Dominio di una funzione. Esercizi

Funzioni algebriche del tipo $y = \frac{N}{D}$

Debbo escludere dal dominio tutti i numeri reali per cui D = 0.

Esercizio guidato

Completa il procedimento per determinare il dominio della funzione data nell'esercizio 1.

1. $y = \frac{x^2+2}{2x-4}$

Denominatore ……….= 0 per …………

il dominio è R, escluso …

Determina il dominio di ogni funzione data negli esercizi da 2 a 6.

2. $y = \frac{3}{x}$ $\quad y = \frac{2}{3x}$ $\quad y = \frac{5}{2x}$

3. $y = \frac{2}{x-1}$ $\quad y = \frac{3}{x+2}$ $\quad y = \frac{7}{4-x}$

4. $y = \frac{2}{4x-2}$ $\quad y = \frac{4}{3-2x}$ $\quad y = \frac{1}{2x+6}$

5. $y = \frac{x+1}{8-4x}$ $\quad y = \frac{3x-2}{2x+3}$ $\quad y = \frac{2x}{3x-6}$

6. $y = \frac{x^2+x}{3-2x}$ $\quad y = \frac{4x^2+3}{2x-1}$ $\quad y = \frac{4x^2-1}{6x-3}$

Esercizio guidato

Completa il procedimento per determinare il dominio della funzione assegnata nell'esercizio 7.

7. $y = \frac{x^2+2}{x^2-2x-3}$

Denominatore ………. .= 0 equazione di 2⁰ grado completa.

Calcolo $\Delta = (-2)^2 - \cdots\cdots = \cdots$ *e quindi* $x = \frac{2\pm\sqrt{\Delta}}{2}$ =……………………..

Risulta Denominatore = 0 per $x =$ ……. *e* $x =$ …….

Il dominio è R esclusi ……………………

Determina il dominio di ogni funzione data negli esercizi da 8 a 12.

8. $y = \frac{x^3+2x}{x^2+2x-3}$ $\quad y = \frac{x^4-1}{2x^2-3x+1}$

9. $y = \frac{x^3}{4x^2-4x+1}$ $\quad y = \frac{2x^2-3}{x^2+2x+1}$

10. $y = \frac{2x+5}{2x^2+3x-2}$ $\quad y = \frac{x+2}{3x^2+8x-3}$

11. $y = \frac{x^3}{x^2-1}$ $\quad y = \frac{x^3-1}{x^2+x}$

12. $y = \frac{2x^3+3x^2}{x^2-4}$ $\quad y = \frac{x^3+1}{2x^2-x}$

Esercizio guidato

Completa il procedimento per determinare il dominio della funzione assegnata nell'esercizio 13.

13. $y = \frac{x^3+2}{4x^3-x}$

Denominatore ………… .= 0 equazione di grado superiore al 2^0

Procedimento per risolvere l'equazione:

- *scompongo il polinomio in fattori al massimo di 2^0 grado*
  $4x^3 - x = \cdots(4x^2 - 1)$
- *ricordo che un prodotto vale zero se almeno uno dei fattori vale 0*

$$\ldots(4x^2-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \ldots .= 0 \\ 4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \cdots\cdots \Rightarrow x = \cdots\cdots \end{cases}$$

Risulta Denominatore = 0 per x = ……. , x = ……. oppure x = …….

Il dominio è R esclusi ….., ….. e ….. .

Determina il dominio di ogni funzione data negli esercizi da 14 a 17.

14. $y = \frac{3x}{x^3-4x}$ $\qquad y = \frac{2x+3}{x^3+3x^2}$

15. $y = \frac{x^2+3x}{x^4-1}$ $\qquad y = \frac{x}{x^3-1}$

16. $y = \frac{2x^2}{x^4-2x^2+1}$ $\qquad y = \frac{x^3+8}{x^4-5x^2+4}$

17. $y = \frac{x^2+3x}{x^4-8x^2+16}$ $\qquad y = \frac{x^3+8x^2-3}{x^3-5x^2+4x}$

Esercizio guidato

Completa il procedimento per spiegare perché le funzioni assegnate nell'esercizio 18 hanno come dominio l'insieme R dei numeri reali

18. a. $y = \frac{2x^3+4x^2-3x}{12}$ $\qquad$ **b.** $y = \frac{x^2-3x}{x^2-5x+7}$

a. *Il denominatore è un numero che non può diventare 0. Per ogni numero reale x la formula dà la corrispondente y.*

b. *Denominatore ………… .= 0 equazione di2^0 grado*

$\varDelta = 5^2 - \cdots\cdots = \cdots\cdots < 0$ *, perciò l'equazione non ha ………*

Non ci sono numeri reali da escludere dal dominio.

Spiega perché il dominio di ogni funzione data negli esercizi da 19 a 21 è l'insieme R dei numeri reali.

19. $y = \frac{x^2+3x}{x^2-x+5}$ $\qquad y = \frac{x^4+2x^2-3x+5}{20}$

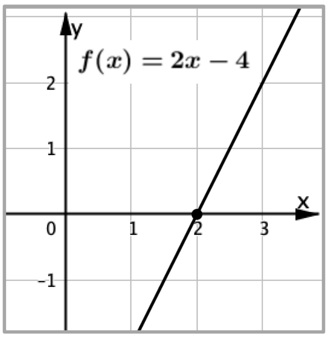
20. $y = \frac{4x^2}{x^2+5}$ $\qquad y = \frac{x^4+2x^2}{9}$

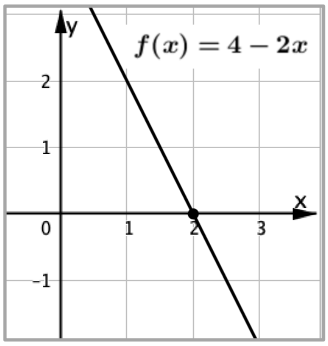
21. $y = \frac{4x^2+3x+1}{5}$ $\qquad y = \frac{x^4+2x^2}{x^4+1}$

22. Scrivi due quozienti di polinomi che hanno come dominio l'insieme dei numeri reali escluso 0.

23. Scrivi due quozienti di polinomi che hanno come dominio l'insieme dei numeri reali esclusi 0 e 2.

24. Scrivi due quozienti di polinomi che hanno come dominio l'insieme dei numeri reali.





Funzioni del tipo $y = \sqrt{f(x)}$

Il dominio è formato da tutti i numeri reali per cui risulta $f(x) \geq 0$.

Esercizio guidato

Completa il procedimento per determinare il dominio di ogni funzione data nell'esercizio 25.

25. a. $y = \sqrt{2x-4}$ **b.** $y = \sqrt{4-2x}$

a. *Studio il segno di* $f(x) = 2x - 4$

$2x - 4 = 0$ per $x = \ldots\ldots\ldots$

$2x - 4 > 0$ per $x > \ldots\ldots\ldots$

Il dominio è l'insieme dei numeri reali x, tali che $x \geq \ldots$

b. *Studio il segno di* $f(x) = 4 - 2x$

$2x - 4 = 0$ per $x = \ldots\ldots\ldots$

$2x - 4 > 0$ per $x < \ldots\ldots\ldots$

Il dominio è l'insieme dei numeri reali x, tali che $x \leq \ldots\ldots$

Determina il dominio di ogni funzione data negli esercizi da 26 a 30.

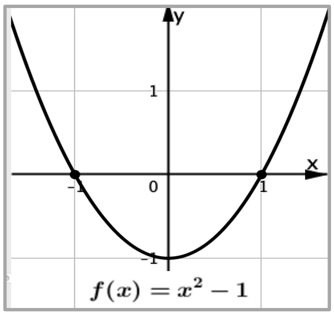
26. $y = \sqrt{x}$ $y = \sqrt{2x}$ $y = \sqrt{-2x}$

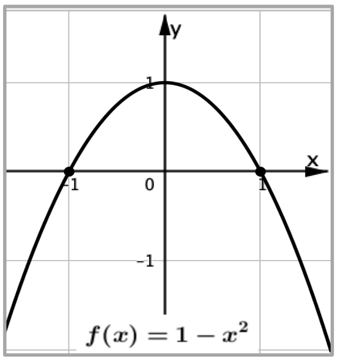
27. $y = \sqrt{x-1}$ $y = \sqrt{1-x}$ $y = \sqrt{1+x}$

28. $y = \sqrt{3-2x}$ $y = \sqrt{2x-3}$ $y = \sqrt{3x+6}$

29. $y = \sqrt{2x-1}$ $y = \sqrt{1-2x}$ $y = \sqrt{1+2x}$

30. $y = \sqrt{\frac{1}{2}x+2}$ $y = \sqrt{2-\frac{1}{2}x}$ $y = \sqrt{\frac{1}{2}x-2}$





Esercizio guidato

Completa il procedimento per determinare il dominio di ogni funzione data nell'esercizio 31.

31. a. $y = \sqrt{x^2-1}$ **b.** $y = \sqrt{1-x^2}$

a. *Studio il segno di* $f(x) = x^2 - 1$

$x^2 - 1 = 0$ *per* $x = \ldots\ldots$ *oppure* $x = \ldots\ldots$

$x^2 - 1 > 0$ *per* $x < \ldots\ldots$ *oppure* $x > \ldots\ldots$

Il dominio è l'insieme dei numeri reali x, tali che

$x \leq \ldots\ldots$ *oppure* $x \geq \ldots\ldots$

b. *Studio il segno di* $f(x) = 1 - x^2$

$1 - x^2 = 0$ *per* $x = \ldots\ldots$ *oppure* $x = \ldots\ldots$

$1 - x^2 > 0$ *per* $\ldots\ldots < x < \ldots\ldots$

Il dominio è l'insieme dei numeri reali x, tali che

$\ldots\ldots \leq x \leq \ldots\ldots$

Determina il dominio di ogni funzione data negli esercizi da 32 a 39.

32. $y = \sqrt{x^2 - 4}$ $\quad y = \sqrt{4 - x^2}$

33. $y = \sqrt{4x^2 - 1}$ $\quad y = \sqrt{1 - 4x^2}$

34. $y = \sqrt{4x^2 - 3}$ $\quad y = \sqrt{3 - 4x^2}$

35. $y = \sqrt{x - 4x^2}$ $\quad y = \sqrt{4x^2 - x}$

36. $y = \sqrt{x^2 + 3x}$ $\quad y = \sqrt{-x^2 - 3x}$

37. $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ $\quad y = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$

38. $y = \sqrt{-2x^2 + 3x - 1}$ $\quad y = \sqrt{2x^2 - 3x + 1}$

39. $y = \sqrt{3x^2 + 8x - 3}$ $\quad y = \sqrt{-3x^2 - 8x + 3}$

Esercizio guidato

Completa il procedimento per spiegare perché le funzioni assegnate nell'esercizio 40 hanno come dominio l'insieme R dei numeri reali

40. a. $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ $\quad$ **b.** $y = \sqrt{x^2 + 1}$ $\quad$ **c.** $y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$

a. $f(x) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \geq 0$ *per qualunque numero reale x.*

b. $f(x) = x^2 + 1 > 0$ *per qualunque numero reale x.*

c. *Perché trovo la radice cubica di qualunque numero reale x, anche negativo.*

Spiega perché il dominio di ogni funzione data negli esercizi da 41 a 45 è l'insieme R dei numeri reali.

41. $y = \sqrt{x^2 + 4}$ $\quad y = \sqrt{4x^2}$ $\quad y = \sqrt[3]{-5x^2}$

42. $y = \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$ $\quad y = \sqrt[3]{x^2 - 4}$ $\quad y = \sqrt{4x^2 + 1}$

43. $y = \sqrt[3]{1 - 4x^2}$ $\quad y = \sqrt{4x^2 + x + 1}$ $\quad y = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$

44. $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ $\quad y = \sqrt{x^2 - x + 3}$ $\quad y = \sqrt[3]{-x^2 + 3x}$

45. $y = \sqrt{2x^2 - 3x + 5}$ $\quad y = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}$ $\quad y = \sqrt{x^2 - 5x + 25}$

Funzioni del tipo $y = \sqrt{f(x)}$ e del tipo $y = \frac{N}{D}$

Esercizio guidato

Completa il procedimento per determinare il dominio delle funzioni date nell'esercizio 46.

46. a. $y = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ $\quad$ **b.** $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$

a. *Ora* $\sqrt{x - 1}$ *si trova al denominatore e non può diventare 0; perciò il dominio è l'insieme dei numeri reali x per risulta* $\cdots\cdots\cdots > 0$.

Studio il segno di f(x) = x – 1

$x - 1 = 0$ per $x =$ ……..

$x - 1 > 0$ per $x >$ ……..

Il dominio è l'insieme dei numeri reali x, tali che x > …

b. *Ora trovo il denominatore x, che non può diventare 0 e il numeratore* $\sqrt{x - 1}$ *che ha valore reale solo se ……≥ 0 e cioè x ≥ …..*

Il dominio è l'insieme dei numeri reali x per cui risulta x ≥ …… e x ≠ ……

Determina il dominio di ogni funzione data negli esercizi da 47 a 50.

47. $y = \frac{x+1}{\sqrt{2x}}$ $\qquad y = \frac{3x}{\sqrt{x+1}}$

48. $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x-4}}$ $\qquad y = \frac{\sqrt{4-x}}{x-3}$

49. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$

50. $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x-x^2}}$ $\qquad y = \frac{\sqrt{x^2-x}}{2x-1}$

Funzioni composte con la funzione logaritmo

Per le funzioni del tipo y = ln[f(x)]

Il dominio è formato da tutti i numeri reali per cui risulta $f(x) > 0$.

Esercizio guidato

Completa il procedimento per determinare il dominio di ogni funzione data nell'esercizio 51.

51. a. $y = ln(2x - 4)$ $\qquad$ **b.** $y = ln(4 - 2x)$

a. *Studio il segno di f(x)* = $2x - 4$

$2x - 4 = 0$ per $x = \ldots\ldots\ldots$

$2x - 4 > 0$ per $x > \ldots\ldots\ldots$

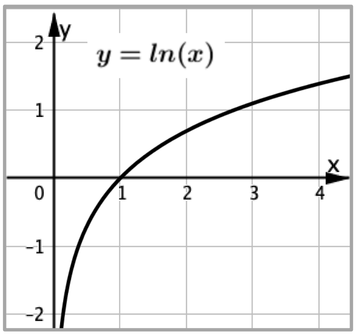
Il dominio è l'insieme dei numeri reali x, tali che x > …

b. *Studio il segno di f(x)* = $4 - 2x$

$2x - 4 = 0$ per $x = \ldots\ldots\ldots$

$2x - 4 > 0$ per $x < \ldots\ldots\ldots$

Il dominio è l'insieme dei numeri reali x, tali che x < ……



Determina il dominio di ogni funzione data negli esercizi da 52 a 55.

52. $y = \ln(2x)$ $\qquad y = \ln(-2x)$

53. $y = \ln(1 - x)$ $\qquad y = \ln(x - 1)$

54. $y = \ln(2x - 1)$ $\qquad y = \ln(1 - 2x)$

55. $y = \ln(3 - 2x)$ $\qquad y = \ln(2x - 3)$

Esercizi riassuntivi sul dominio di una funzione

Determina il dominio di ogni funzione data negli esercizi da 56 a 62.

56. $y = 3 + \sqrt{2x}$ $\qquad y = \sqrt{3 + 2x}$

57. $y = x^2 - \sqrt{2x}$ $\qquad y = \sqrt{x^2 - 2x}$

58. $y = \frac{\ln(x)}{x-2}$ $\qquad y = \frac{x-2}{\ln(x)}$

59. $y = ln(x^2)$ $\qquad y = ln(x^3)$

60. $y = ln\sqrt{x}$ $\qquad y = \sqrt{ln(x)}$

61. $y = ln(1 + x)$ $\qquad y = 1 + ln(x)$

Scegli la risposta corretta ai quesiti dati negli esercizi da 62 a 70.

62. Il dominio della funzione $y = \frac{2x-1}{x+4}$ è:

A. L'insieme R_0

B. L'insieme dei numeri reali escluso 4

C. L'insieme dei numeri reali escluso 0

D. L'insieme dei numeri reali escluso –4

63. Il dominio della funzione $y = \frac{x+2}{x^2+2x+1}$ è:

A. L'insieme dei numeri reali escluso –2

B. L'insieme dei numeri reali escluso –1

C. L'insieme dei numeri reali escluso –2

D. L'insieme dei numeri reali esclusi 1 e –1

64. Il dominio della funzione $y = \frac{2x-8}{x^2+9}$ è:

A. L'insieme dei numeri reali escluso 3

B. L'insieme dei numeri reali escluso 4

C. L'insieme dei numeri reali

D. L'insieme dei numeri reali esclusi 3 e –3

65. Quale fra le seguenti funzioni **NON** ha come dominio l'insieme R dei numeri reali?

A. $y = \frac{2x^2+3x}{x^2-4x+4}$

B. $y = 2x^4 - 3x^3 + 5x - 6$

D. $y = \frac{4x^2-4x}{3x^2+5}$

C. $y = \frac{3x+6}{x^2-x+5}$

66. Il dominio della funzione $y = \sqrt{x+4}$ è:

A. L'insieme dei numeri reali $x \leq -4$

B. L'insieme dei numeri reali $x \geq -4$

C. L'insieme dei numeri reali escluso –4

D. L'insieme dei numeri reali $x \geq 4$

67. Quale fra le seguenti funzioni **NON** ha come dominio l'insieme R dei numeri reali?

A. $y = \frac{3x+2}{\sqrt{4x^2-4x+1}}$

B. $y = \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$

C. $y = \sqrt{4x^2 + 9}$

D. $y = \frac{\sqrt{4x^2-4x+1}}{4x^2+9}$

68. Il dominio della funzione $y = \frac{3x-2}{\sqrt{x+4}}$ è:

A. L'insieme dei numeri reali $x \geq -4$

B. L'insieme dei numeri reali $x < -4$

C. L'insieme dei numeri reali escluso –4

D. L'insieme dei numeri reali $x > -4$

69. Quale fra le seguenti funzioni ha come dominio l'insieme dei numeri reali escluso 0?

A. $y = ln\sqrt[3]{x}$

B. $y = ln(x^2 + 6x + 9)$

C. $y = ln(x^4)$

D. $y = ln(x^3)$

70. Il dominio della funzione $y = \frac{x-3}{\ln(x)}$ è:

A. L'insieme dei numeri reali $x \geq 0$

B. L'insieme dei numeri reali $x > 0$

C. L'insieme dei numeri reali $x > 0$, escluso 1

D. L'insieme dei numeri reali escluso 3