Problemi di ottimizzazione 1. Attività

Completa la soluzione del seguente problema sui contenitori

Una ditta produce le scatole a base quadrata nella figura sotto. Una scatola deve avere un volume di 125cm^3; in quale caso produce la scatola con la minima quantità di cartone?

A. Dal problema al modello matematico

La scatola ha la forma di un parallelepipedo a base quadrata. La scatola prodotta con la minima quantità di cartone è quella con superficie totale S minima.

1. Indica sulla figura:
- Il lato di base, che ha lunghezza variabile x;
- l'altezza, che ha lunghezza variabile h.

2. Spiega perché le seguenti formule esprimono il volume V e la superficie totale S del parallelepipedo in funzione di x ed h.

$$V = x^2h \qquad S = 2x^2 + 4xh$$

____

3. Spiega perché, in questo problema, le variabili V ed h sono legate dalla relazione

$$h = \frac{125}{x^2}$$

____

4. Spiega perché, in questo problema, la superficie totale y varia al variare di x con la legge

$$y = 2x^2 + \frac{500}{x}$$

____

5. Se pensi geometricamente al parallelepipedo, quali valori può assumere x? __________

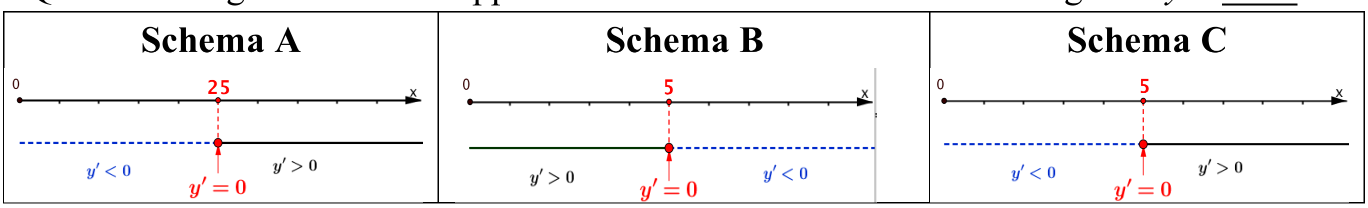
Indica il dominio della funzione ottenuta ________________

B. Ricerca del minimo assoluto della funzione

6. Spiega perché la derivata della funzione è $y' = 4\left(\frac{x^3 - 125}{x^2}\right)$ con dominio ____________

____

7. Quale fra i seguenti schemi rappresenta correttamente lo studio del segno di y'? ____



8. Qual è il lato x che rende minima la superficie totale? _____________

9. Quanto vale l'altezza h che rende minima la superficie totale? _____________

10. Quanto vale (in cm^2) la superficie minima? ______________________________

C. Generalizzare il problema

La ditta produce scatole con volumi diversi e ha bisogno di costruire, per ogni volume V, la scatola con la minima quantità di cartone. Come risolvi questo problema?

____

Stefano Volpe, 2022