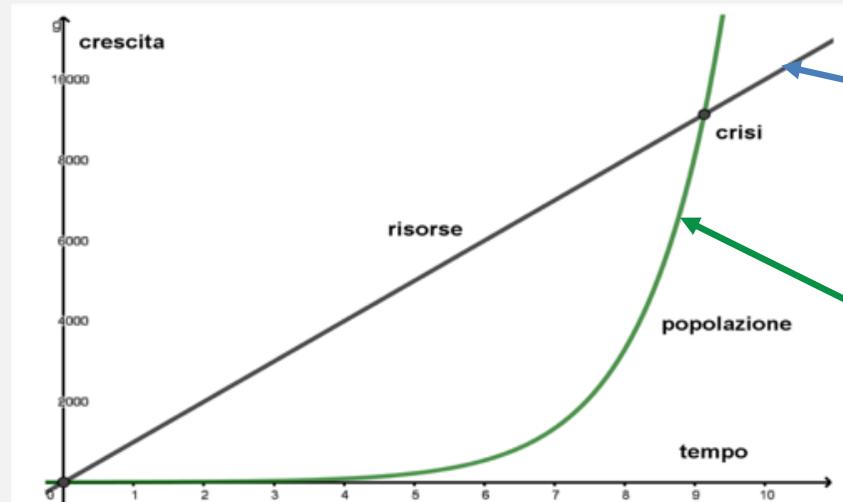


Derivate e grafici di funzioni

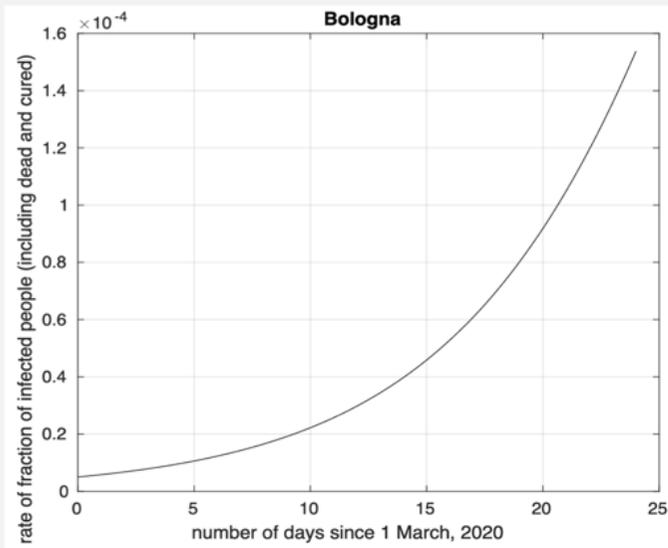
Grafici di funzioni per 'vedere' la crescita di popolazioni, di contagiati, ...

Crescita di una popolazione e delle risorse per vivere secondo Malthus

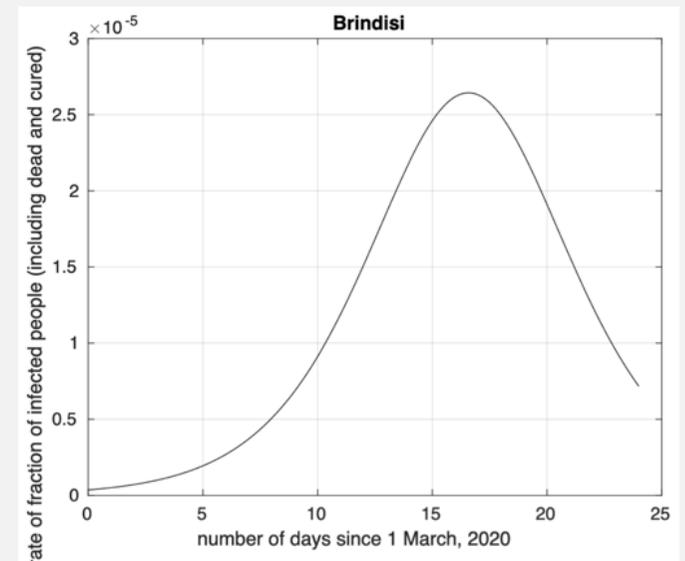


Retta
Crescita lineare

Curva esponenziale
Crescita esponenziale

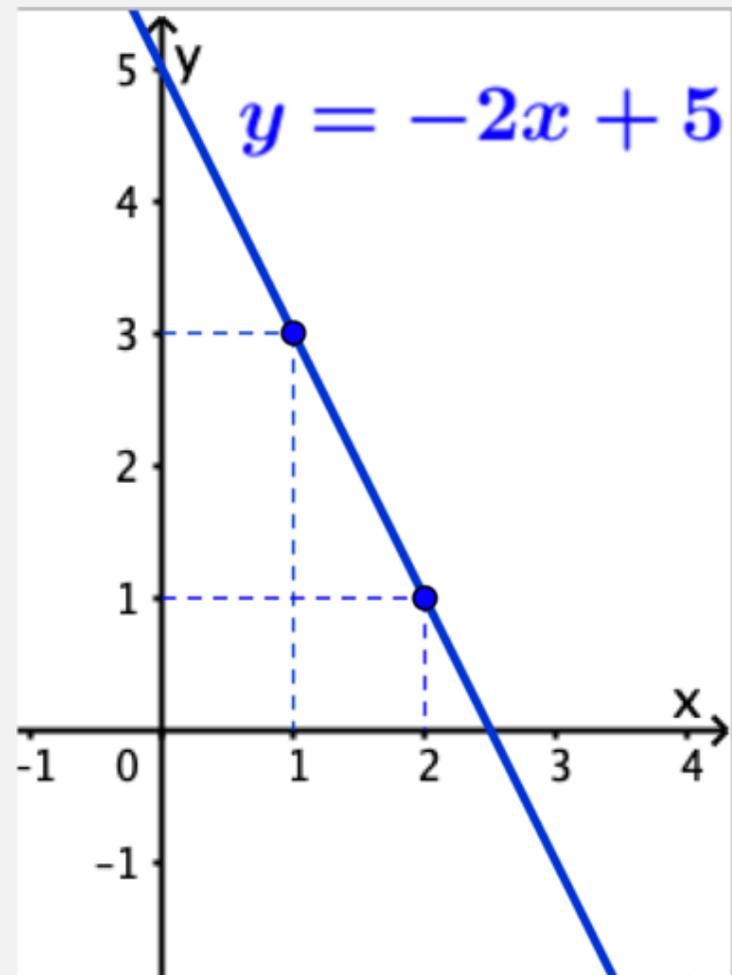
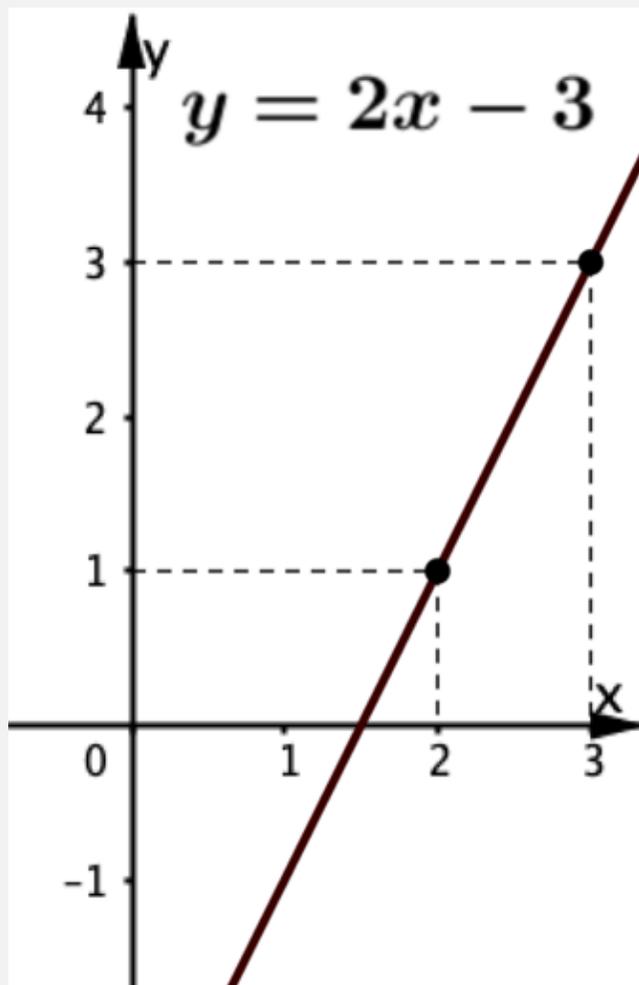


Crescita dei contagiati durante un'epidemia

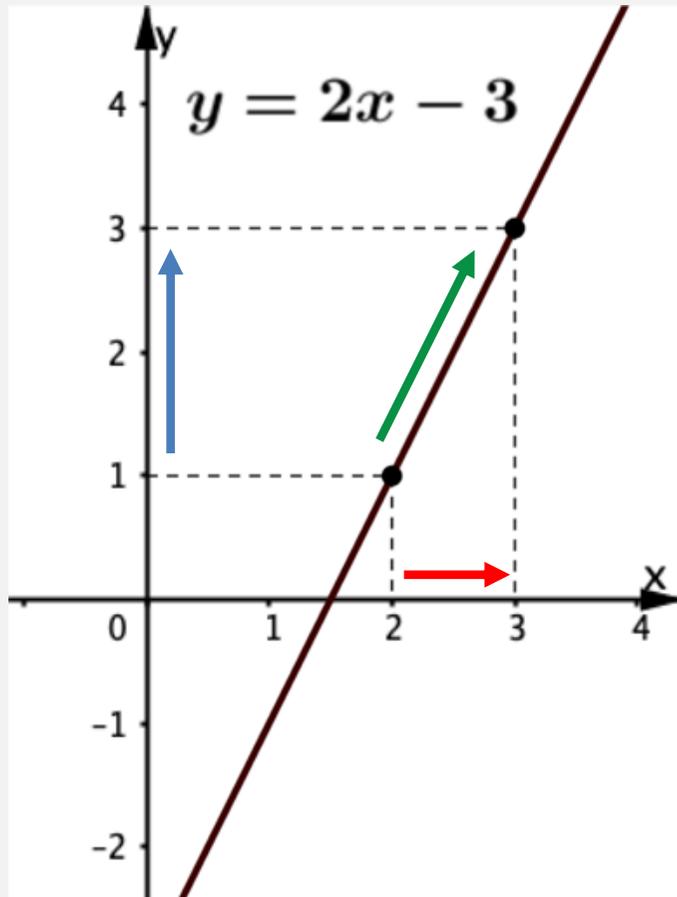


Funzioni crescenti o decrescenti

Le più semplici: le rette



Retta crescente



Grafico

Se percorro il grafico da O verso destra, 'vado in salita'.

x	1	2	3	4
$y = 2x - 3$	-1	1	3	5

Tabella

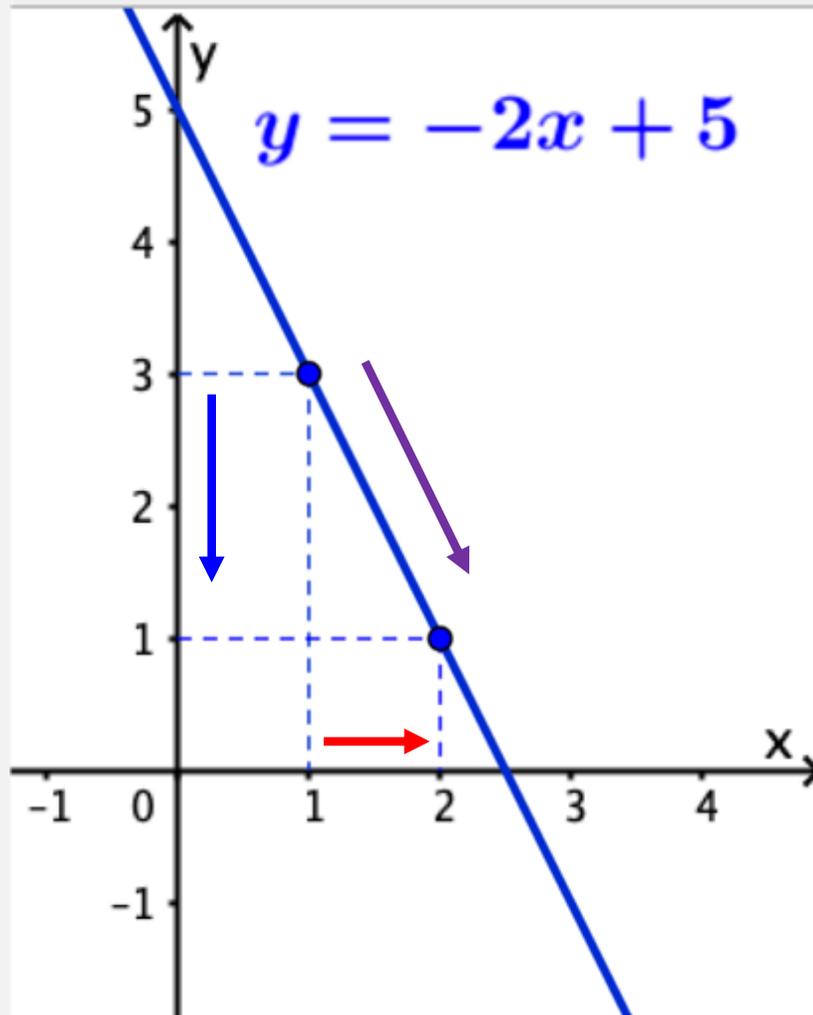
Se aumenta x , cresce anche y .

$$y = 2x - 3$$

Formula

La pendenza è $m = 2$, positiva

Retta decrescente



Grafico

Se percorro il grafico da O verso destra, 'vado in discesa'.

x	0	1	3	4
$y = -2x + 5$	5	3	1	-3

Tabella

Se aumenta x , decresce y .

$$y = -2x + 5$$

Formula

La pendenza è $m = -2$, negativa

Riconoscere funzioni lineari $y = mx + q$ crescenti o decrescenti

m positivo
funzioni crescenti

$$y = x - 4$$

$$y = 3x - 1$$

$$y = \frac{2}{3}x - 5$$

$$y = \sqrt{2}x - 2$$

⋮

m negativo
funzioni decrescenti

$$y = -x + 3$$

$$y = -3x + 2$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 1$$

$$y = -\sqrt{2}x + 4$$

⋮

**Grafici e tabelle non sono necessari:
basta esaminare la formula**

Riconoscere funzioni crescenti o decrescenti

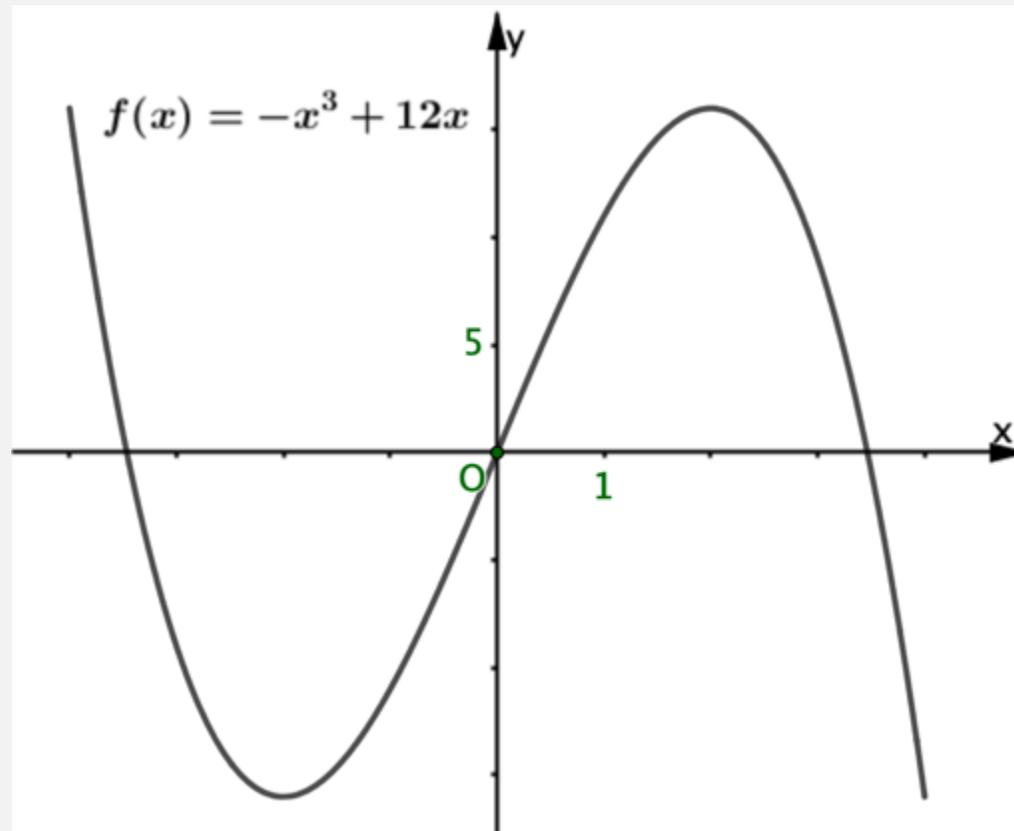
E se la funzione non è lineare?

Ragiono a partire da un esempio

Osservo il grafico di una funzione

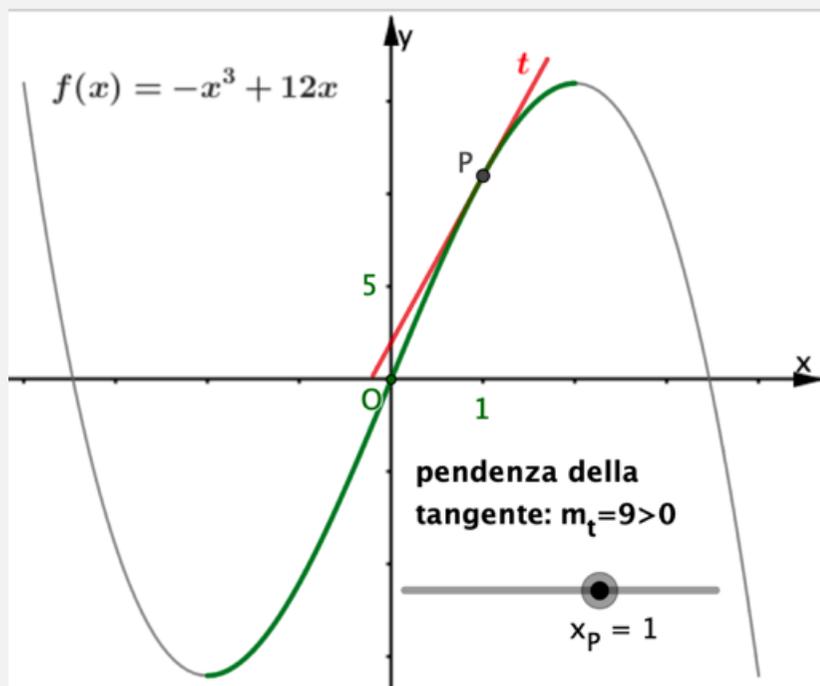
Osservo un esempio di curva: il grafico della funzione

$$f(x) = -x^3 + 12x$$

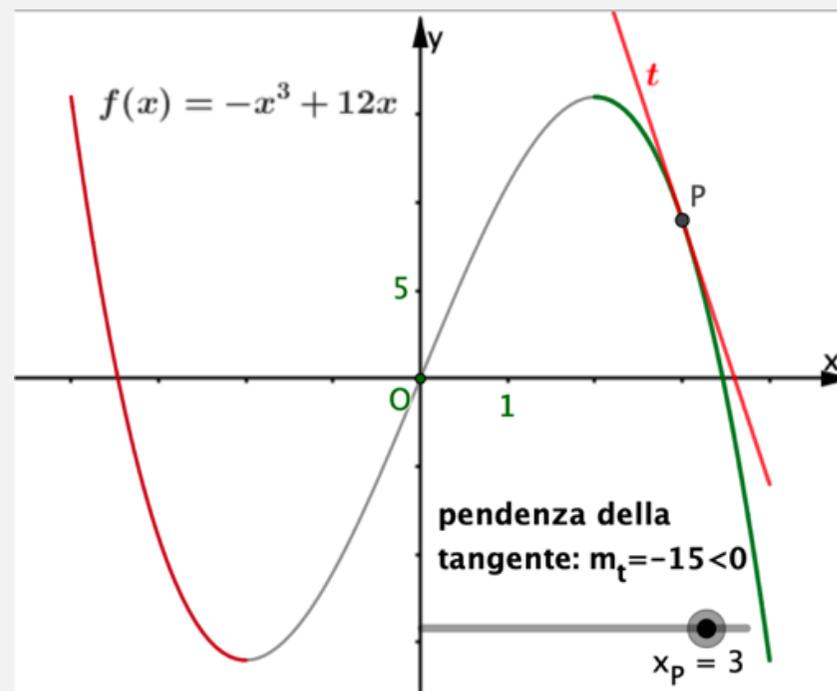


Sulla curva posso trovare archi crescenti o decrescenti

Osservo il grafico insieme alla retta tangente



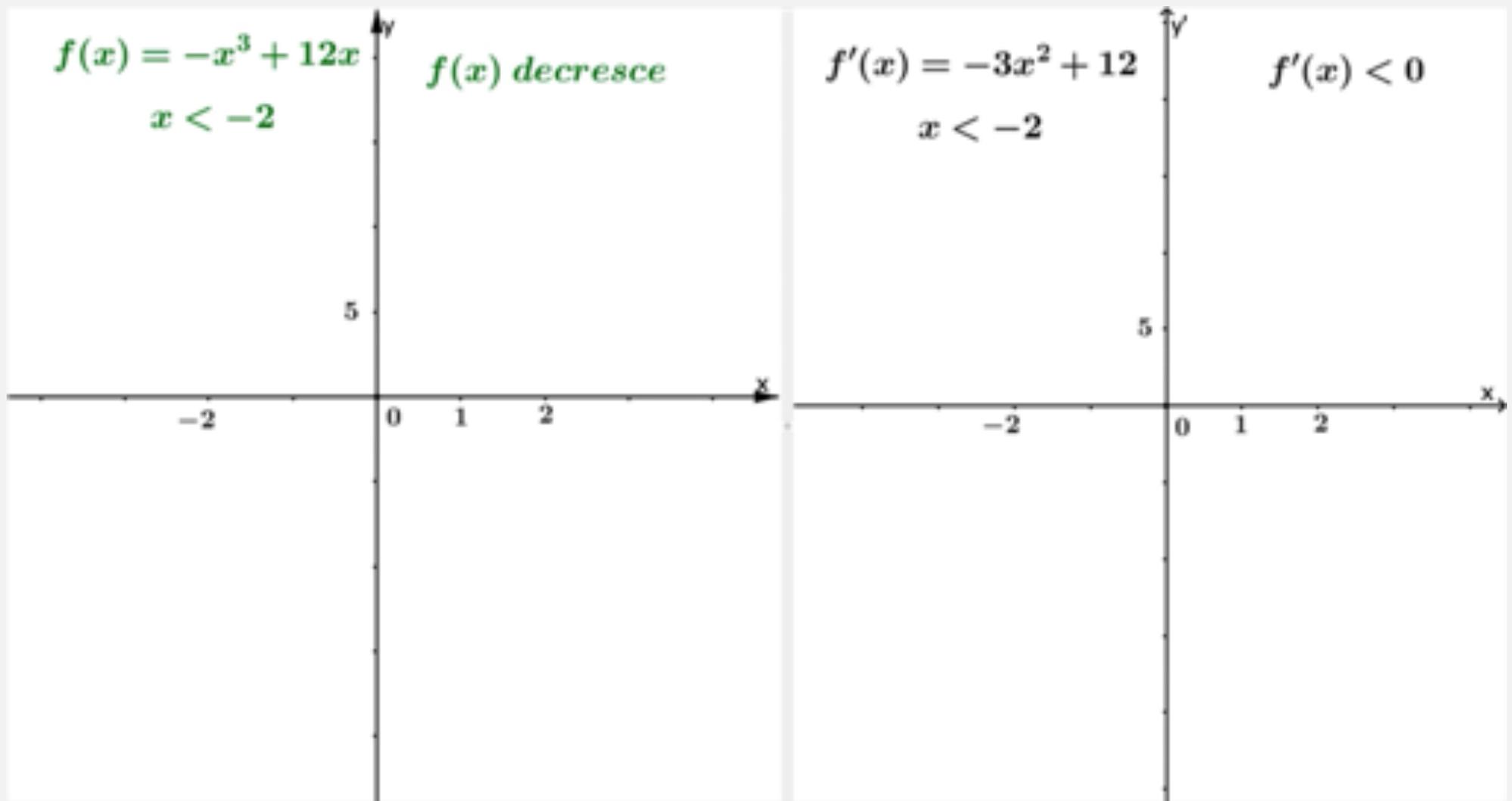
Se m_t è positiva, P si trova su un arco crescente



Se m_t è negativa, P si trova su un arco decrescente.

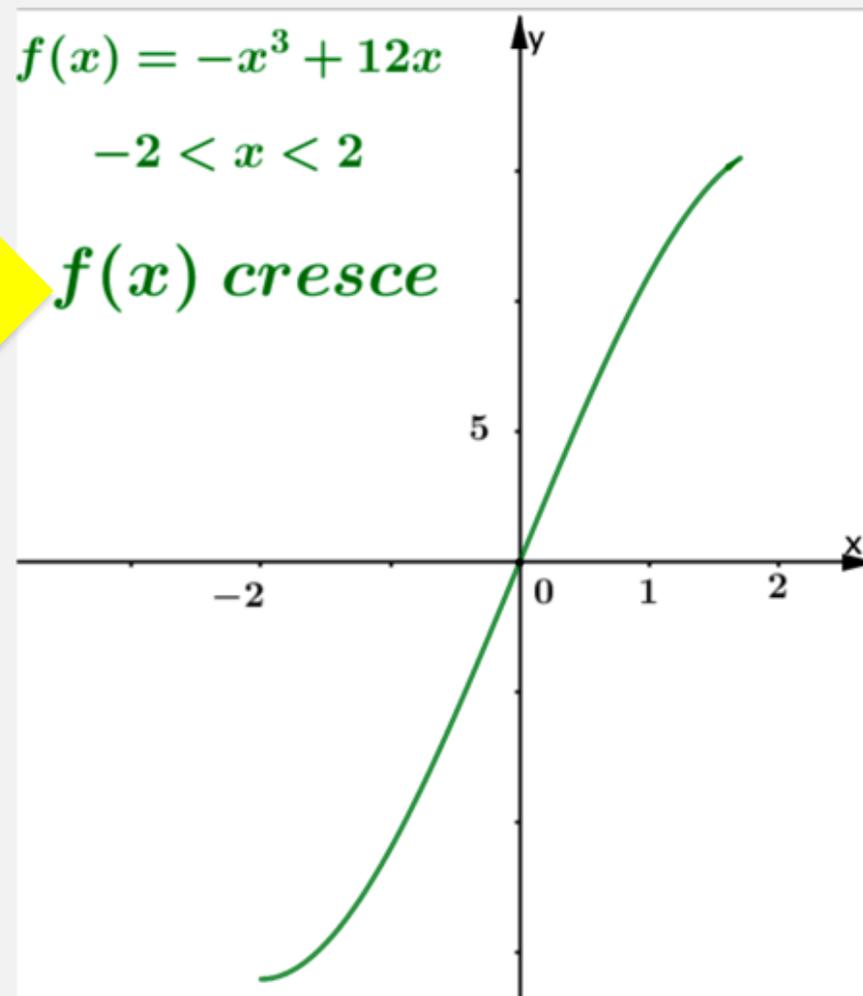
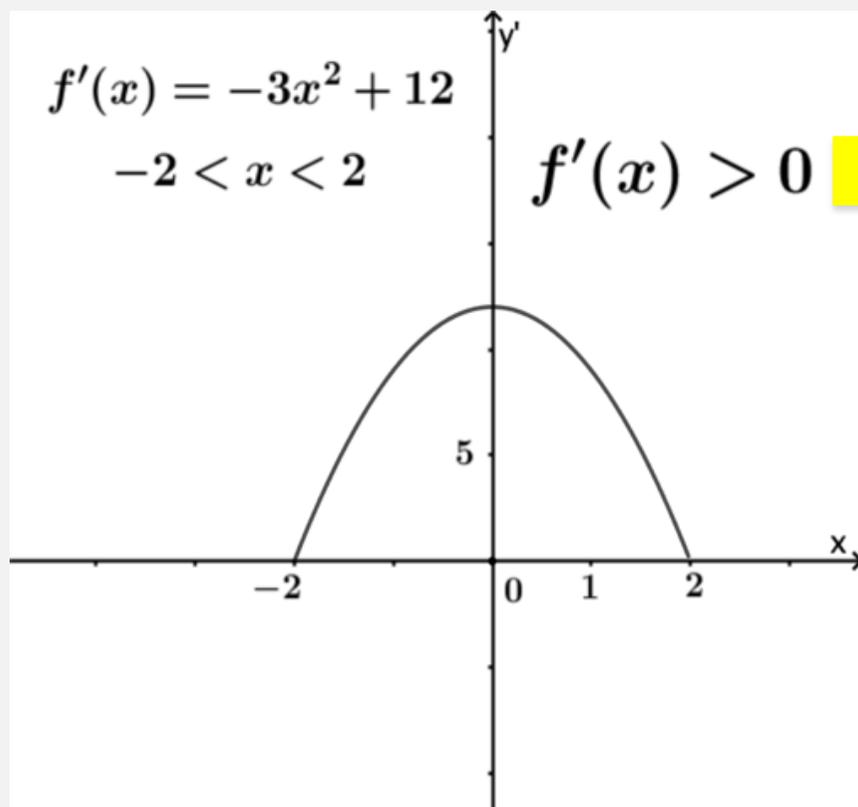
La funzione $f(x)$ è derivabile e la derivata $f'(x)$ dà, per ogni x , la pendenza m_t della tangente al grafico nel punto P.

Il segno di $f'(x)$ indica archi crescenti o decrescenti di $f(x)$



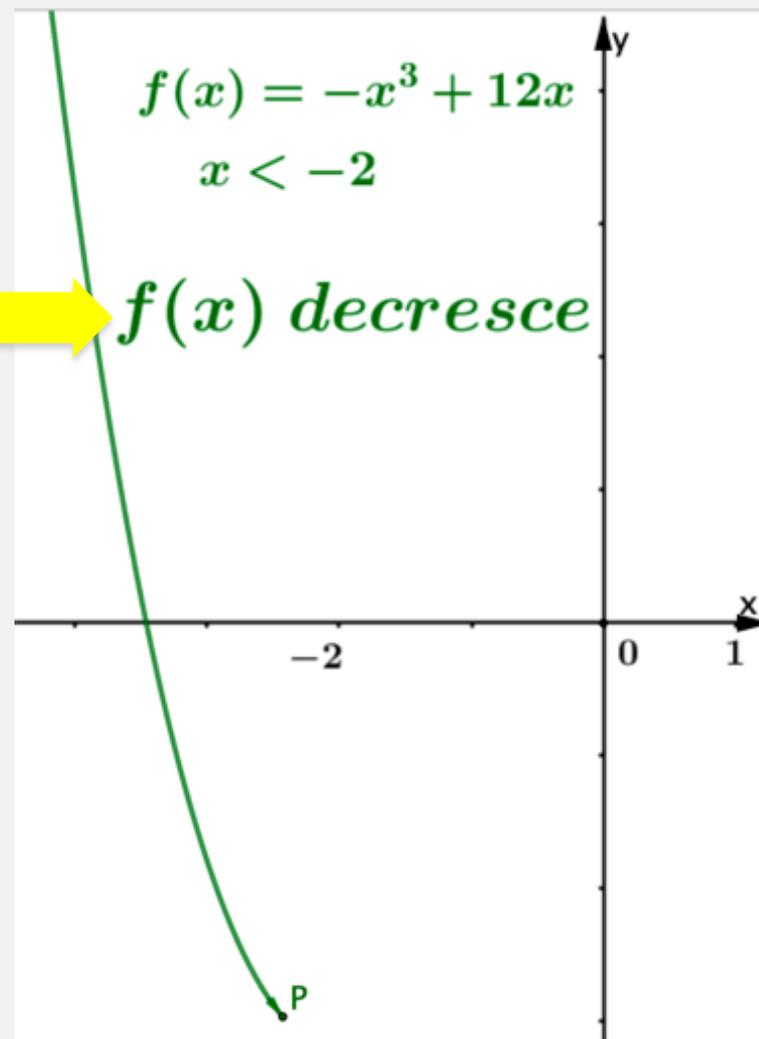
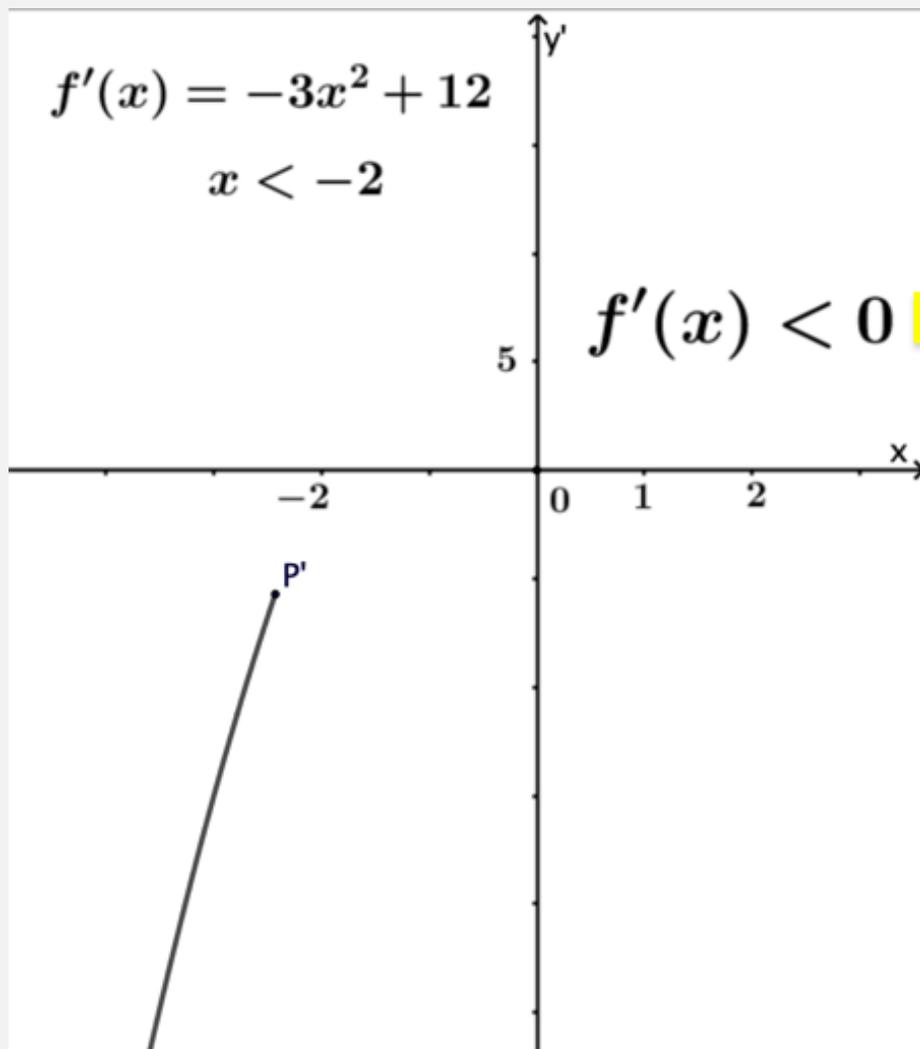
Segno positivo di $f'(x)$ e crescita di $f(x)$

Conclusioni suggerite dal video

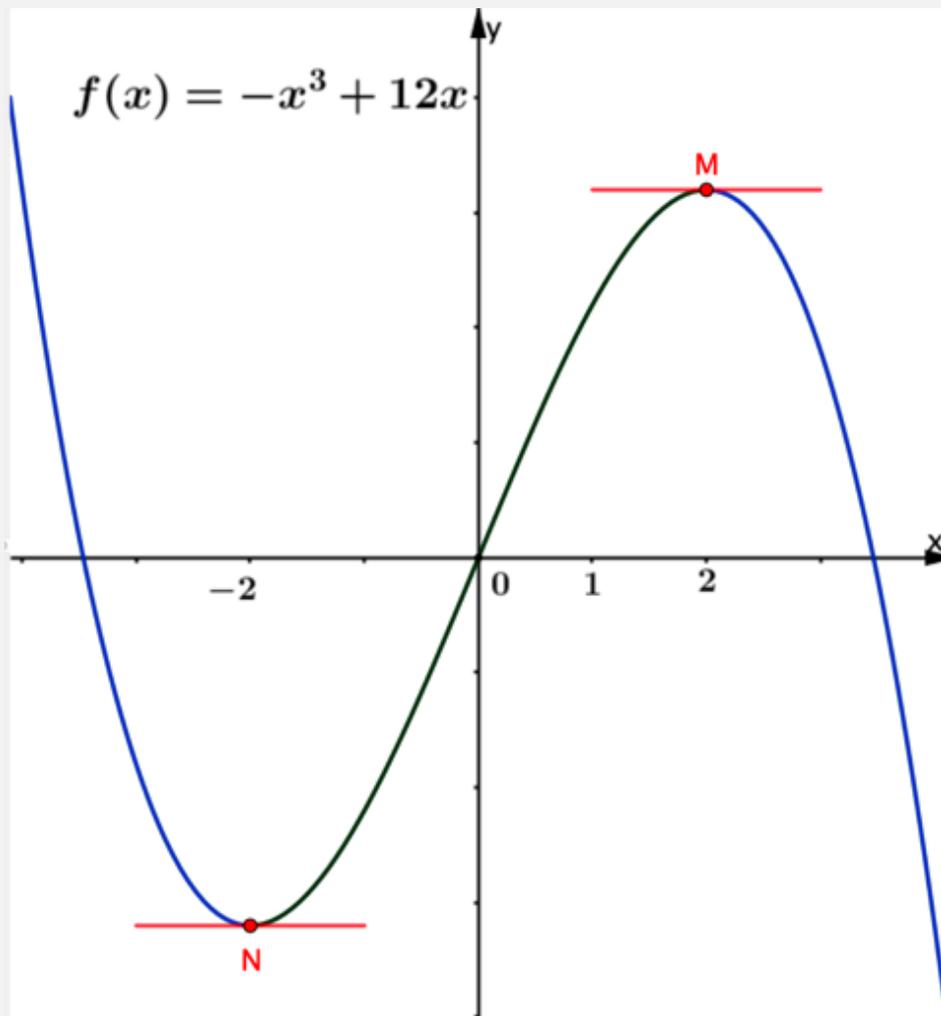


Segno negativo di $f'(x)$ e decrescita di $f(x)$

Conclusioni suggerite dal video

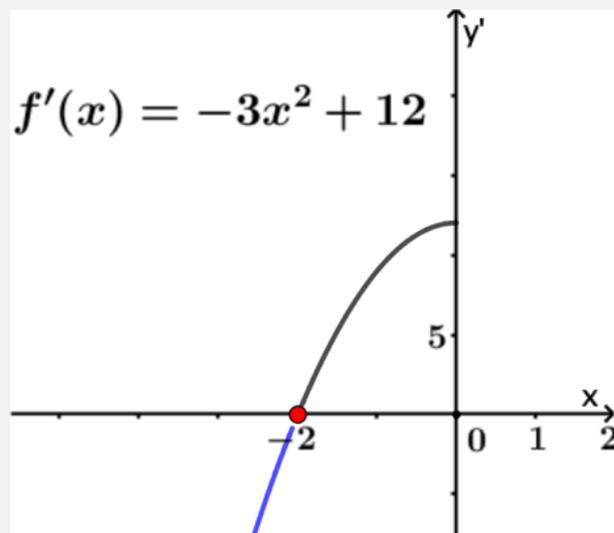


Due punti notevoli sul grafico di $f(x)$

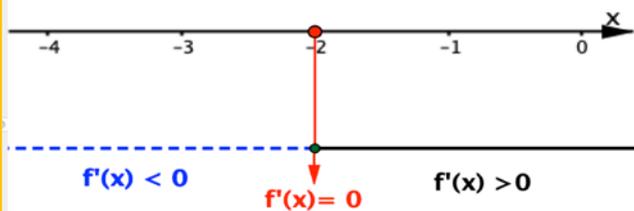


Esamino i due punti

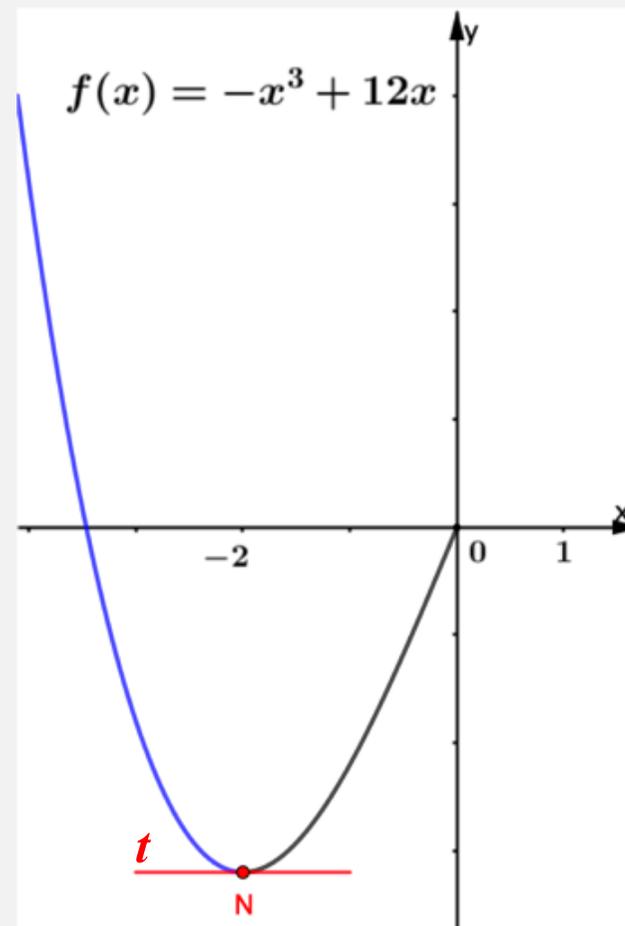
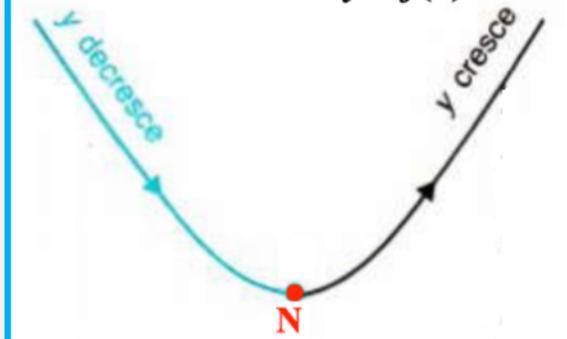
Punto N di minimo relativo



Segno di $f'(x) = -3x^2 + 12$

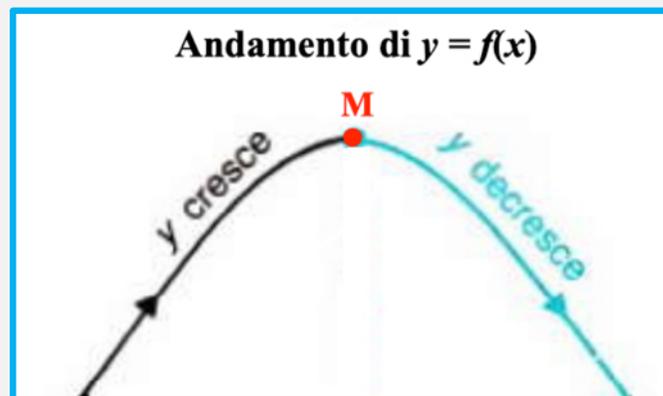
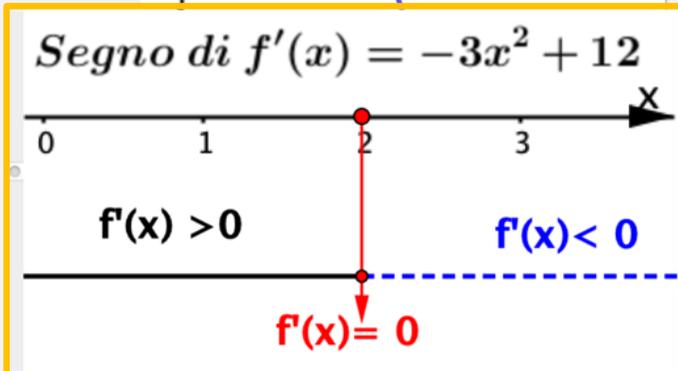
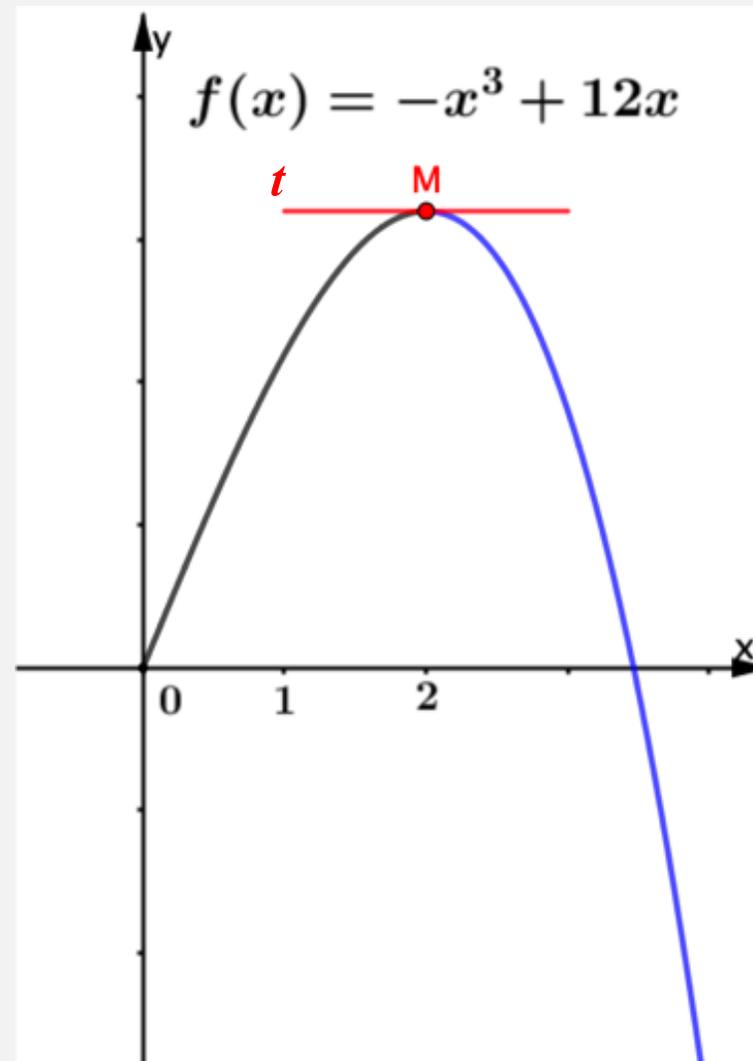
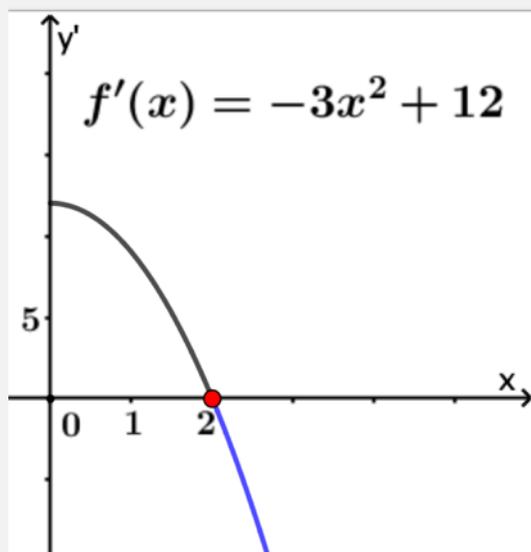


Andamento di $y = f(x)$



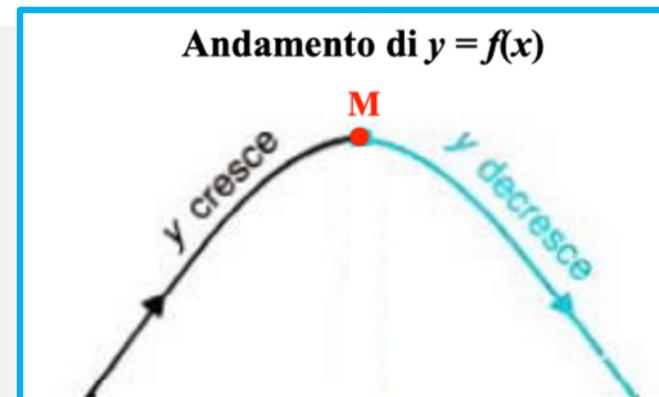
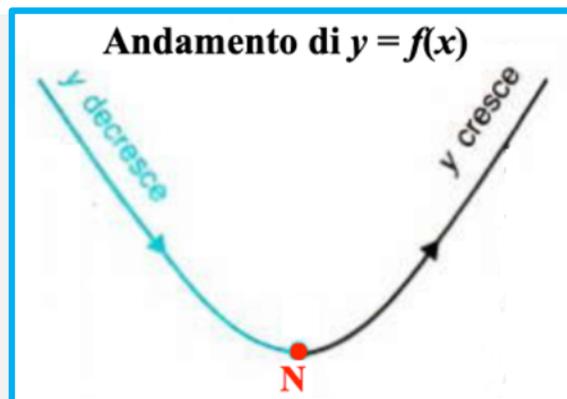
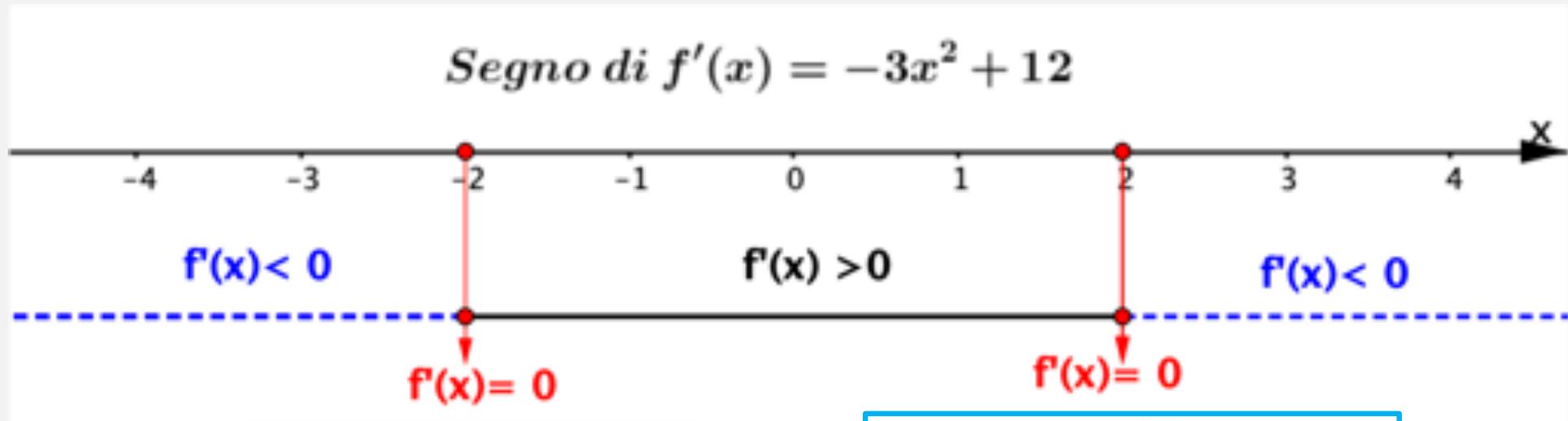
N è 'il più basso dei punti vicini'
La tangente **t** in **N** ha pendenza $m_t = 0$

Punto M di massimo relativo



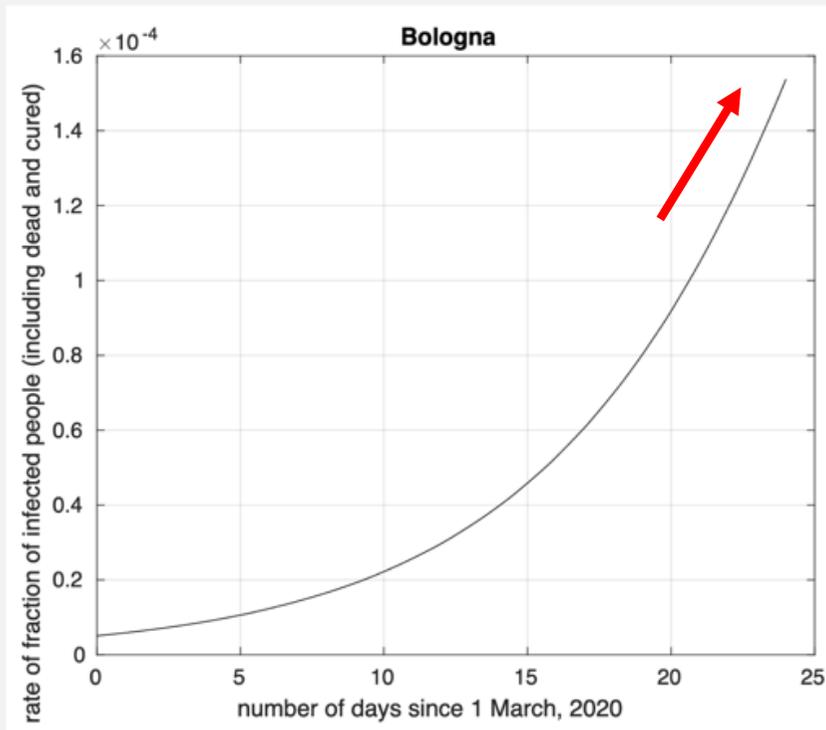
M è 'il più alto dei punti vicini'
La tangente **t** in **M** ha pendenza $m_t = 0$

Riconoscere archi crescenti o decrescenti nel grafico di una funzione $y = f(x)$

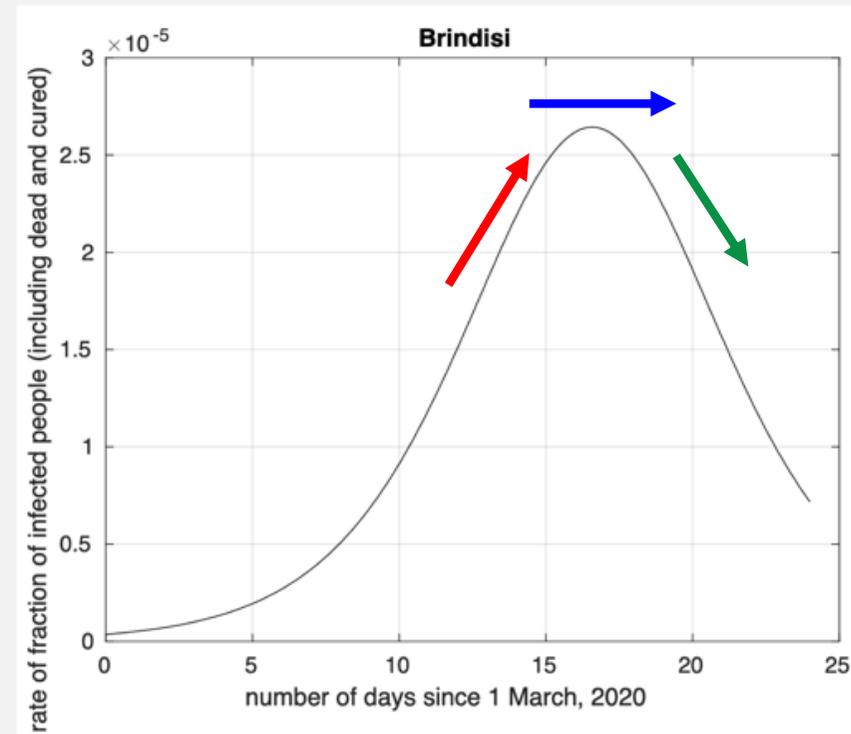


Il grafico non è necessario: basta esaminare il segno di $f'(x)$

Vari 'modelli di crescita'

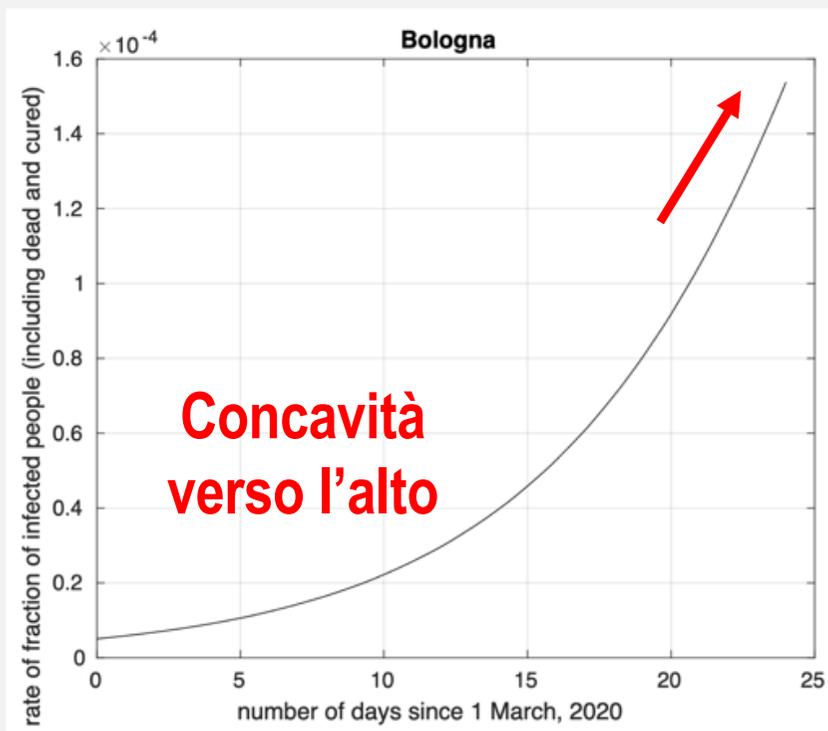


La crescita è sempre più veloce

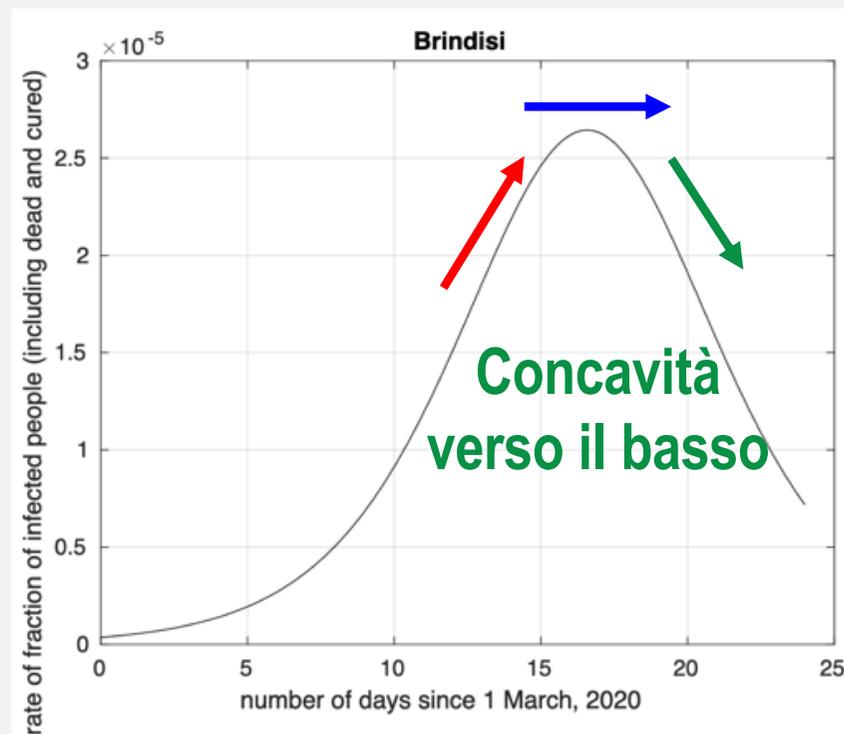


La crescita si ferma e poi diventa decrescita

Attenzione alla concavità della curva!



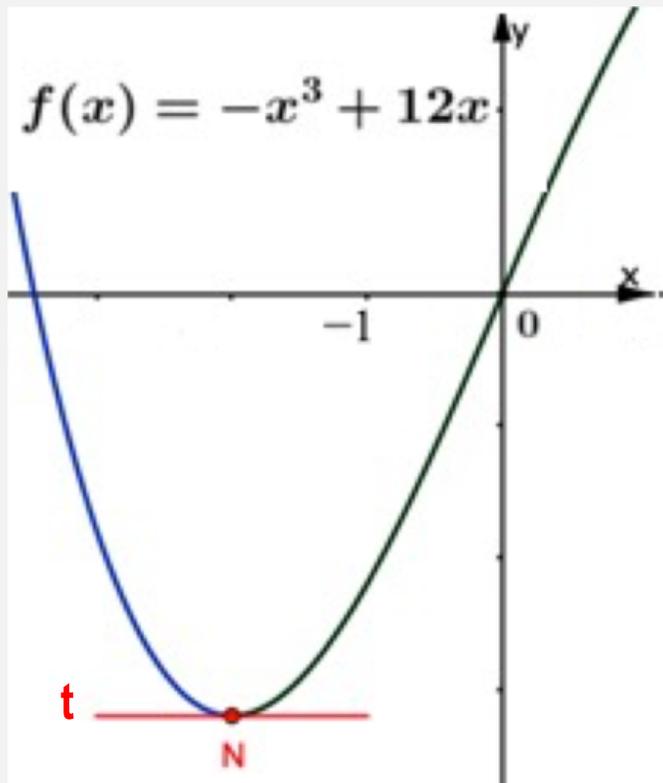
La crescita è sempre più veloce



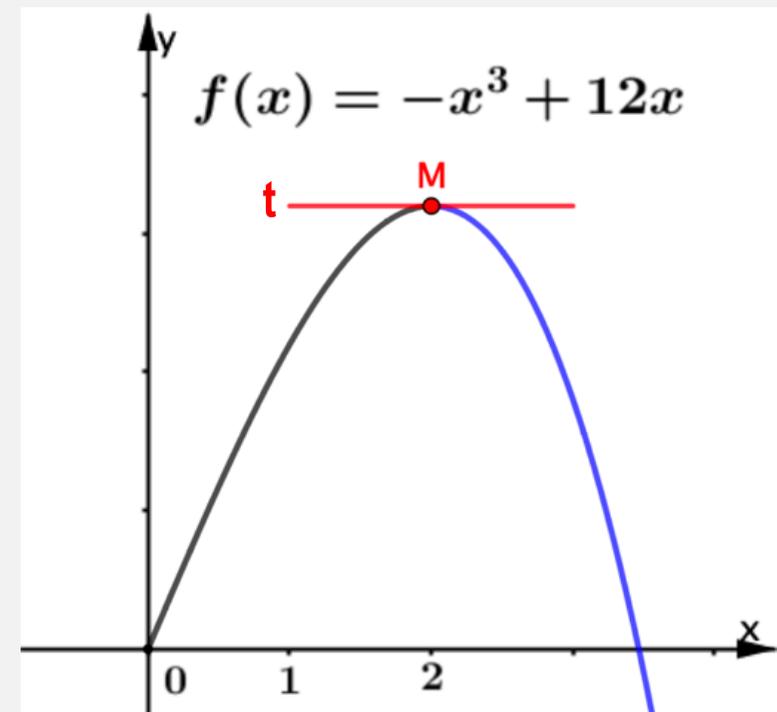
La crescita si ferma e poi diventa decrescita

Concavità di una curva

La curva è sopra la tangente **t**:
la concavità è verso l'alto.



La curva è sotto la tangente **t**:
la concavità è verso il basso.

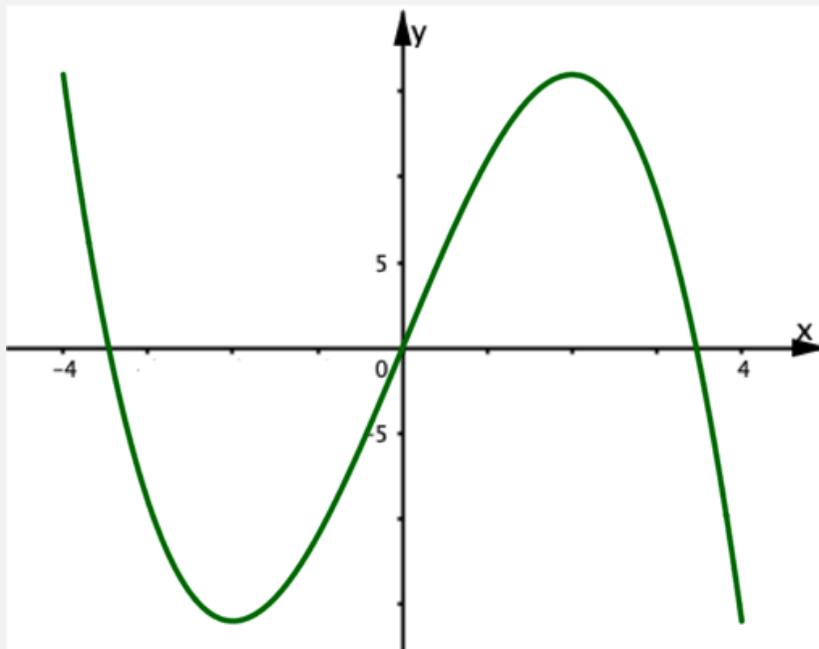


Concavità di una curva e derivate

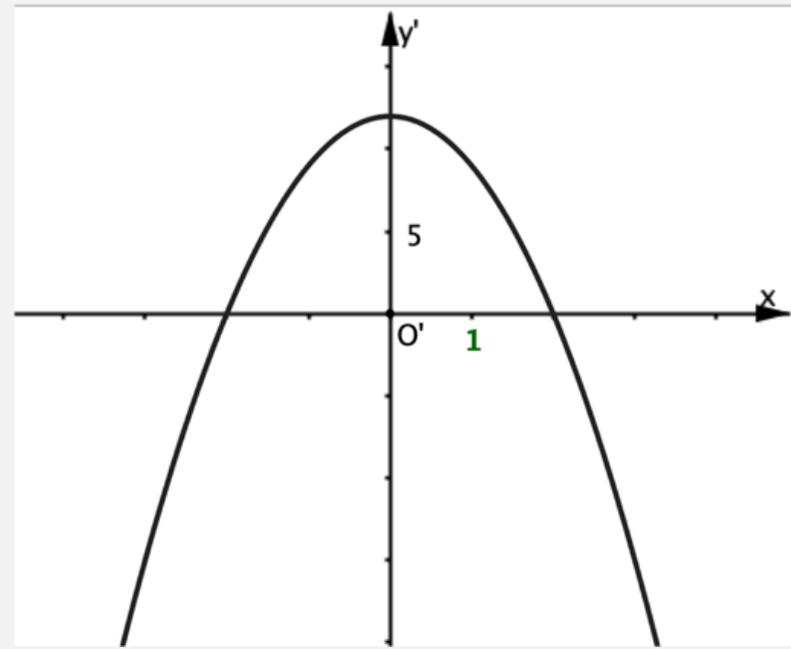
Anche il verso della concavità del grafico è collegato alla derivata di $f(x)$?

Confrontiamo i grafici di $f(x)$ ed $f'(x)$ a partire dalla funzione $f(x) = -x^3 + 12x$

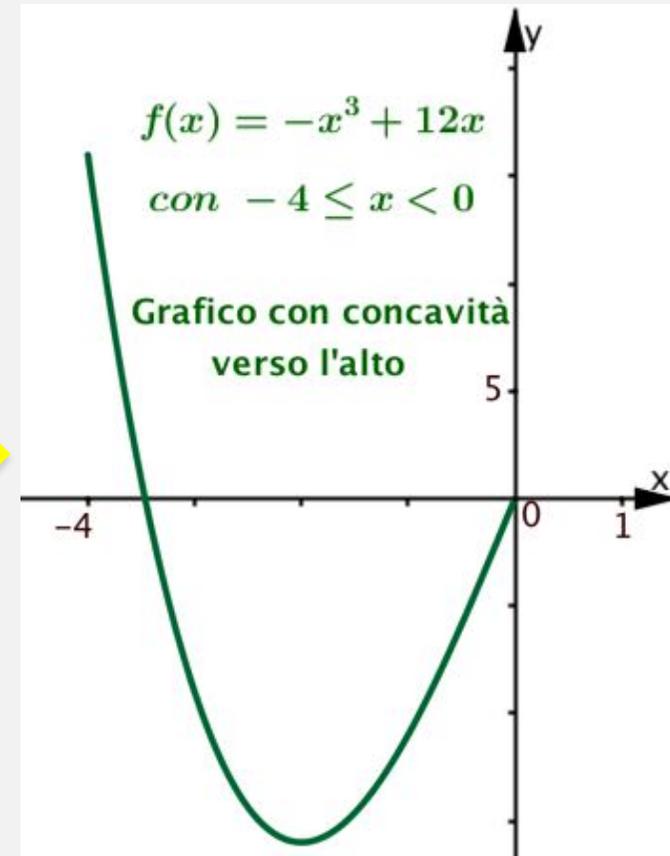
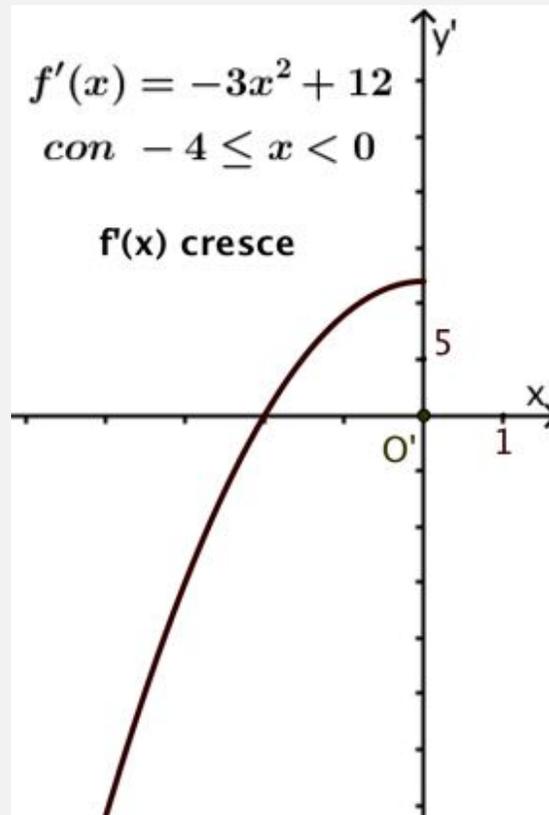
$$f(x) = -x^3 + 12x$$



$$f'(x) = -3x^2 + 12$$



$f'(x)$ cresce



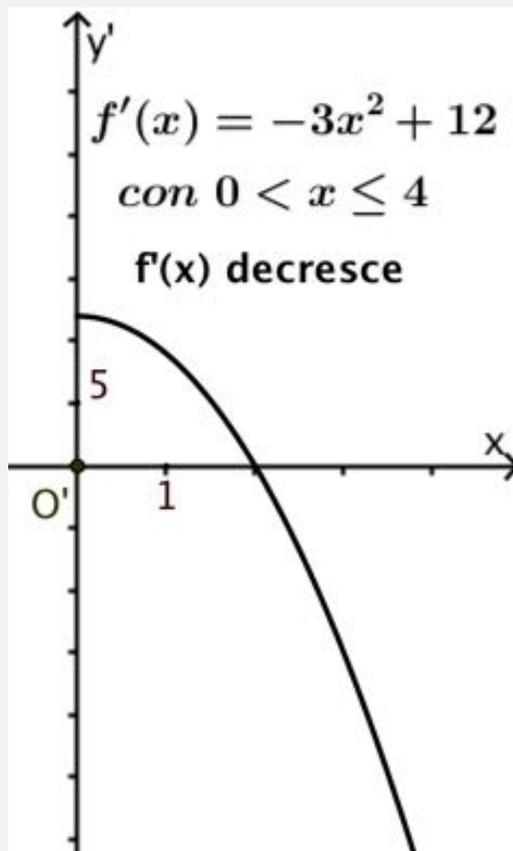
$f'(x)$ cresce



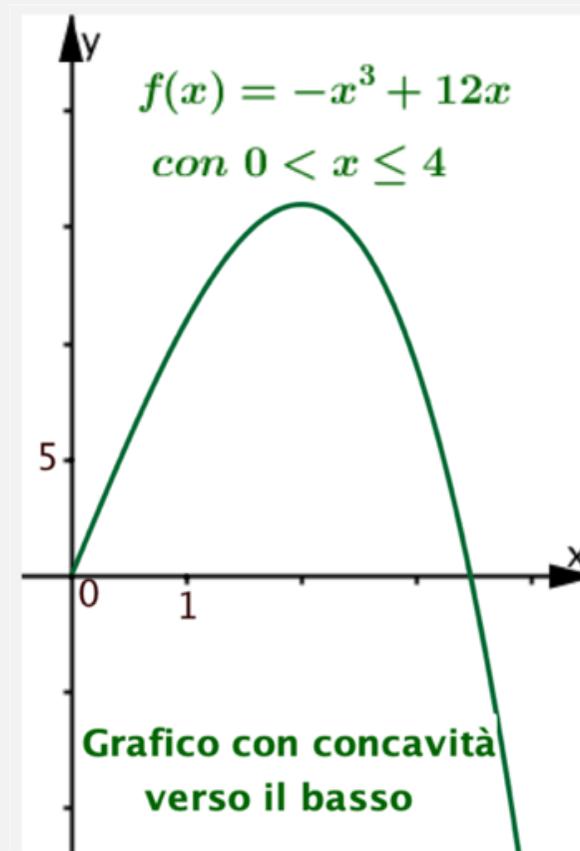
Il grafico di $f(x)$ rivolge la concavità verso l'alto

La crescita di $f'(x)$ è legata al segno della sua derivata

$f'(x)$ decresce



$f'(x)$ decresce



Il grafico di $f(x)$ rivolge la concavità verso il basso

La decrescita di $f'(x)$ è legata al segno della sua derivata

La derivata della derivata

Ripeto il procedimento di derivazione e calcolo la derivata della derivata di $f(x)$, indicata con il simbolo $f''(x)$ che si legge 'derivata seconda di x '.

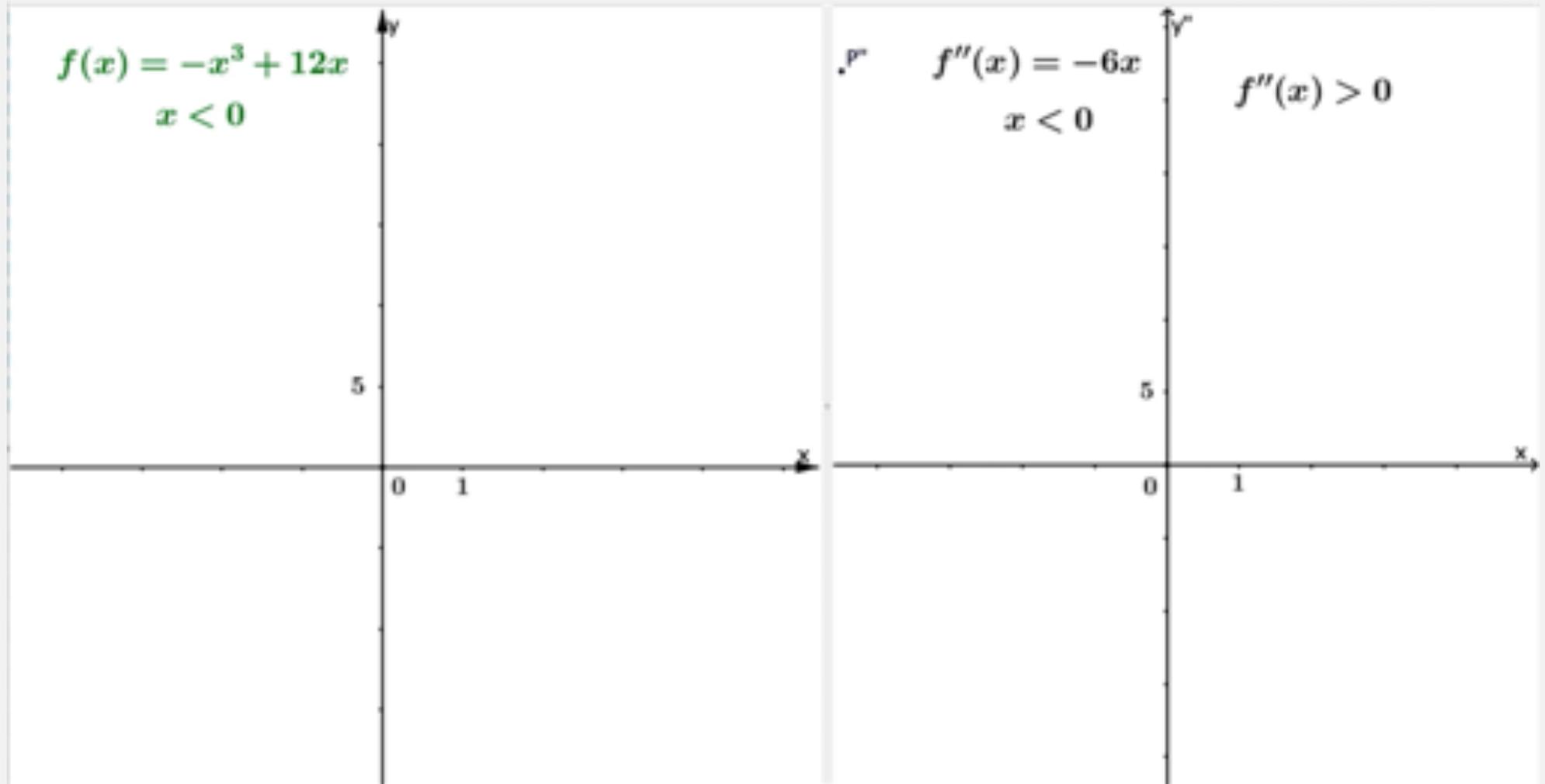
Funzione: $f(x) = -x^3 + 12x$

Derivata: $f'(x) = -3x^2 + 12$

Derivata seconda: $f''(x) = -6x$

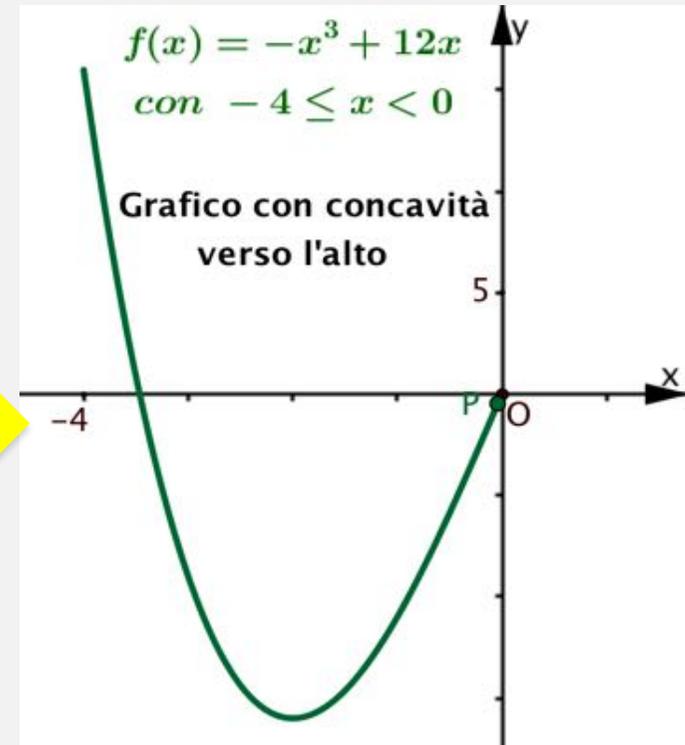
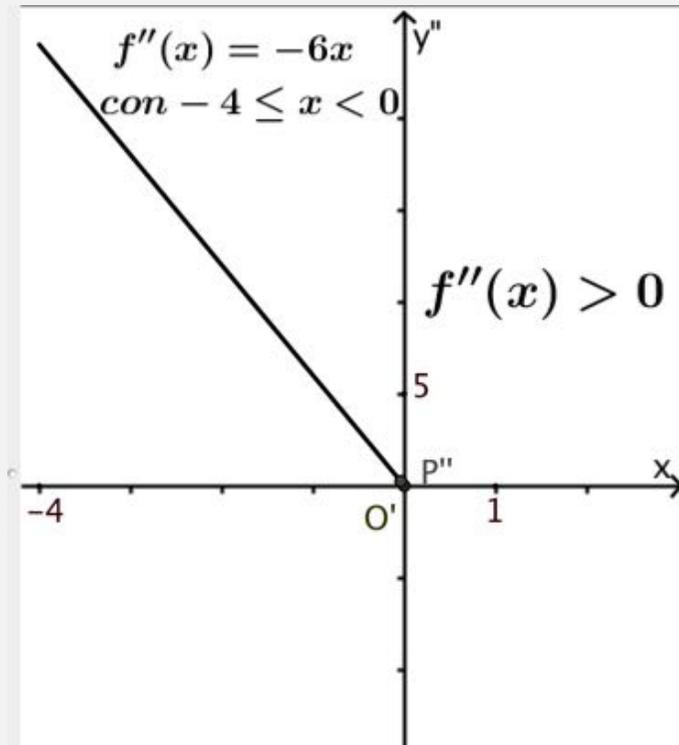
Concavità del grafico di $f(x)$ e segno di $f''(x)$

Un video per collegare la concavità del grafico di una funzione con il segno della derivata seconda.



Concavità del grafico di $f(x)$ e segno di $f''(x)$

Conclusioni suggerite dal video: concavità verso l'alto

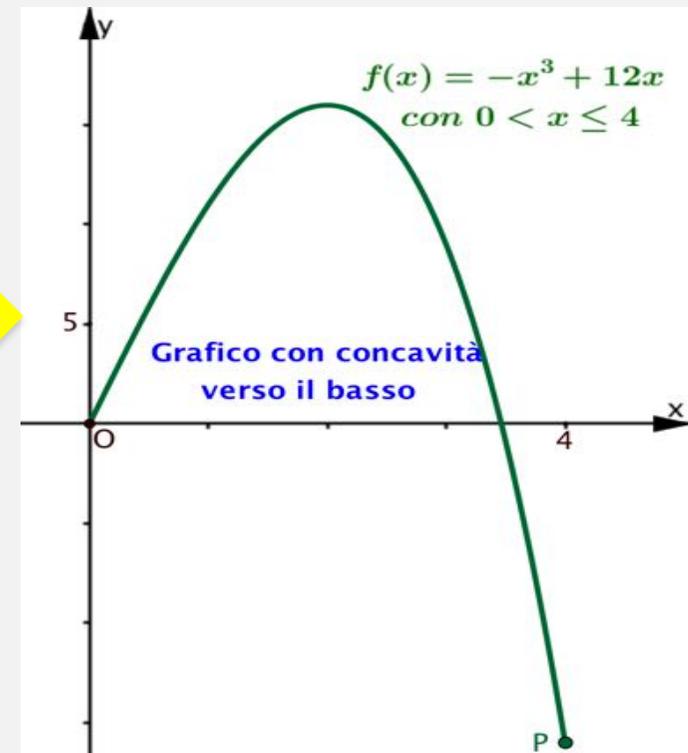
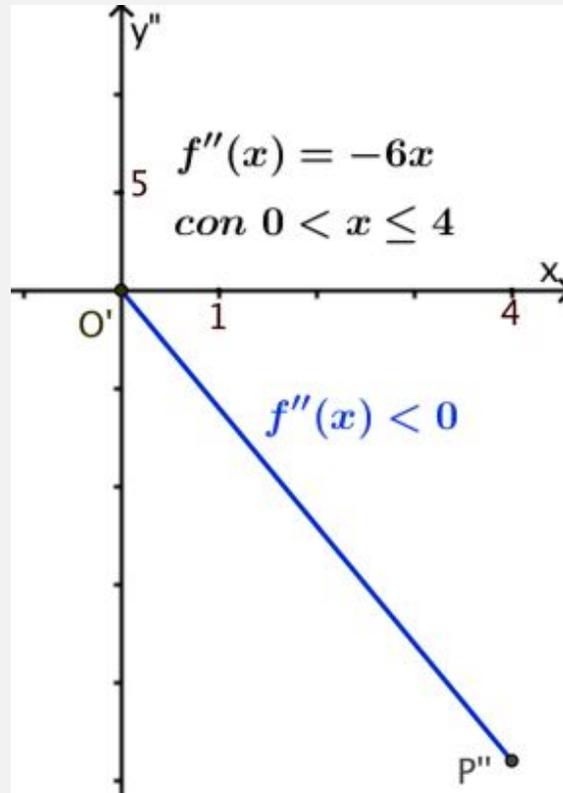


$$f''(x) > 0$$

Il grafico di $f(x)$ rivolge la concavità verso l'alto

Concavità del grafico di $f(x)$ e segno di $f''(x)$

Conclusioni suggerite dal video : concavità verso il basso

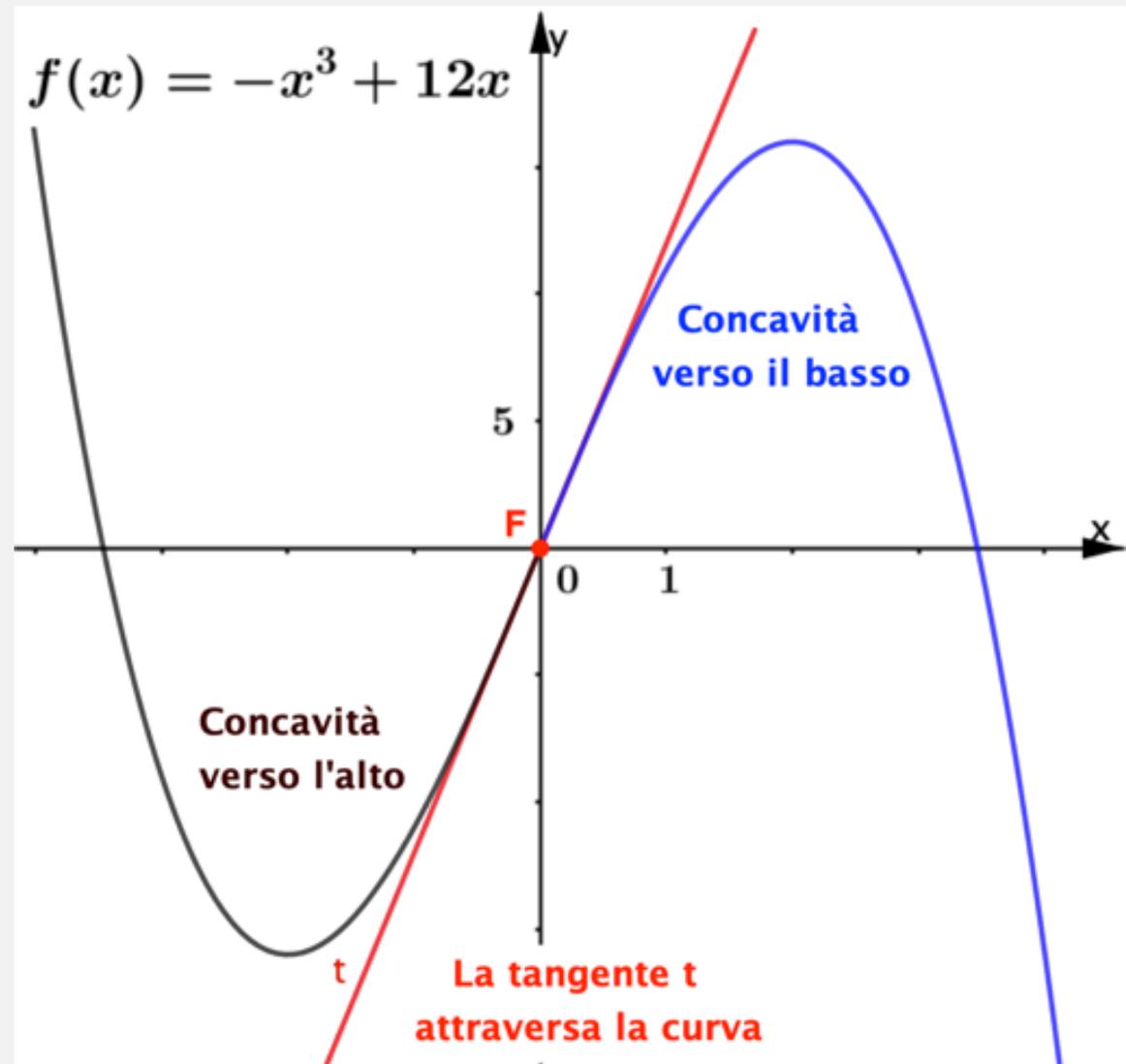
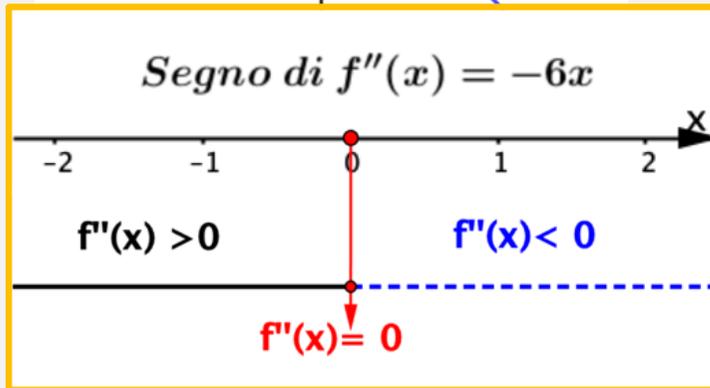
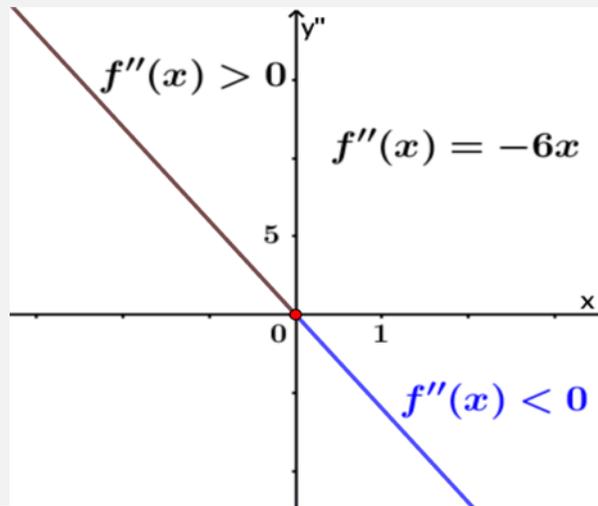


$$f''(x) < 0$$



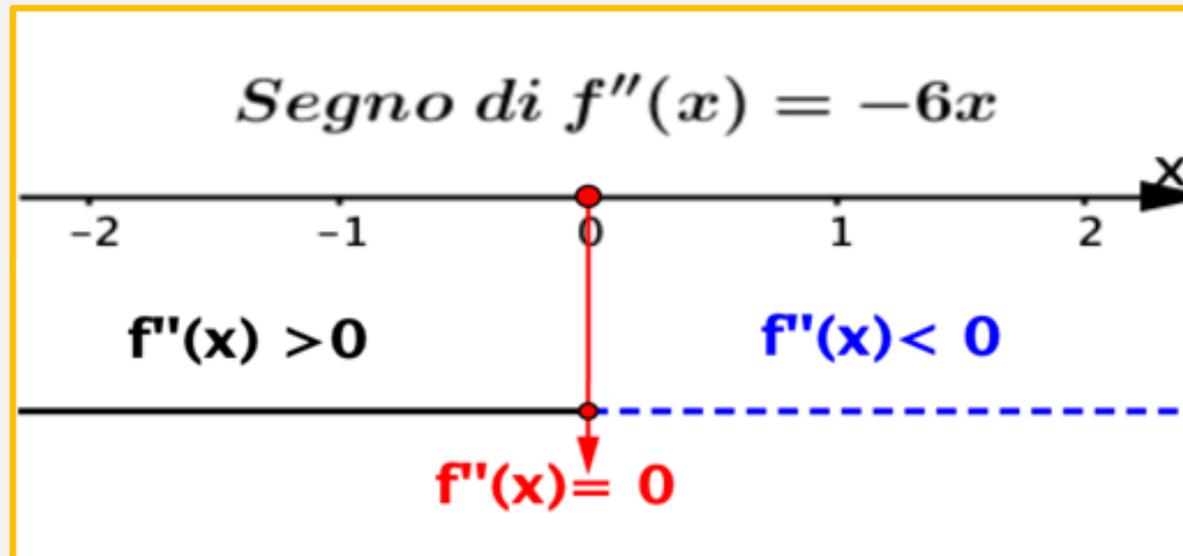
Il grafico di $f(x)$ rivolge la concavità verso il basso

Osservo un punto notevole



F punto di flesso

Riconoscere archi con concavità verso l'alto o verso il basso nel grafico di una funzione $y = f(x)$



**Il grafico non è necessario:
basta esaminare il segno
di $f''(x)$**

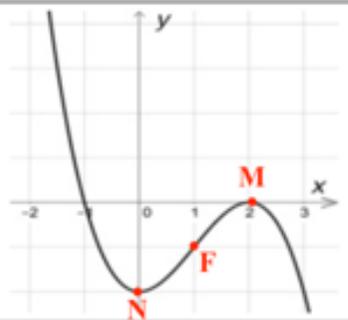
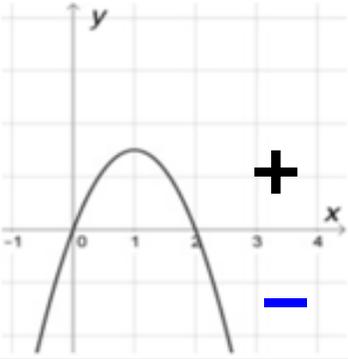
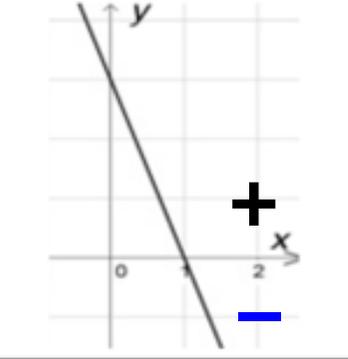
Attività

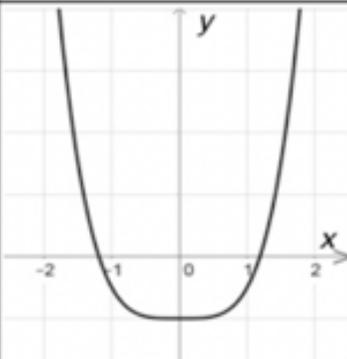
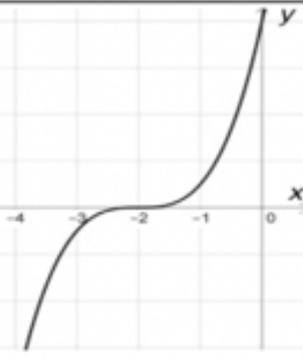
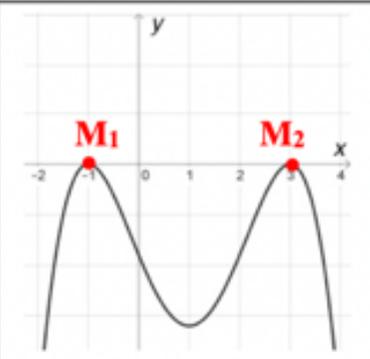
Completa la scheda di lavoro per collegare il grafico di una funzione $f(x)$ con il segno di $f'(x)$ e $f''(x)$

Riflessioni sul lavoro svolto

I quesito, colonna A

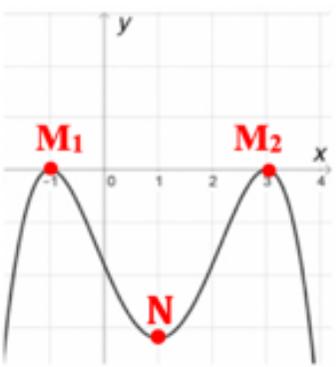
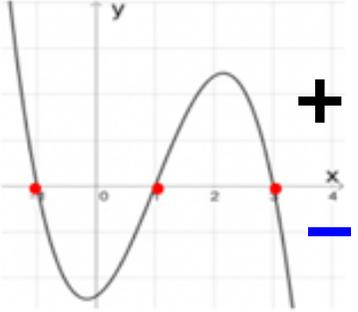
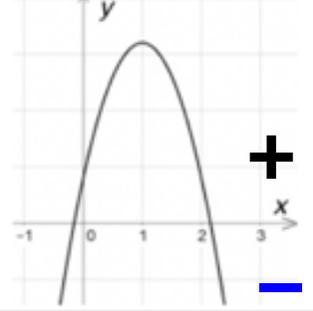
1. In ogni colonna della tabella seguente trovi la derivata prima e seconda di una stessa funzione. Associa a ciascuna coppia di derivate il grafico della funzione iniziale.

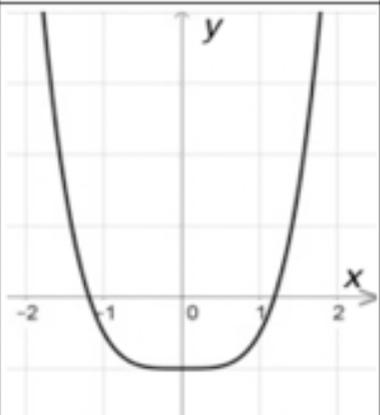
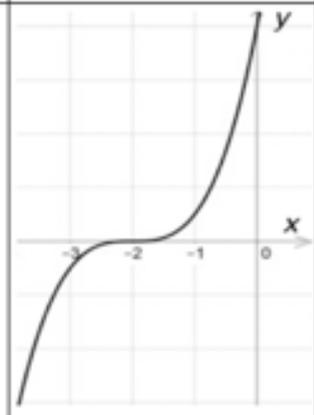
	2
$f(x)$	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
	A

	1	3	4
$f(x)$			
	Concavità verso l'alto per ogni x	Crescente per ogni x	Due punti di massimo relativo

I quesito, colonna B

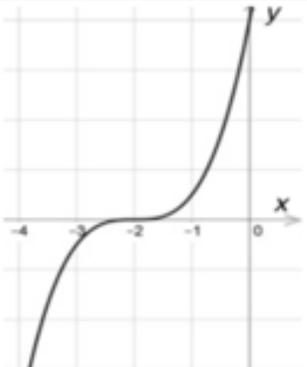
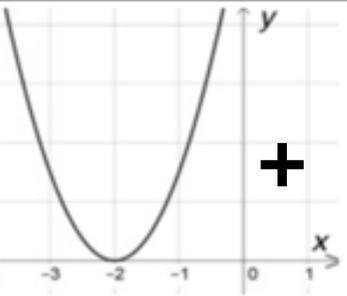
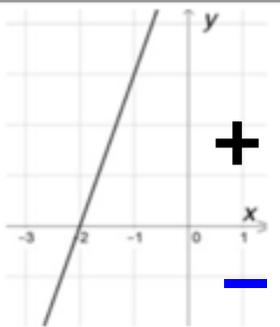
1. In ogni colonna della tabella seguente trovi la derivata prima e seconda di una stessa funzione. Associa a ciascuna coppia di derivate il grafico della funzione iniziale.

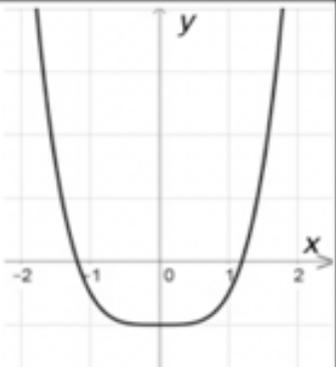
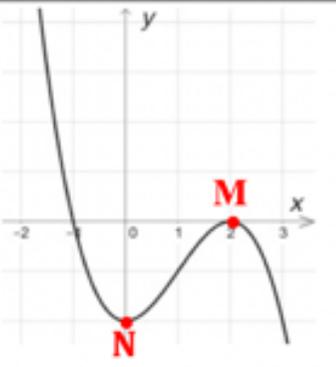
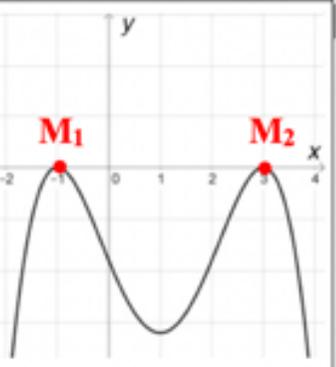
	4
$f(x)$	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
	B

	1	2	3
$f(x)$			
	Concavità verso l'alto per ogni x	1 punto di massimo e 1 punto di minimo relativi	Crescente per ogni x

I quesito, colonna C

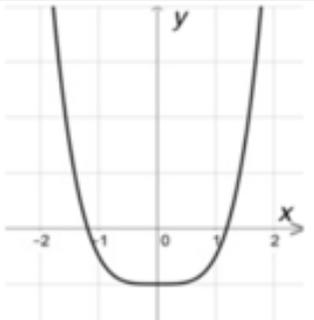
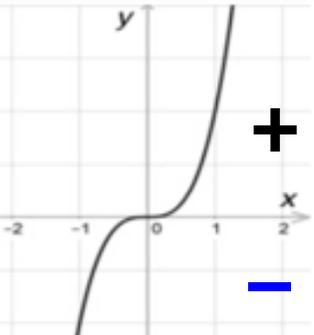
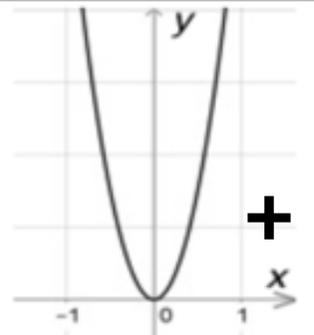
1. In ogni colonna della tabella seguente trovi la derivata prima e seconda di una stessa funzione. Associa a ciascuna coppia di derivate il grafico della funzione iniziale.

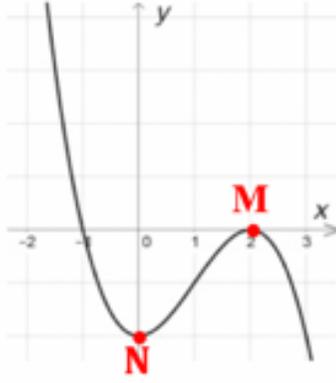
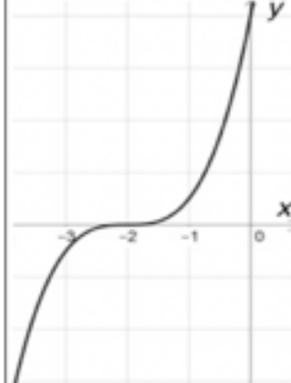
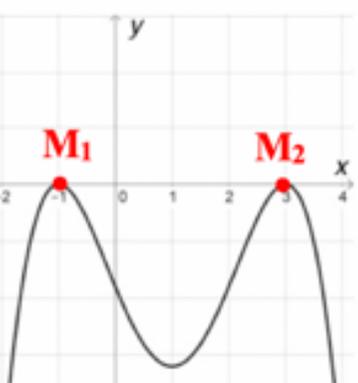
	3
$f(x)$	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
	C

	1	2	4
$f(x)$			
	Concavità verso l'alto per ogni x	1 punto di massimo e 1 punto di minimo relativi	Due punti di massimo relativo

I quesito, colonna D

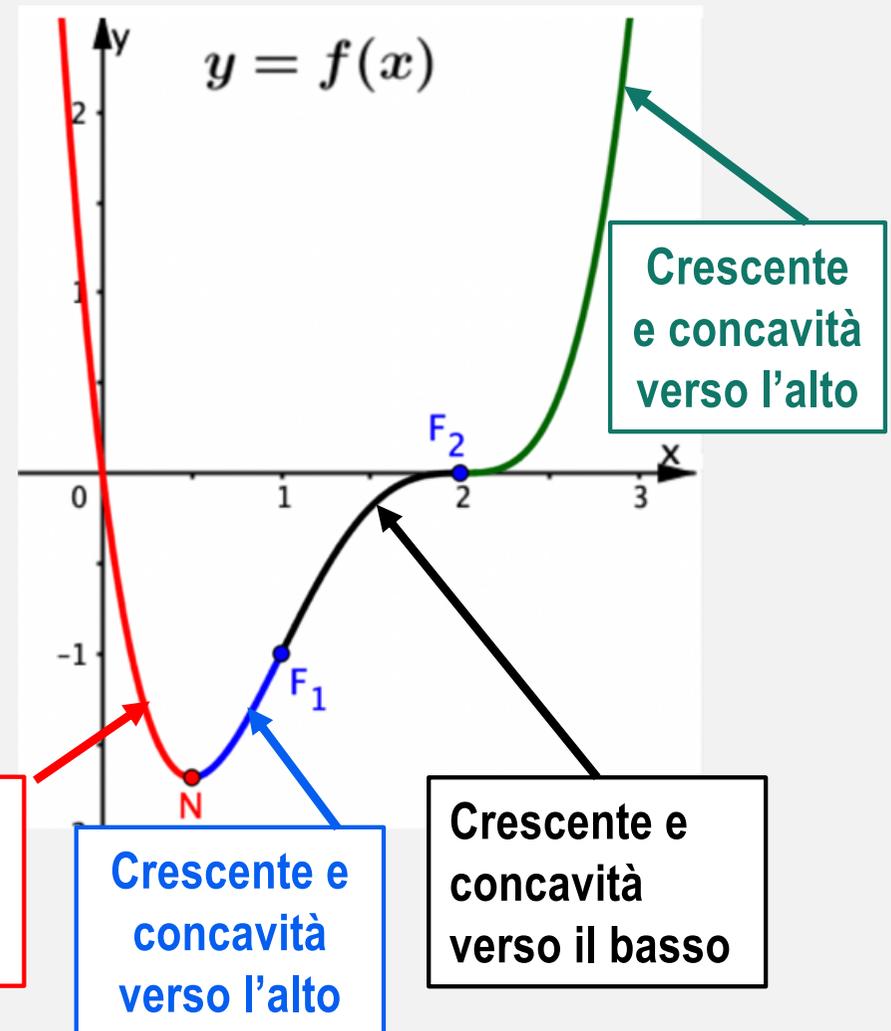
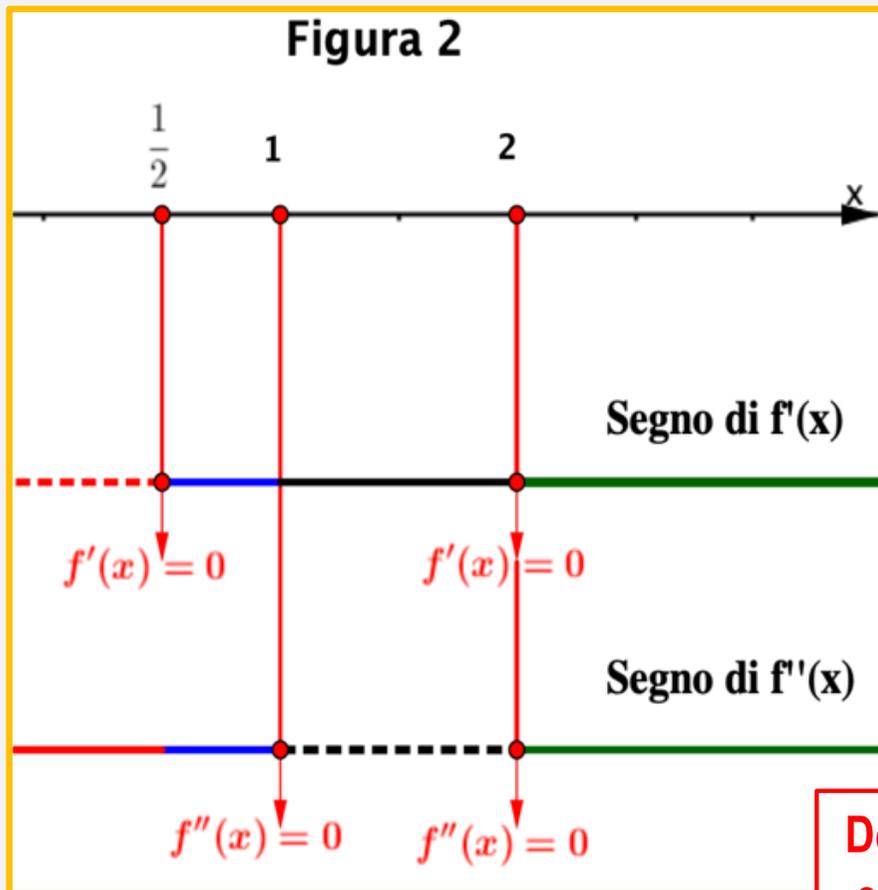
1. In ogni colonna della tabella seguente trovi la derivata prima e seconda di una stessa funzione. Associa a ciascuna coppia di derivate il grafico della funzione iniziale.

	1
$f(x)$	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
	D

	2	3	4
$f(x)$			
	1 punto di massimo e 1 punto di minimo relativi	Crescente per ogni x	Due punti di massimo relativo

Il quesito: risposta corretta

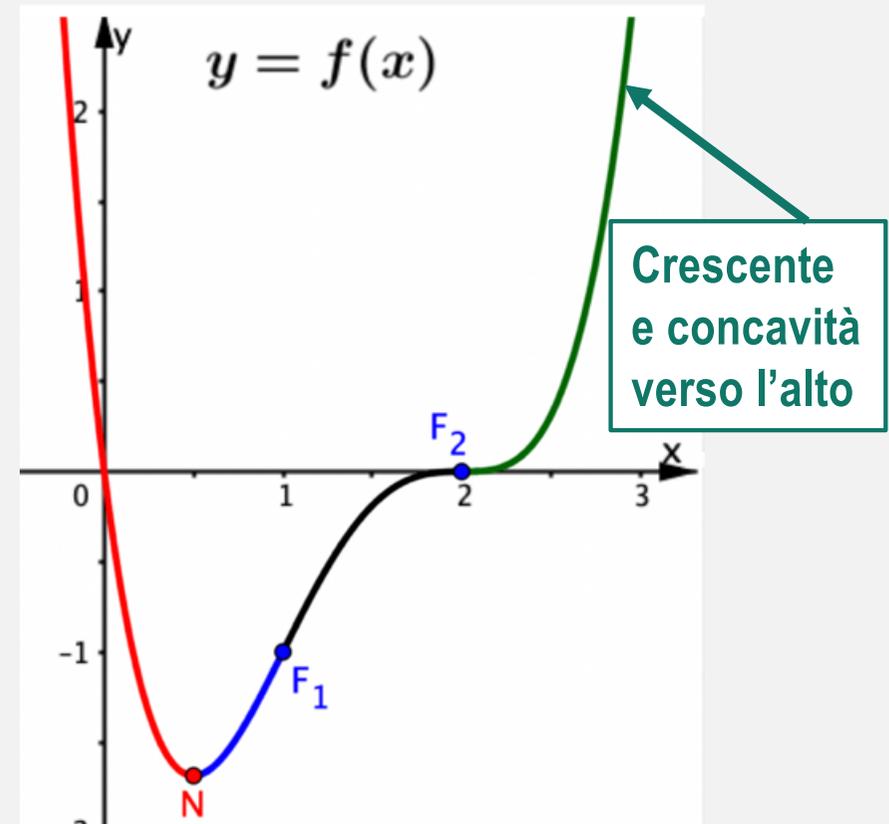
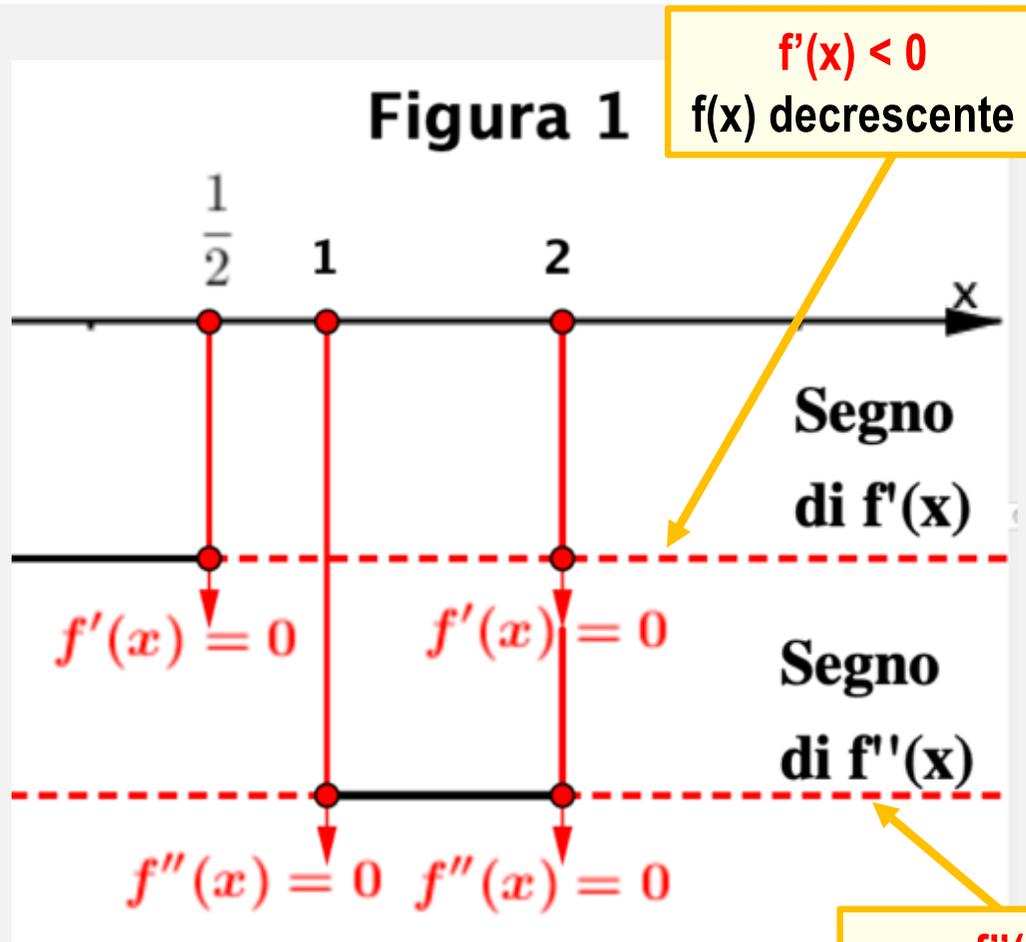
1. La figura a fianco rappresenta il grafico di una funzione $f(x)$.
Quale fra le figure sotto rappresenta il segno di $f'(x)$ e $f''(x)$? **2**



N punto di minimo relativo
 F_1 flesso
 F_2 flesso orizzontale

Il quesito: risposta errata 1

1. La figura a fianco rappresenta il grafico di una funzione $f(x)$.
Quale fra le figure sotto rappresenta il segno di $f'(x)$ e $f''(x)$? **2**

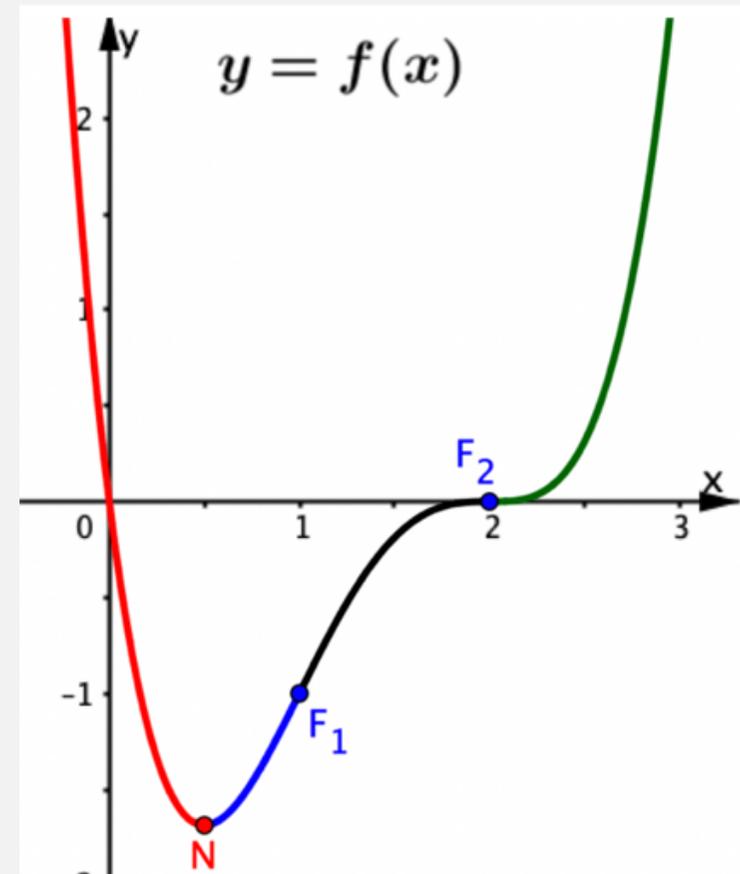
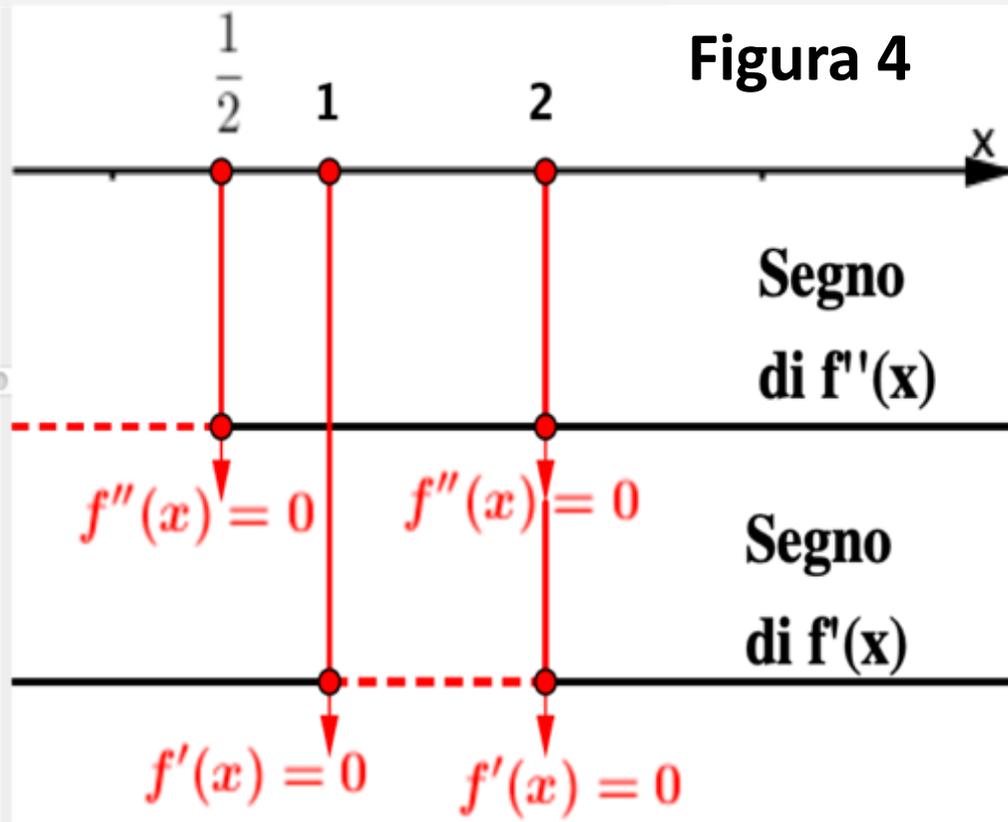


N punto di **massimo** relativo
F₁ flesso
F₂ flesso orizzontale

$f''(x) < 0$
 $f(x)$ con concavità verso il basso

Il quesito: risposta errata 4

1. La figura a fianco rappresenta il grafico di una funzione $f(x)$.
Quale fra le figure sotto rappresenta il segno di $f'(x)$ e $f''(x)$? **2**



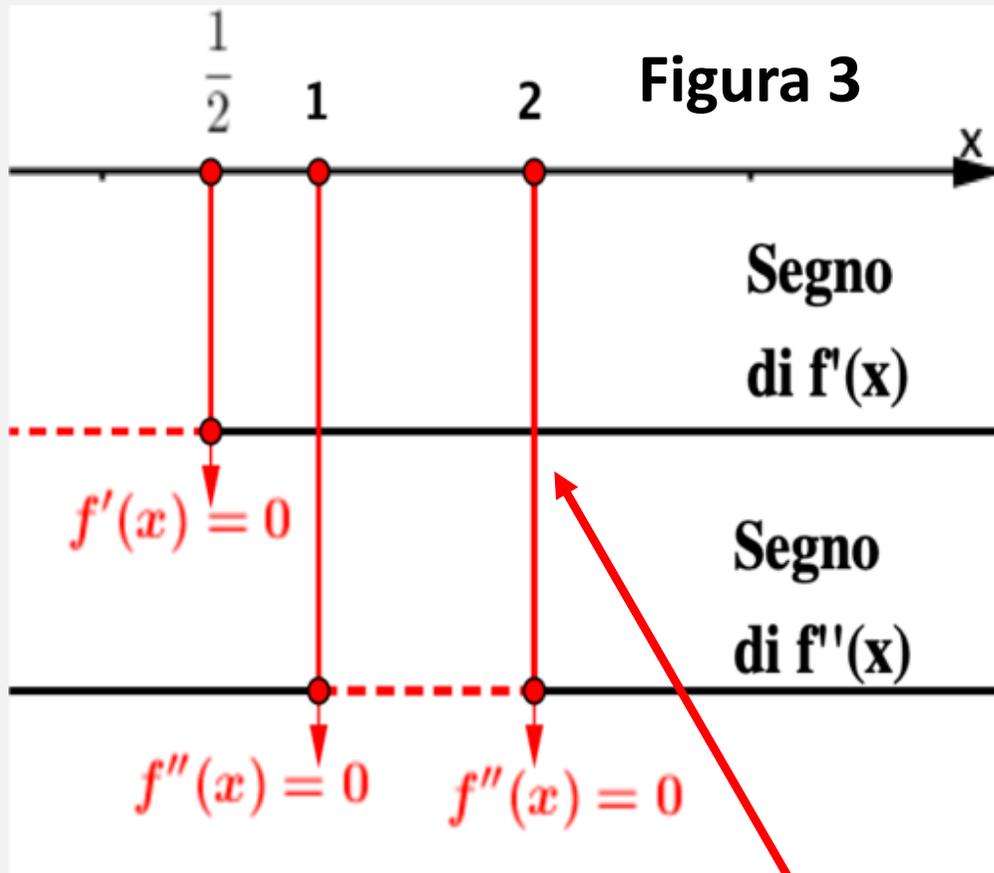
Scambiata $f'(x)$ con $f''(x)$

N flesso

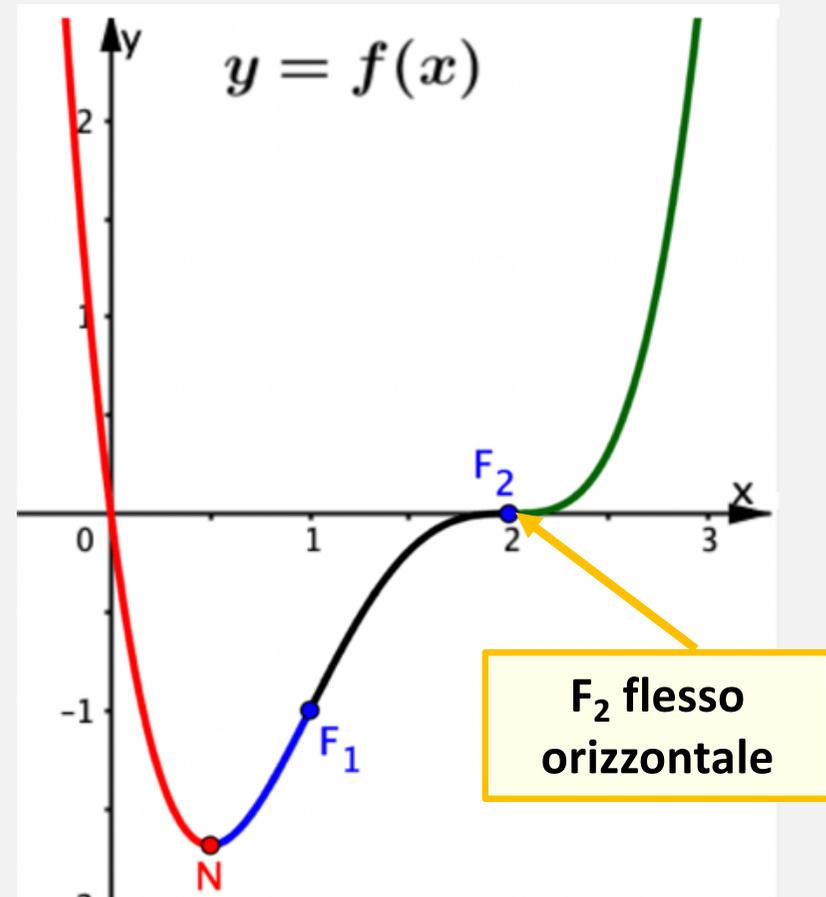
F_1 punto di massimo relativo, con concavità verso l'alto??

Il quesito: risposta errata 3

1. La figura a fianco rappresenta il grafico di una funzione $f(x)$.
Quale fra le figure sotto rappresenta il segno di $f'(x)$ e $f''(x)$? **2**



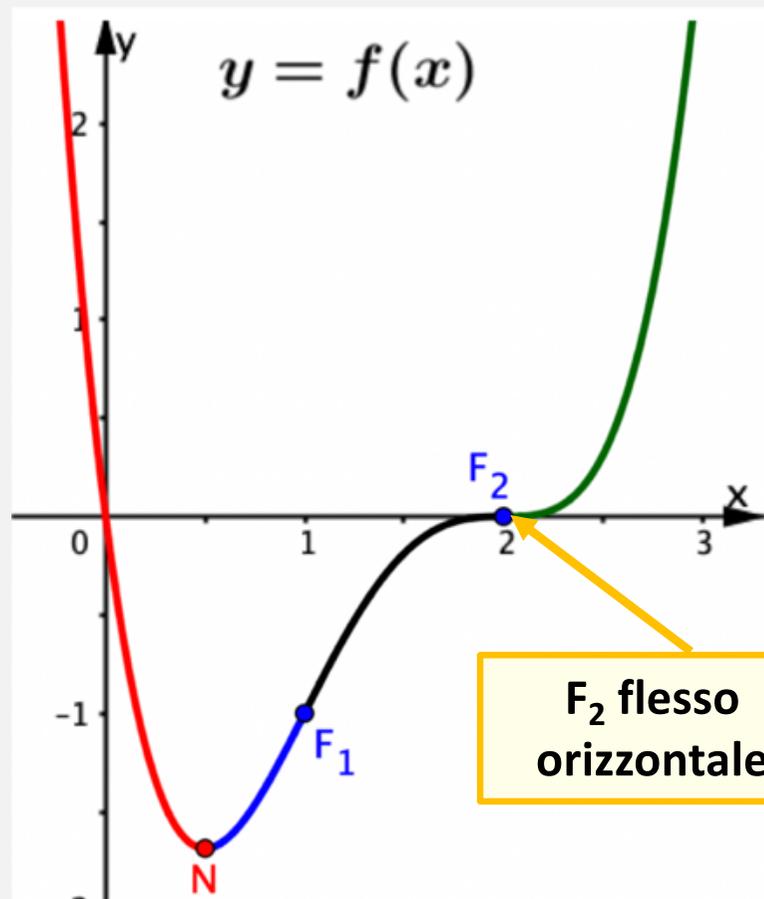
Nello schema trovo
 $f''(2) = 0$ ma $f'(2) > 0$



Deve essere
 $f'(2) = 0$ e $f''(2) = 0$

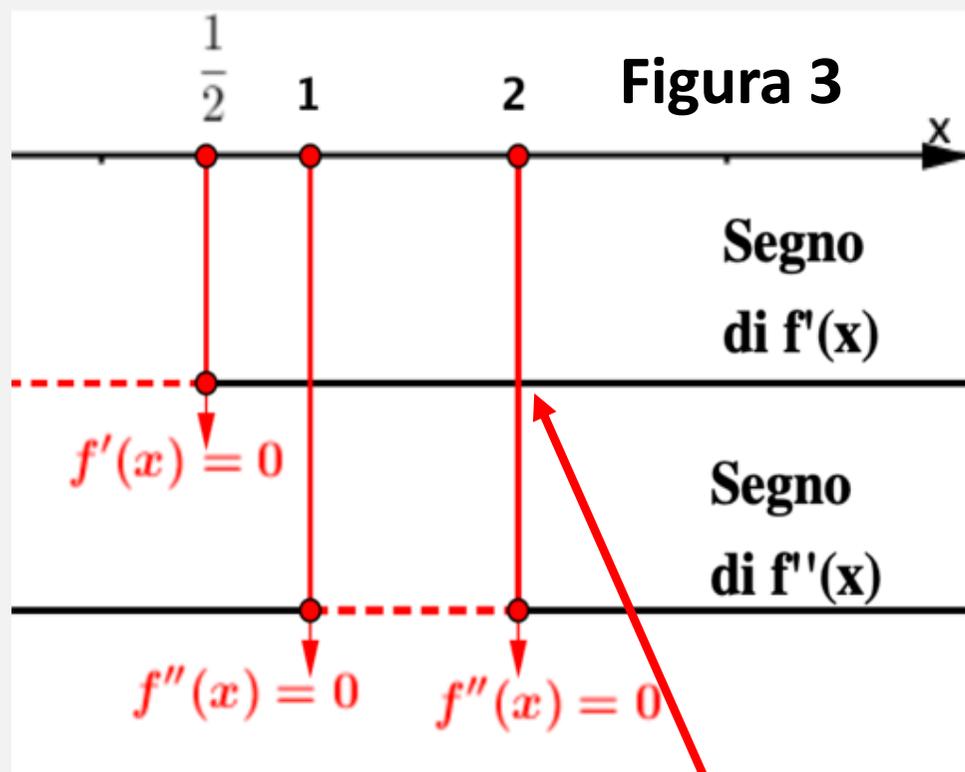
Osservazioni sulla risposta errata 3 al II quesito

1. Attenzione alle caratteristiche di un flesso orizzontale

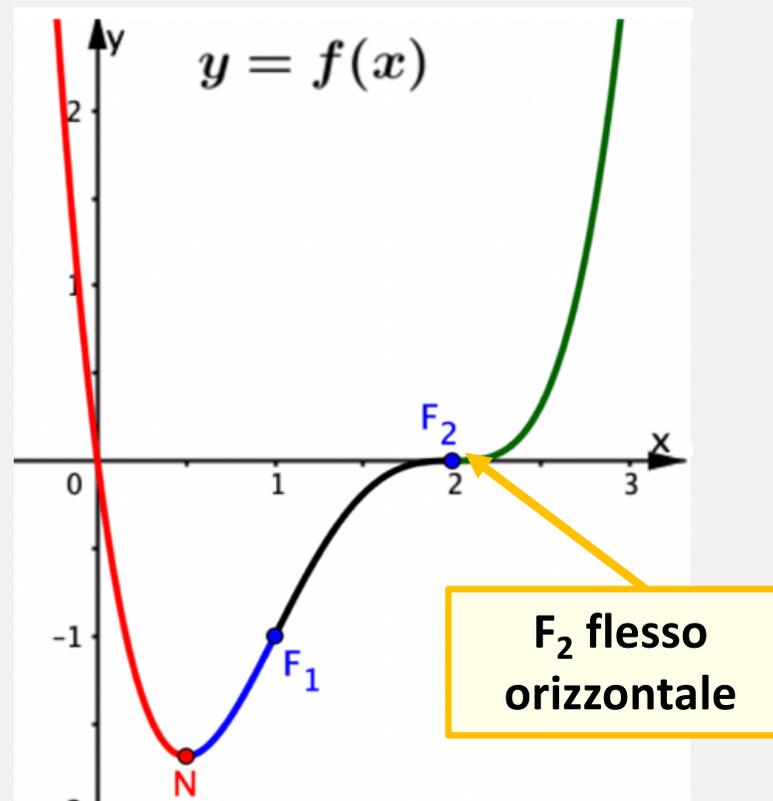


- È un flesso perciò trovo $f''(2) = 0$
- La tangente ha pendenza 0, perciò trovo **anche** $f'(2) = 0$

2. Attenzione nel collegare il grafico di $f(x)$ con il segno delle sue derivate



**Nello schema trovo
 $f''(2) = 0$ ma $f'(2) > 0$**



**Deve essere
 $f'(2) = 0$ e $f''(2) = 0$**