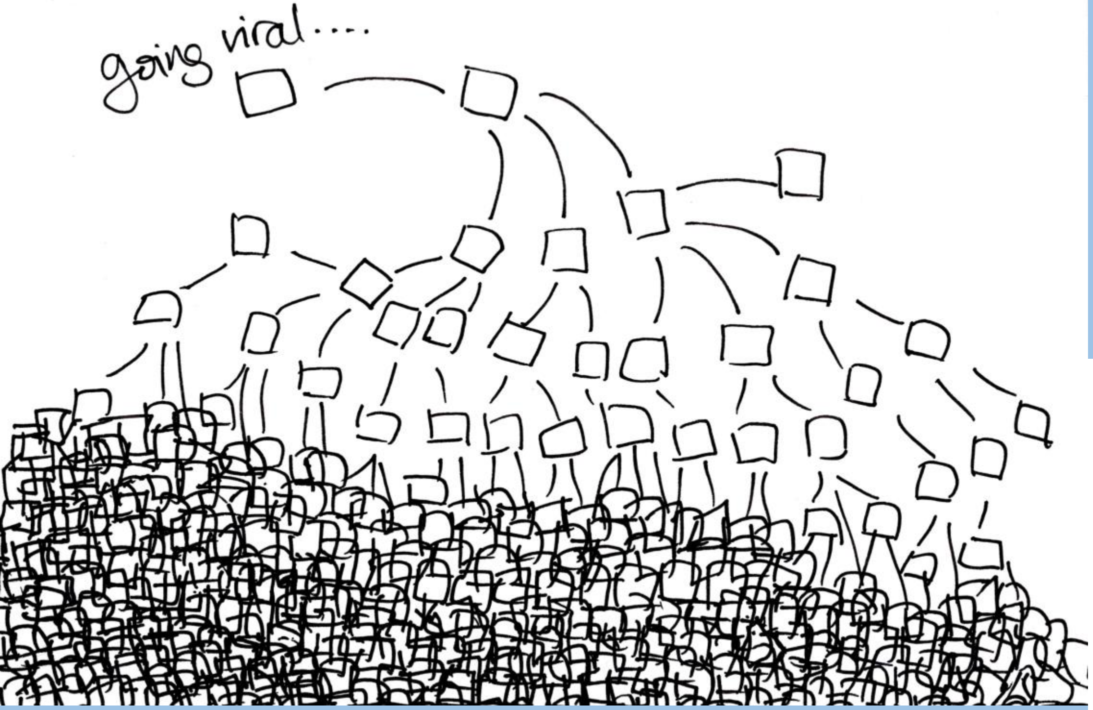
go viral

Collins COBUILD

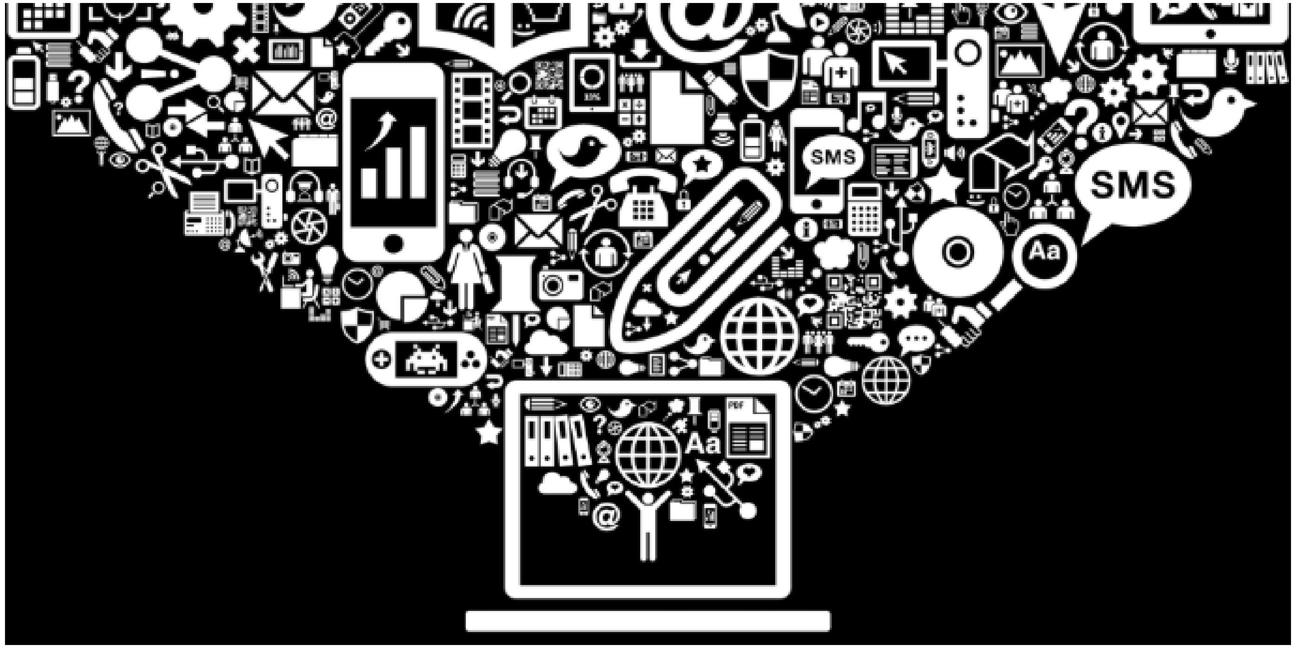
PHRASE

If a video, image, or story goes viral, it spreads quickly and widely on the Internet through social media and e-mail.

Their amazing video of the project has now gone viral with millions of views.



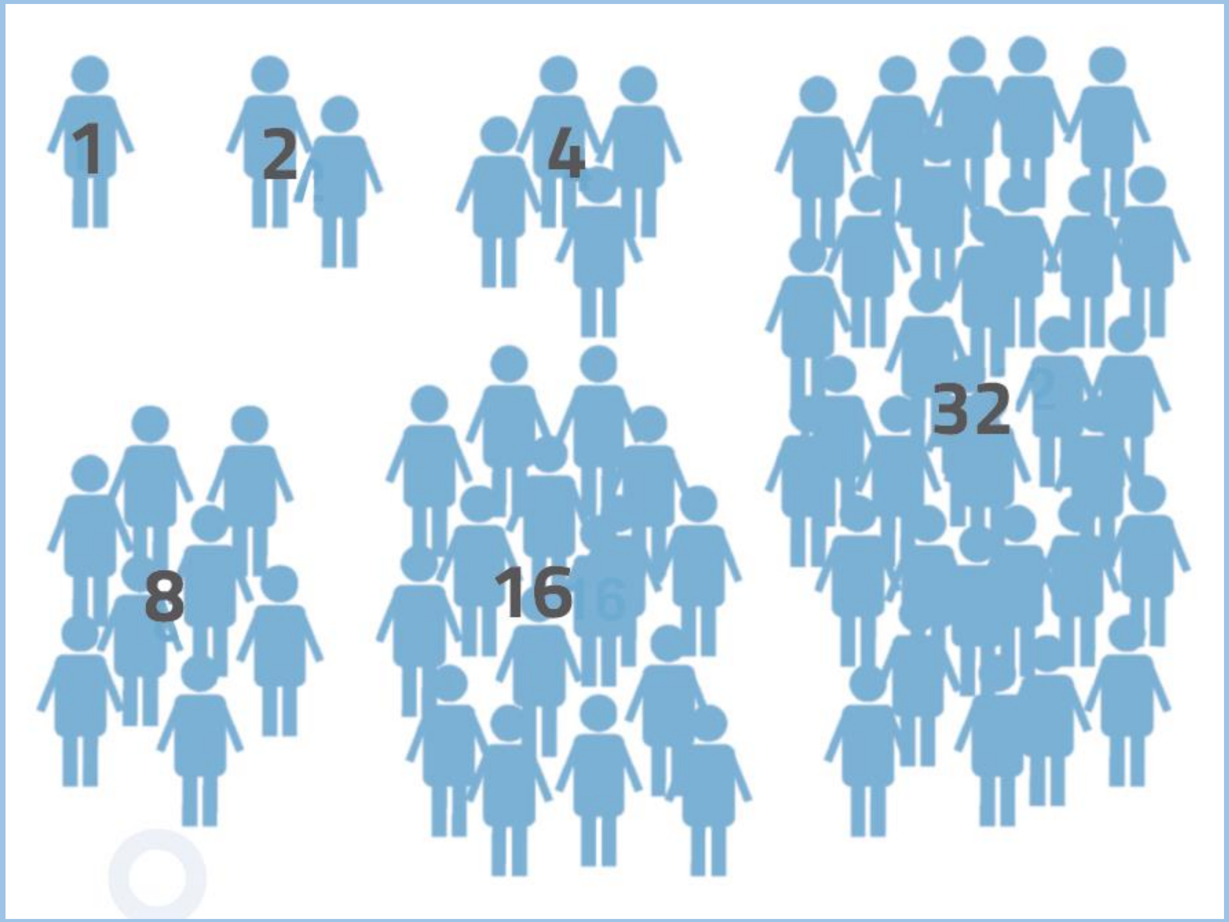
Want to know how 'Pizzagate' went viral? See for yourself.



Primi modelli per le epidemie

Daniel Bernoulli in *Nuova analisi della mortalità causata dal vaiolo e studio dei vantaggi connessi alla vaccinazione preventiva*' (1760) usa il modello esponenziale per convincere della necessità di usare i vaccini.

Modello esponenziale



Dinamica delle popolazioni: *crescita esponenziale*

Si verifica quando il tasso di crescita di una funzione matematica è **proporzionale al valore attuale** della funzione. Nel caso discreto è chiamata anche crescita geometrica o decadimento geometrico (i valori della funzione formano una progressione geometrica).

Il modello di crescita esponenziale è noto anche come Modello di Malthus. La sua equazione differenziale è la seguente:

$$\frac{dP}{dt} = rP$$

Ed ha come soluzione: $P(t) = P_0 e^{rt}$

Se $r < 0$ la popolazione tende ad estinguersi, mentre se $r > 0$ la popolazione "esplode" per tempi grandi. In quest'ultimo caso quindi il modello è estremamente irrealistico, tuttavia fornisce una buona approssimazione per tempi brevi nel caso in cui la popolazione disponga di risorse abbondanti.

Dinamica delle popolazioni: *crescita logistica*

È più adatta a descrivere la crescita di una popolazione se le risorse dell'ambiente sono limitate;
assume che il tasso di riproduzione

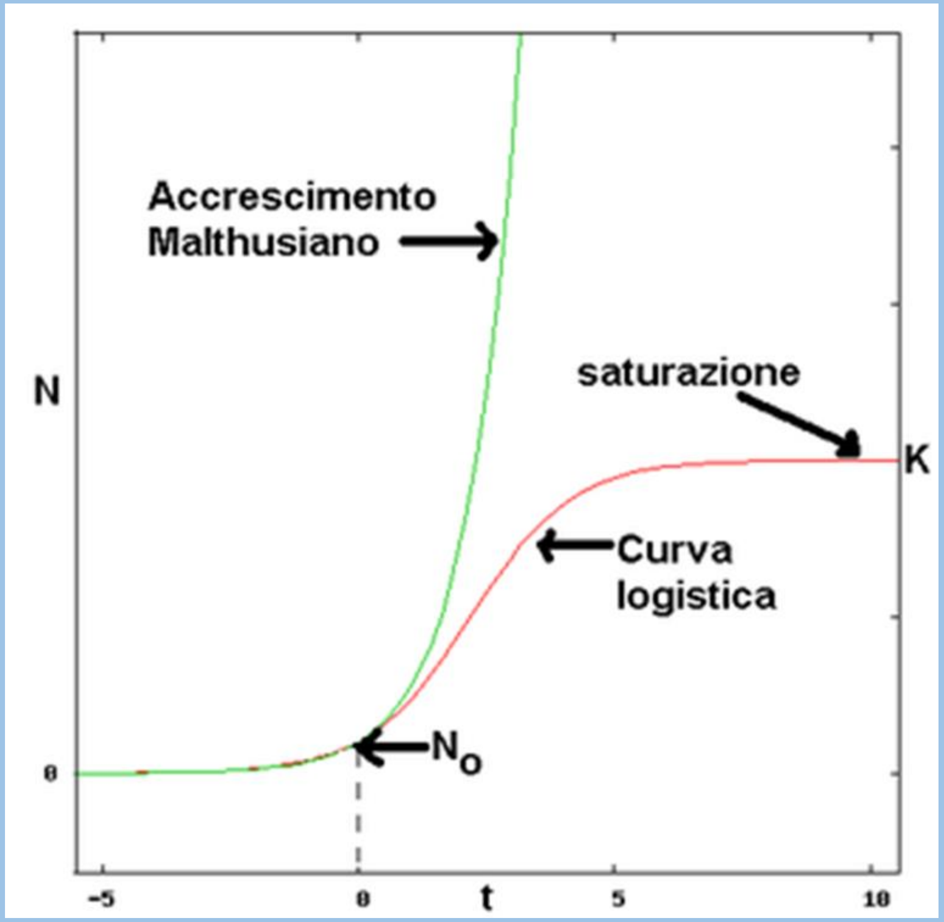
- sia proporzionale alla popolazione esistente
- sia proporzionale all'ammontare di risorse disponibili.

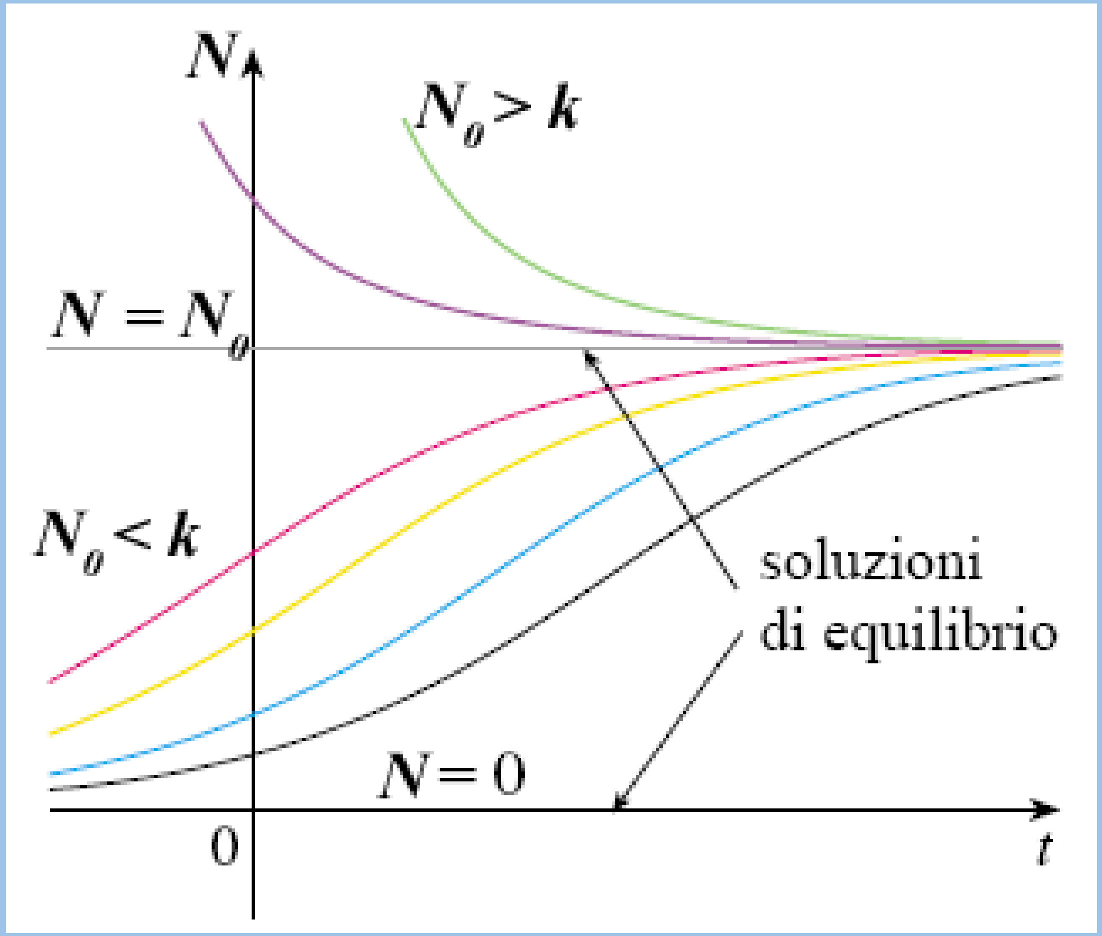
Ha equazione differenziale

$$\frac{dP}{dt} = rP\left(1 - \frac{P}{k}\right)$$

dove la costante *r* definisce il tasso di crescita e *K* il termine asintotico della popolazione (definito dalle risorse disponibili per la popolazione, noto in ecologia come "capacità portante")

Soluzione: $P(t) = \dfrac{kP_0e^{rt}}{k+P_0(e^{rt}-1)}P_0$





I modelli a compartimenti

1925 Kermack e McKendrick costruiscono un modello generale sulla diffusione delle epidemie.

Verso la fine del '900 si sviluppano altri modelli, più complessi, che usano la potenza degli attuali strumenti di calcolo.

Il modello SIR di Kermack e McKendrick

Possiamo ripartire l'intera popolazione studiata nelle seguenti **tre classi epidemiologiche**:

- **Suscettibili (S)** sono gli individui sani passibili di contagio;
- **Infetti (I)** sono gli individui malati in grado di trasmettere la malattia per contagio diretto;
- **Rimossi (R)** sono gli individui che avendo contratto la malattia sono diventati immuni oppure isolati oppure morti.

Come le epidemie…

Diversi fenomeni possono essere descritti mediante un modello epidemico, o modello di gossip:

- Il 'pettegolezzo' umano
- La diffusione dei virus
- Fenomeni naturali come l'incendio di una foresta
- Virus in ambienti informatici

- Il modello SIR è descritto dal seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} S^{'}(t) = -aS(t)I(t) \\ I^{'}(t) = aS(t)I(t) - bI(t) \\ R^{'}(t) = bI(t) \end{cases}$$

(Eq. 1) Se il contagio avviene per contatto diretto il numero di nuovi contagiati (=S') per unità di tempo, sarà proporzionale al numero di *contatti* tra individui della classe S e individui della classe I, ossia sarà proporzionale al prodotto SI.

Il coefficiente di proporzionalità *a* indica quanto facilmente si diffonde l'infezione.

- Il modello SIR è descritto dal seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} S'(t) = -aS(t)I(t) \\ I'(t) = aS(t)I(t) - bI(t) \\ R'(t) = bI(t) \end{cases}$$

(Eq. 3) Nella stessa unità di tempo vi saranno degli individui malati e quindi infettivi che guariscono. Ciò avverrà in proporzione al numero dei malati(=I); il coefficiente *b* indica quanto facilmente si guarisce.

(Eq. 2) Sempre nella stessa unità di tempo, la variazione del numero di infetti (=I’) sarà data dalla differenza del numero dei nuovi infetti con il numero di rimossi (guariti o isolati o deceduti)

Riscriviamo la seconda equazione del sistema

$$\begin{cases} S'(t) = -aS(t)I(t) \\ I'(t) = I(t)(aS(t) - b) \\ R'(t) = bI(t) \end{cases}$$

Il numero di infetti

- Aumenta (derivata positiva) se $S(t) > b/a$
- Diminuisce (derivata negativa) se $S(t) < b/a$

Il valore b/a rappresenta una **soglia** nello sviluppo dell'epidemia

Modello SIR

$$\begin{cases} S'(t) = -a\,S(t)\,I(t) \\ I'(t) = a\,S(t)\,I(t) - b\,I(t) \\ R'(t) = b\,I(t) \end{cases}$$

Suscettibili S(0)= 99

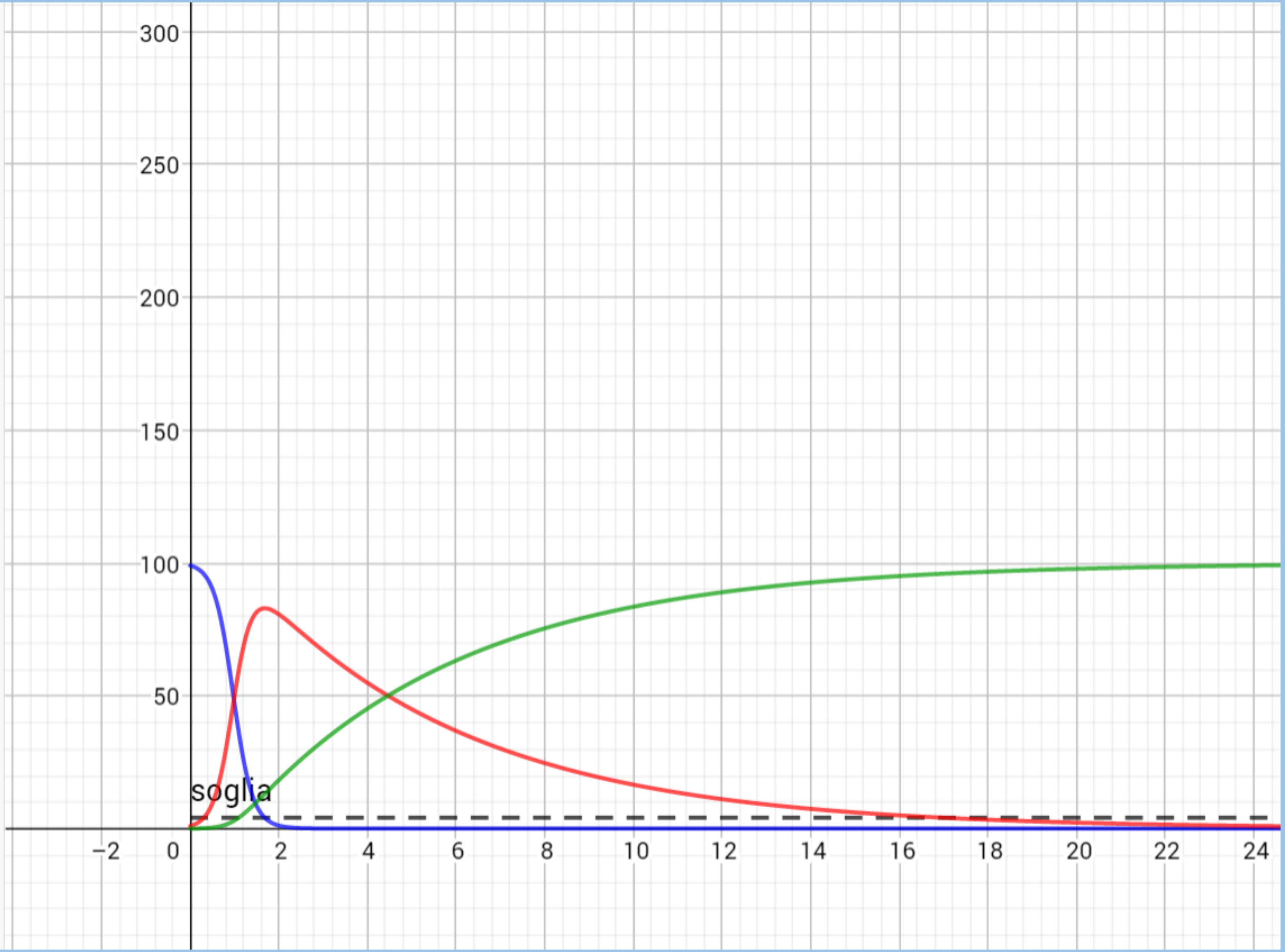
Infetti I(0)= 1

Rimossi R(0)= 0

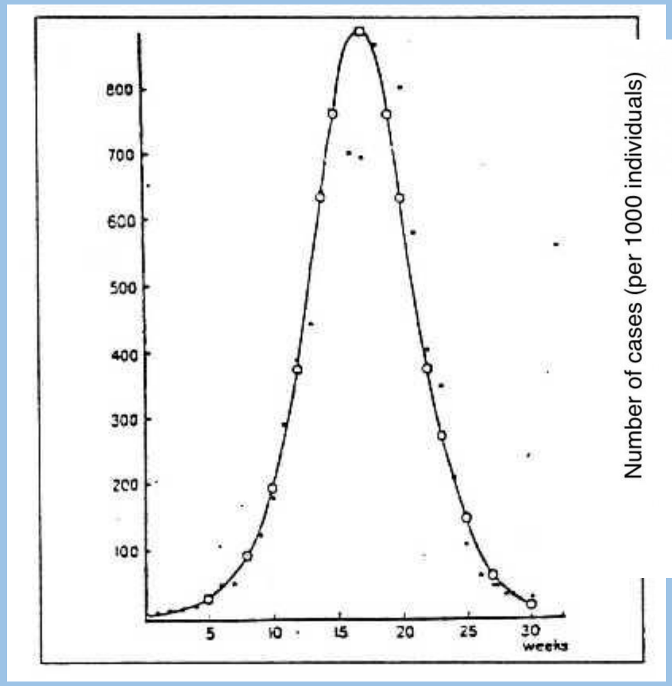
a = 0.049

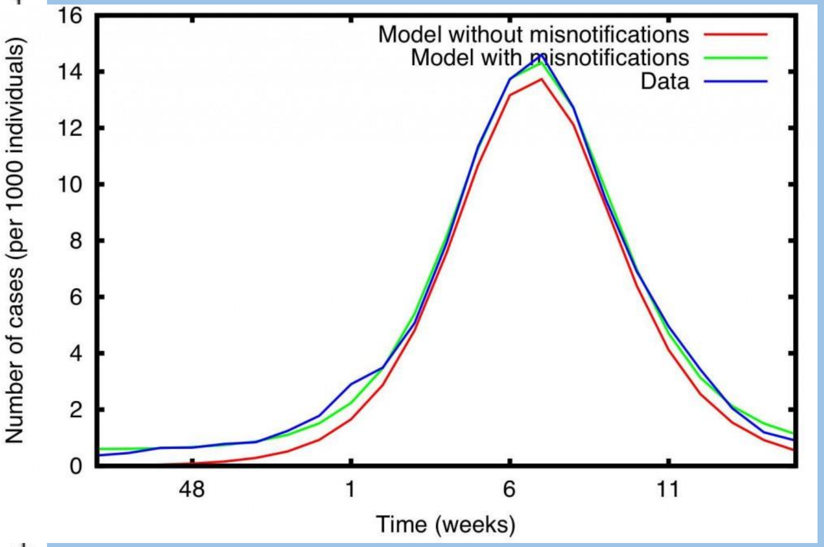
b = 0.2

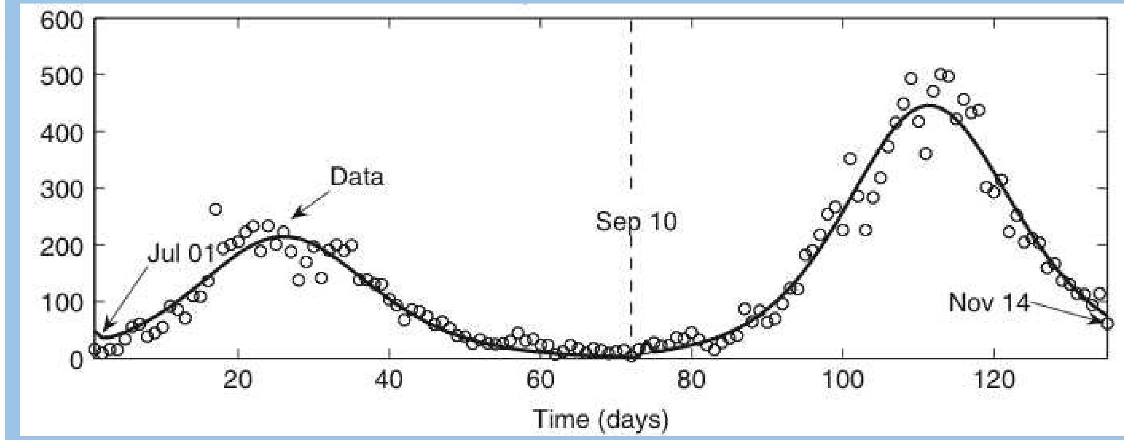
$$soglia := \frac{b}{a} = 4.0816$$



Con il modello SIR o con le sue varianti (SIS, SEIR, MSEIR…), determinando due soli parametri, la contagiosità e il tempo di guarigione, è possibile cercare di fare delle estrapolazioni e confrontarle con i dati reali. Le figure mostrano l’adattamento del modello, applicato a tre diverse epidemie: un’epidemia di peste a Bombay nel 1905, un’epidemia stagionale di influenza in Italia (stagione 2004-05), e le due ondate dell’influenza “spagnola” del 1918 a Ginevra.







Ma quali sono i fattori misurabili più importanti nell’evolvere di un’epidemia?

Grazie ai modelli matematici si è scoperto un fatto a posteriori abbastanza intuitivo. Alla base di un’infezione c’è un parametro, detto “il numero riproduttivo di base” (spesso indicato con R_0), che rappresenta il **numero medio di individui infettati da un individuo infetto**.

Per il morbillo R_0 è stimato intorno a 15. Vale a dire che, durante un’epidemia di morbillo, una persona infetta ne contagia in media altre quindici, se nessuna è vaccinata. Per la parotite, R_0 è all’incirca 10. Per il coronavirus, la stima di R_0 è intorno a 2,5.

Intuitivamente, se questo numero è inferiore a 1, allora un eventuale focolaio infettivo scompare rapidamente.

In caso contrario vi sarà un periodo di crescita esponenziale del numero di infetti, fino a che il numero dei suscettibili non è calato abbastanza da far sì che ogni infetto, non incontrando più suscettibili, finisce con infettarne in media meno di 1.

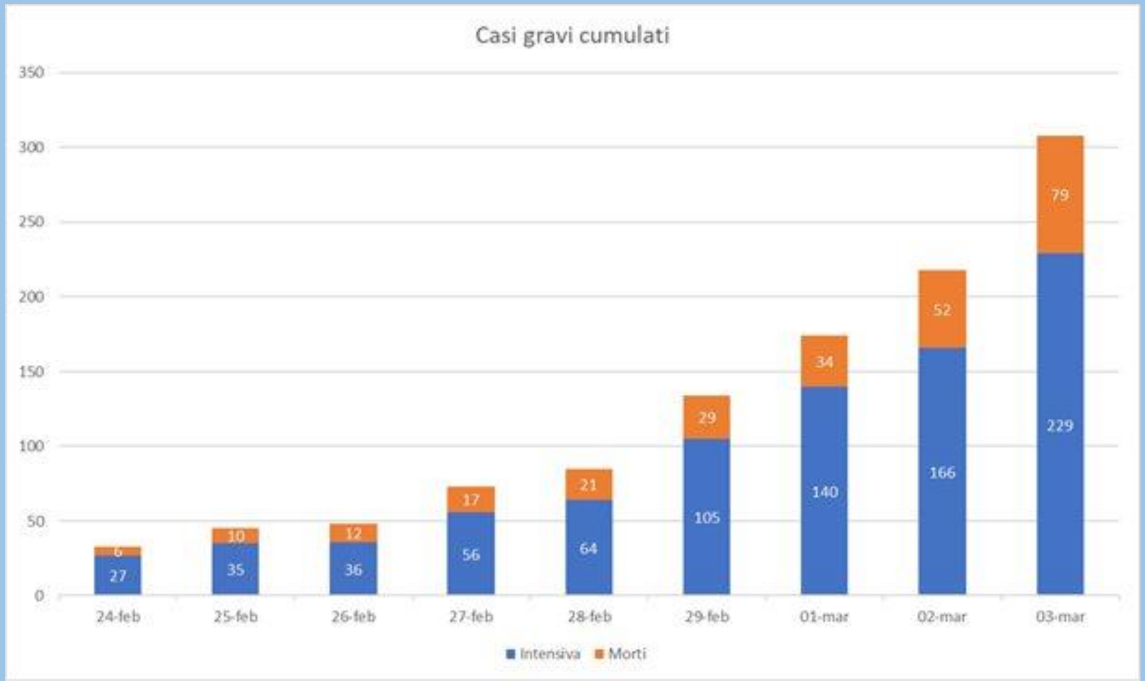
Per chiarire meglio, vediamo cosa dice Paolo Giordano nell'articolo del Corriere della Sera "*Coronavirus, la matematica del contagio che ci aiuta a ragionare in mezzo al caos*"

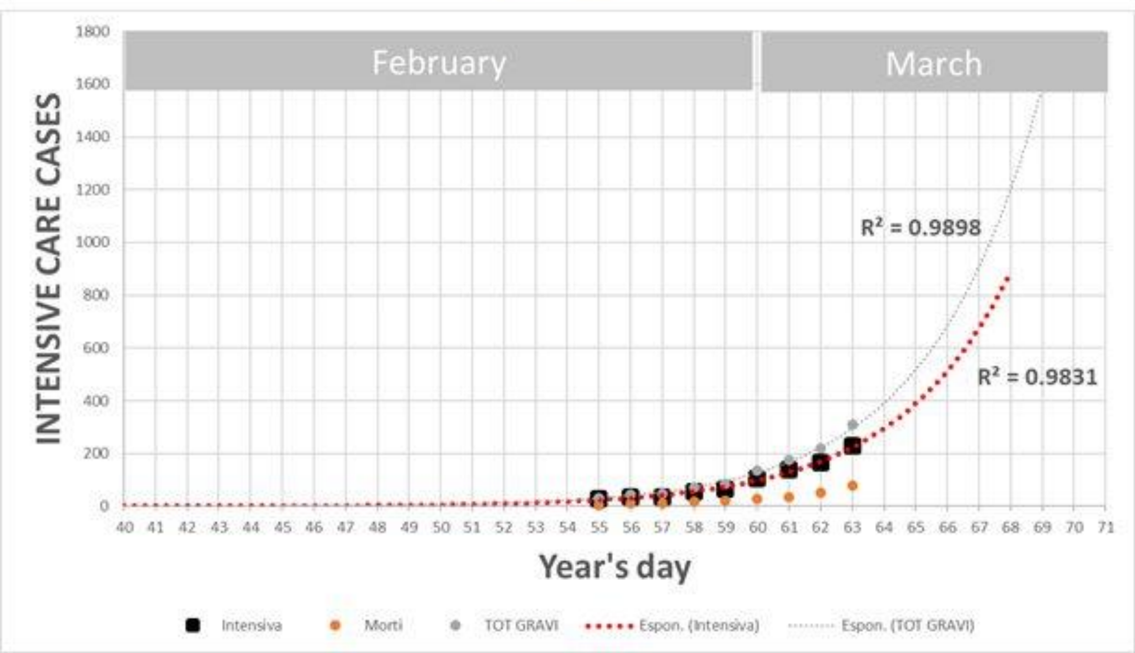
Ma per adesso non vogliamo affrettarci a stabilire se l'erre-con-zero del coronavirus sia alto o basso. C'interessa sapere, più in generale, che le cose vanno davvero bene quando Ro è inferiore a 1. Se ogni infetto non contagia almeno un'altra persona, la diffusione si arresta da sola, la malattia è un fuoco di paglia, uno scoppio a vuoto. Se, al contrario, Ro è maggiore di 1, anche di poco, siamo in presenza di un principio di epidemia.

Per visualizzarlo, basta immaginare che i contagiati siano delle biglie. Una biglia solitaria, il famigerato paziente zero, viene lanciata e ne colpisce altre due. Ognuna di queste ne colpisce altre due, che a loro volta ne colpiscono altre due a testa. Eccetera. È quella che viene chiamata una crescita esponenziale, ed è l'inizio di ogni epidemia. Nel primo periodo, sempre più persone vengono contagiate sempre più velocemente. Quanto velocemente, dipende dalla grandezza di Ro e da un'altra variabile fondamentale di questa matematica trasparente e decisiva: il tempo medio che intercorre tra quando una persona viene infettata e il momento in cui quella stessa persona ne infetta un'altra — una finestra temporale che, nel caso di Covid-19, è stimata a circa sette giorni.

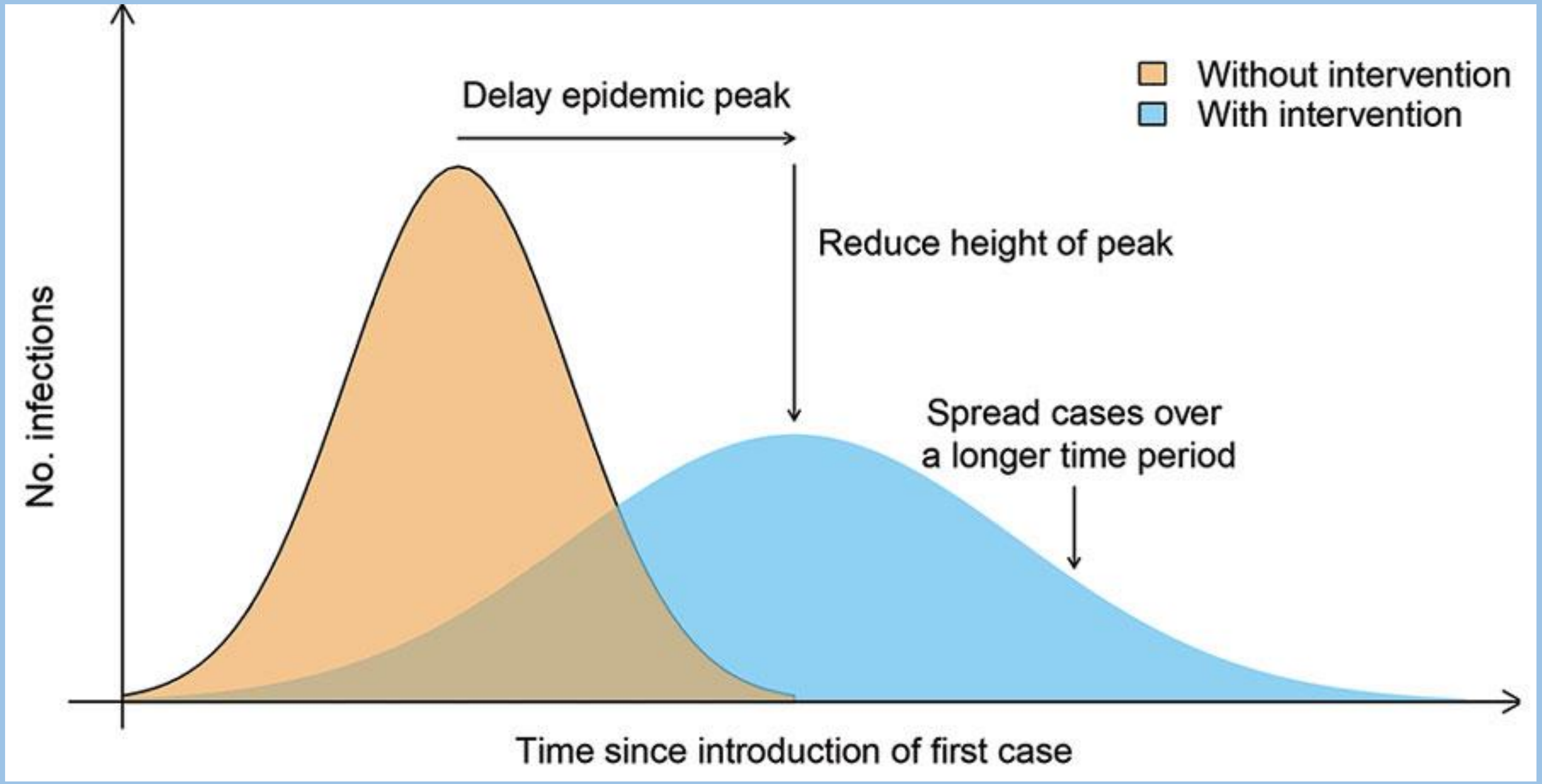
R_0 dipende dalle caratteristiche del virus, e quindi si può solo influire sul tempo medio che incorre tra quando una persona viene infettata e quando ne infetta un'altra. Nel caso del Covid19 questo si può attuare solo con procedure di isolamento.

Senza misure, almeno in fase iniziale si avrà una crescita di tipo esponenziale

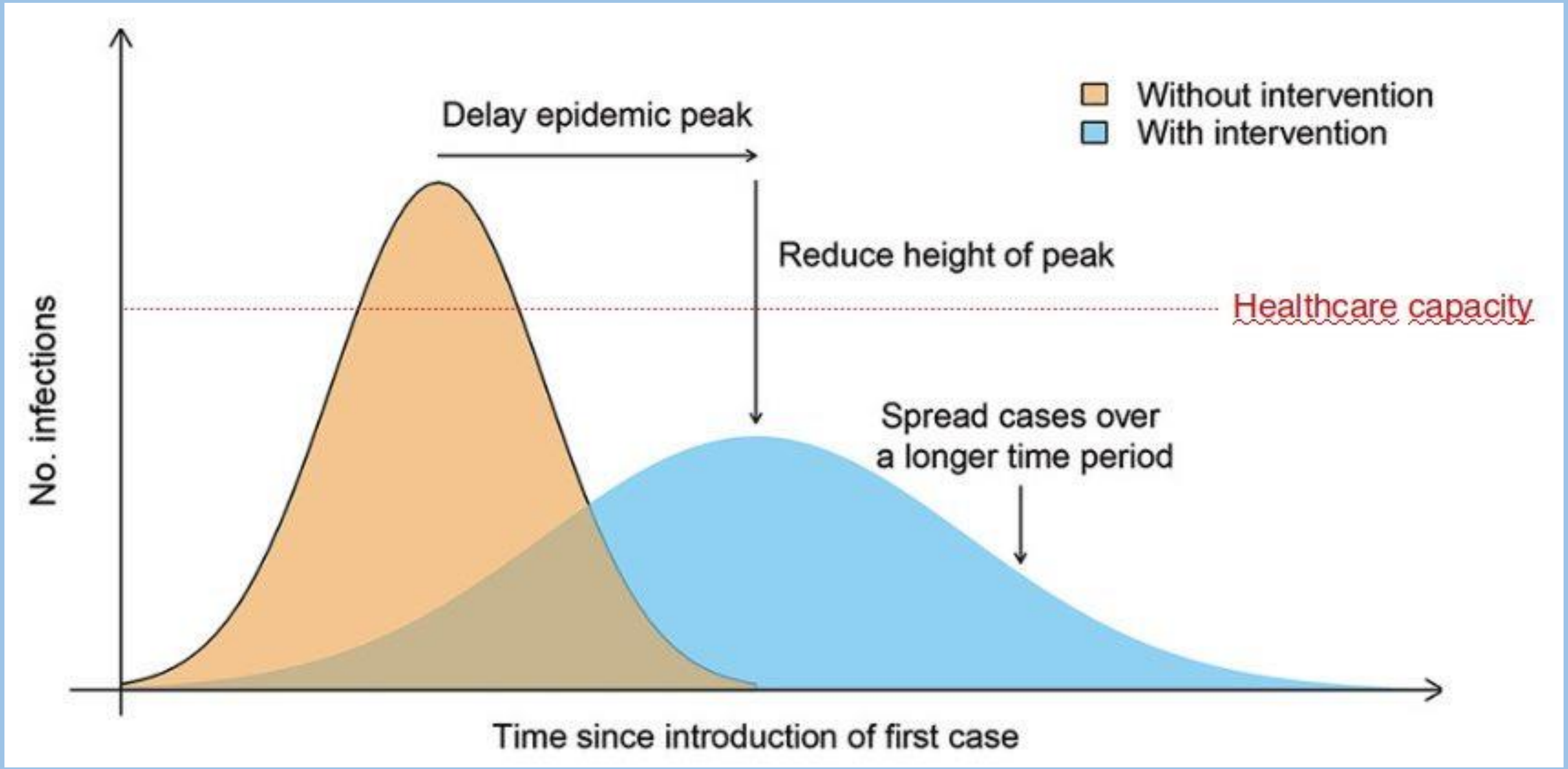




Una imagine ricorrente
"European Centre for Disease Prevention and Control. Guide to public health measures to reduce the impact of influenza pandemics in Europe: The ECDC Menu. Stockholm: The Centre; 2009."



L'immagine viene utilizzata in questa variante



Per approfondire

Divulgativo e molto semplice, in italiano

https://www.youtube.com/watch?v=gC1Y70My_iE&t=177s

in inglese, con sottotitoli anche in italiano

https://www.youtube.com/watch?v=Kas0tIxDvrg

tavola rotonda online "Epidemie e pandemie nel nuovo millennio. Cause, contrasti e conseguenze" in cui professori dell'Università di Padova analizzano il tema dal punto di vista di varie discipline: modelli matematici dal minuto 28 al minuto 48 circa

https://www.youtube.com/watch?v=I8YCinpc6ec