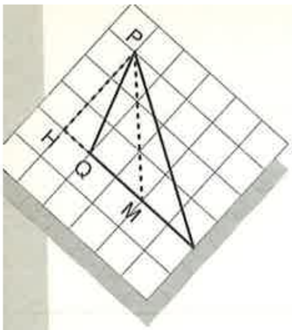


Sulle trasformazioni affini

1. Un telaio quadrato appoggiato su un tavolo, perpendicolarmente al piano, è illuminato dai raggi del Sole. Rispondere ai seguenti quesiti:
a. descrivere la forma dell'ombra del quadrato data dai raggi del Sole;
b. si può avere un'ombra che è un quadrato uguale a quello dato?
c. se il caso (b) si verifica, come sono inclinati i raggi del Sole?

2. I raggi del Sole, penetrando attraverso una finestra rettangolare aperta, determinano sul pavimento una zona luminosa. Rispondere ai seguenti quesiti:
a. descrivere la forma della zona luminosa;
b. si può avere una zona rettangolare?
c. se il caso (b) si verifica, come sono inclinati i raggi del Sole?

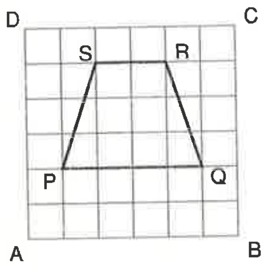
3. Il Sole illumina un cartellone pubblicitario rettangolare; fra le seguenti figure scegliere quelle che possono essere l'ombra del cartellone, motivando la scelta:
- un qualunque quadrilatero;
- un trapezio;
- un parallelogramma;
- un rettangolo simile a quello dato;
- un rettangolo uguale a quello dato;
- un quadrato;
- un segmento.

4. Un lampione illumina un cartellone rettangolare; fra le seguenti figure scegliere quelle che possono essere l'ombra del cartellone, motivando la scelta:
- un qualunque quadrilatero;
- un trapezio;
- un parallelogramma;
- un rettangolo simile a quello dato;
- un rettangolo uguale a quello dato;
- un quadrato;
- un segmento.

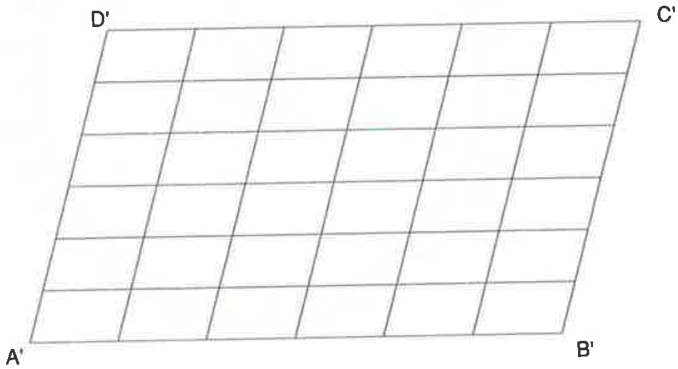
5. Un cartello segnaletico che ha la forma di un triangolo equilatero viene illuminato dai raggi del Sole. Rispondere ai seguenti quesiti:
a. descrivere la forma dell'ombra del triangolo data dai raggi del Sole;
b. si può avere un'ombra che è un triangolo uguale a quello dato?
c. se il caso (b) si verifica, come sono inclinati i raggi del Sole?

6. In fig. 1*a* è rappresentato un trapezio PQRS disegnato in un telaio quadrettato ABCD; a fianco (fig. 1*b*) è disegnato il quadrettato A'B'C'D' trasformato con un'affinità; risolvere i seguenti quesiti:
a. disegnare il poligono P'Q'R'S', trasformato del trapezio PQRS;
b. spiegare perché P'Q'R'S' è certamente un trapezio;
c. l'ombra di PQRS data dai raggi del Sole può essere un parallelogramma?

Figura 1



1*a*



1*b*

7. Dopo aver risolto l'esercizio 6, risolvere i seguenti quesiti, sempre a partire dal trapezio PQRS disegnato nel quadrettato ABCD e dai loro trasformati per affinità:

a. confrontare i rapporti $\frac{PQ}{RS}$ e $\frac{P'Q'}{R'S'}$;

b. confrontare i rapporti $\frac{SP}{RQ}$ e $\frac{S'P'}{R'Q'}$;

c. calcolare il rapporto fra l'area di PQRS e l'area di ABCD e confrontarlo con il rapporto delle aree delle due figure trasformate.

8. In fig. 2*a* è rappresentato un rombo PQRS disegnato in un telaio quadrettato ABCD; a fianco (fig. 2*b*) è disegnato il quadrettato A'B'C'D', trasformato con un'affinità; risolvere i seguenti quesiti:

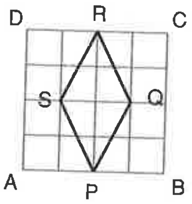
a. disegnare il poligono P'Q'R'S' trasformato del rombo PQRS;

b. il rombo PQRS presenta le seguenti proprietà:
   - i quattro lati sono uguali fra loro;
   - i lati opposti sono paralleli;
   - le diagonali si tagliano nel loro punto medio O;
   - le diagonali sono perpendicolari.

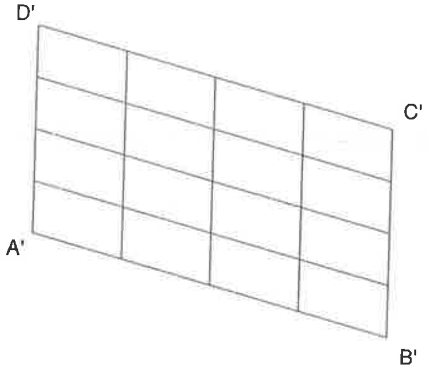
   Fra le precedenti proprietà indicare quelle che si trovano certamente anche nel quadrilatero P'Q'R'S', motivando la scelta;

c. l'ombra di PQRS data dai raggi del Sole può essere un trapezio?

Figura 2



2*a*



2*b*

9. In fig. 3*a* è disegnato, in un quadrettato ABCD, un triangolo PQR con l'altezza PH e la mediana PM relative al lato QR; a fianco (fig. 3*b*) è disegnato il quadrettato A'B'C'D' trasformato con un'affinità; risolvere i seguenti quesiti:

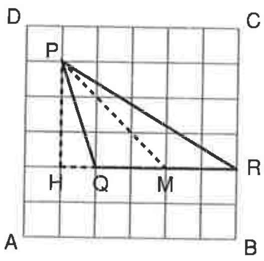
a. disegnare il triangolo P'Q'R' trasformato di PQR e i punti H', M', trasformati di H e M;

b. P'H' è ancora un'altezza del triangolo P'Q'R'?

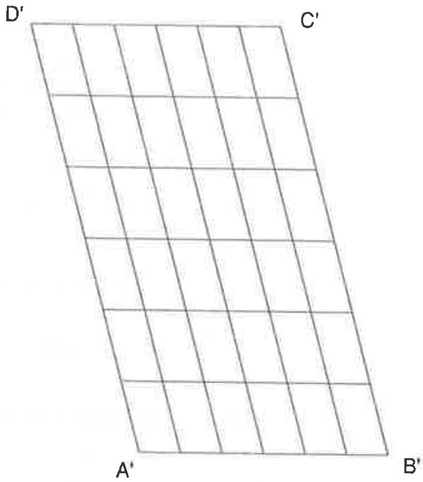
c. P'M' è ancora una mediana del triangolo P'Q'R'?

d. motivare adeguatamente le risposte ai quesiti (b) e (c).

Figura 3



3*a*

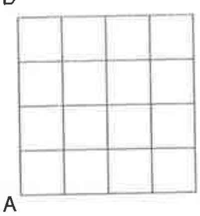


3*b*

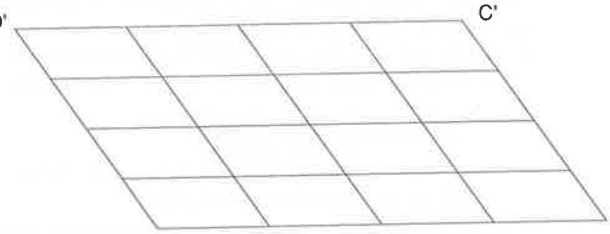
10. In fig. 4*a* è disegnato un quadrettato ABCD e in fig. 4*b* il quadrettato A'B'C'D', trasformato con un'affinità; risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare un poligono a piacere all'interno di ABCD;
b. disegnare il poligono trasformato all'interno di A'B'C'D';
c. descrivere qualche invariante della trasformazione affine.

Figura 4



4*a*



4*b*

Sulle equazioni di una trasformazione affine

11. Disegnare sul piano cartesiano il quadrato che ha i vertici seguenti:

A(2; 2) B(3; 4) C(5; 3) D(4; 1)

Operare la trasformazione affine descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=2x \\ y'=3y \end{cases}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare i vertici del poligono trasformato;
b. disegnare il poligono trasformato;
c. il quadrato assegnato aveva le seguenti caratteristiche:
- lati uguali fra loro;
- lati due a due paralleli;
- angoli tutti retti;
- diagonali uguali;
- diagonali perpendicolari;
- diagonali che si tagliano nel punto medio.

Quali fra le precedenti caratteristiche si ritrovano nel poligono trasformato?

12. Ripetere l'esercizio 11 a partire dal quadrato che ha i seguenti vertici:

A(1; 1) B(2; 3) C(4; 2) D(3; 0)

e dalla trasformazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=3x \\ y'=4y \end{cases}$$

13. Ripetere l'esercizio 12 a partire dalla trasformazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=3x \\ y'=3y \end{cases}$$

14. Ripetere l'esercizio 12 a partire dalla trasformazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=4x \\ y'=4y \end{cases}$$

15. Disegnare sul piano cartesiano il parallelogramma che ha i vertici seguenti:

A(6; 4) B(6; 10) C(9; 12) D(9; 6)

Operare la trasformazione affine descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=\frac{1}{3}x \\ y'=y \end{cases}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare i vertici del poligono trasformato e disegnare il poligono;
b. modificare le equazioni precedenti in modo da ottenere un parallelogramma simile a quello assegnato.

16. Ripetere l'esercizio 15 a partire dalla trasformazione descritta dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{2}y \end{cases}$$

17. Disegnare sul piano cartesiano il trapezio che ha i vertici seguenti:

A(2; 1) B(8; 1) C(6; 3) D(2; 3)

Operare la trasformazione affine descritta dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} x'=\frac{1}{2}x \\ y'=3y \end{cases}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare i vertici del poligono trasformato e disegnare il poligono;
b. calcolare il valore dei seguenti rapporti:

$$\frac{AB}{DC} \qquad \frac{AB}{AD}$$

c. determinare il valore dei seguenti rapporti, stabilendo in particolare se c'è un rapporto di cui si può dire il valore senza bisogno di alcun calcolo:

$$\frac{A'B'}{D'C'} \qquad \frac{A'B'}{A'D'}$$

18. Ripetere l'esercizio 17 a partire dal trapezio che ha i seguenti vertici:

A(1; 3) B(1; 9) C(3; 6) D(3; 3)

e dalla trasformazione descritta dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} x'=2x \\ y'=\frac{1}{3}y \end{cases}$$

19. Ripetere l'esercizio 18 a partire dalla trasformazione descritta dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} x'=2x \\ y'=2y \end{cases}$$

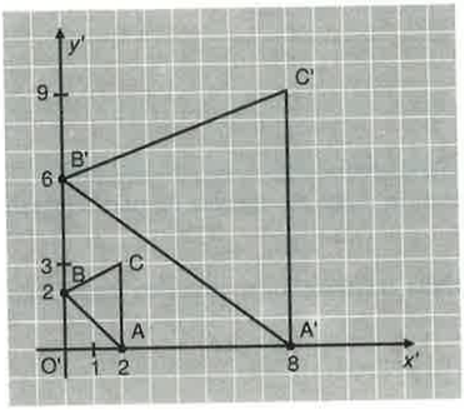
20. In fig. 5 sono disegnati due triangoli: ABC e A'B'C'; risolvere i seguenti quesiti:

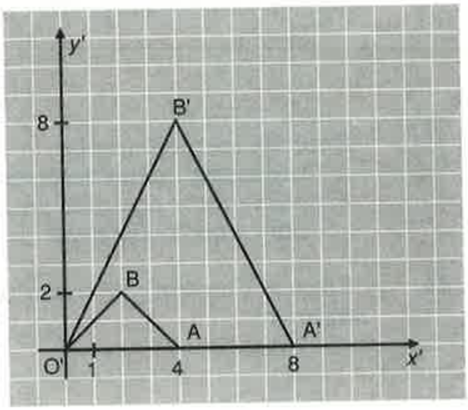
a. scrivere le equazioni della trasformazione che trasforma ABC in A'B'C';
b. scrivere le equazioni della trasformazione che trasforma A'B'C' in ABC;
c. spiegare perché le trasformazioni non sono similitudini e modificarne le equazioni in modo da ottenere che i triangoli ABC e A'B'C' siano simili.

21. Ripetere l'esercizio 20 a partire dai due triangoli di fig. 6.

Figura 5 (a sinistra)

Figura 6 (a destra)





Sulle aree di figure affini

22. Disegnare sul piano cartesiano il parallelogramma che ha per vertici i punti:

O(0; 0) A(1; 0) B(2; 1) C(1; 1)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. calcolare l'area S del parallelogramma dato;
b. disegnare il poligono ottenuto operando la trasformazione di equazioni:

$$\begin{cases} x'=2x \\ y'=3y \end{cases}$$

c. calcolare l'area S' del parallelogramma trasformato e il rapporto fra S' e S;
d. modificare la trasformazione in modo da lasciare inalterata l'area del poligono.

23. Ripetere l'esercizio 22 a partire dal parallelogramma che ha i vertici:

A(0; 1) B(0; 3) C(1; 2) D(1; 0)

e dalla trasformazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=3x \\ y'=2y \end{cases}$$

24. Disegnare sul piano cartesiano i seguenti poligoni:

- il triangolo di vertici A(0; 4), B(2; 0), C(–2; 0)
- il quadrilatero di vertici A(0; 4), D(–4; 0), E(0; –4), F(4; 0)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. calcolare il rapporto fra l'area Q del quadrilatero e l'area T del triangolo;
b. operare la trasformazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=\frac{1}{2}x \\ y'=3y \end{cases}$$

disegnare le figure trasformate e calcolarne l'area Q' e T';

c. verificare che la trasformazione ha lasciato inalterato il rapporto delle aree;
d. modificare la trasformazione in modo che restino inalterate le aree.

25. Ripetere l'esercizio 24 a partire dai seguenti poligoni:
- il triangolo di vertici A(6; 0), B(0; 3), C(0; –3)
- il quadrilatero di vertici A(6; 0), D(0; –6), E(–6; 0), F(0; 6)

e dalla trasformazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x' = 2x \\ y' = \dfrac{1}{3}y \end{cases}$$

26. Disegnare il rettangolo che ha il centro nell'origine O(0; 0) e un vertice nel punto A(4; 3). Risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare il rettangolo ottenuto operando l'affinità descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{3}{2}x \\ y' = \dfrac{2}{3}y \end{cases}$$

b. calcolare il rapporto fra le diagonali dei due rettangoli;
c. calcolare il rapporto fra le aree dei due rettangoli;
d. modificare la trasformazione in modo da ottenere due rettangoli simili.

27. Ripetere l'esercizio 26 a partire dal rettangolo che ha centro nell'origine O e un vertice nel punto A(3; 4) e dalla trasformazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{4}{3}x \\ y' = \dfrac{3}{4}y \end{cases}$$

28. Disegnare sul piano cartesiano il quadrato di vertici:

A(–4; –2) B(0; 4) C(6; 0) D(2; –6)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni dell'affinità che trasforma il quadrato in un quadrato di area doppia e disegnare il quadrato trasformato;
b. scrivere le equazioni di un'affinità che trasforma il quadrato in un parallelogramma di area doppia e disegnare il poligono trasformato.

29. A partire dal quadrato assegnato nell'esercizio 28, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni dell'affinità che trasforma il quadrato in un quadrato di area metà e disegnare il quadrato trasformato;
b. scrivere le equazioni di un'affinità che trasforma il quadrato in un parallelogramma di area metà e disegnare il poligono trasformato.

30. Disegnare sul piano cartesiano il quadrato di vertici:

A(3; 6) B(–6; 0) C(0; –9) D(9; –3)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni dell'affinità che trasforma il quadrato in un quadrato di area tripla e disegnare il quadrato trasformato;
b. scrivere le equazioni di un'affinità che trasforma il quadrato in un parallelogramma di area tripla e disegnare il poligono trasformato.

31. A partire dal quadrato assegnato nell'esercizio 30, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni dell'affinità che trasforma il quadrato in un quadrato di area un terzo di quella iniziale e disegnare il quadrato trasformato;
b. scrivere le equazioni di un'affinità che trasforma il quadrato in un parallelogramma di area un terzo e disegnare il poligono trasformato.

Sulle simmetrie

32. Disegnare sul piano cartesiano il triangolo che ha i vertici:

A(1; 3) B(4; 3) C(4; 6)

Disegnare i triangoli che si ottengono operando le seguenti simmetrie:

a. la simmetria rispetto all'asse delle x;
b. la simmetria rispetto all'asse delle y;
c. la simmetria rispetto all'origine O;
d. la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante.

33. Ripetere l'esercizio 32 a partire dal triangolo che ha i vertici:

A(–5; –1) B(–2; –1) C(–2; –6)

34. In fig. 7 sono disegnati due rettangoli ABCD e A'B'C'D'; scrivere le equazioni della trasformazione che trasforma il primo rettangolo nel secondo.

35. Ripetere l'esercizio 34 a partire dai due rettangoli di fig. 8.

Figura 7

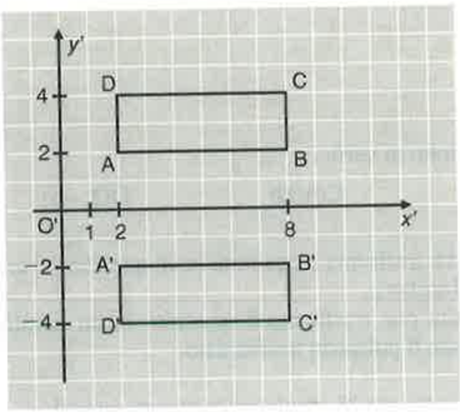
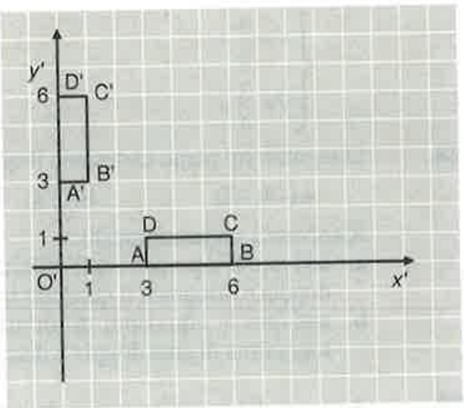


Figura 8



Gli esercizi dal n. **36** *al n.* **45** *richiedono di riprendere le nozioni sugli assi di simmetria dei poligoni (vedi il primo volume, pp. 136-139).*

36. Disegnare sul piano cartesiano il triangolo isoscele che ha i vertici:

A(–3; –1) B(3; –1) C(0; 4)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante e disegnare il triangolo ottenuto;
b. operare la simmetria rispetto all'asse delle x e disegnare il triangolo ottenuto;
c. operare la simmetria rispetto all'asse delle y e spiegare perché il triangolo è rimasto inalterato.

37. Disegnare sul piano cartesiano il triangolo isoscele che ha i vertici:

A(–5; –2) B(–5; 2) C(3; 0)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare la simmetria rispetto all'asse delle y e disegnare il triangolo ottenuto;
b. operare la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante e disegnare il triangolo ottenuto;
c. operare la simmetria rispetto all'asse delle x e spiegare perché il triangolo è rimasto inalterato.

38. Disegnare sul piano cartesiano il deltoide che ha i vertici:

A(–4; 0) B(0; 2) C(2; 0) D(0; –2)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare la simmetria rispetto all'asse delle y e disegnare il deltoide ottenuto;
b. operare la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante e disegnare il deltoide ottenuto;
c. operare la simmetria rispetto all'asse delle x e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato.

39. Disegnare sul piano cartesiano il deltoide che ha i vertici:

A(–3; 0) B(0; 1) C(3; 0) D(0; –4)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare la simmetria rispetto all'asse delle x e disegnare il deltoide ottenuto;
b. operare la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante e disegnare il deltoide ottenuto;
c. operare la simmetria rispetto all'asse delle y e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato.

40. Disegnare sul piano cartesiano il trapezio che ha i vertici:

A(–3; 2) B(4; 1) C(4; –1) D(–3; –2)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare la simmetria rispetto all'asse delle y e disegnare il trapezio ottenuto;
b. operare la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante e disegnare il trapezio ottenuto;
c. operare la simmetria rispetto all'asse delle x e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato.

41. Disegnare sul piano cartesiano il trapezio che ha i vertici:

A(–1; –2) B(1; –2) C(4; 1) D(–4; 1)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare la simmetria rispetto all'asse delle x e disegnare il trapezio ottenuto;
b. operare la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante e disegnare il trapezio ottenuto;
c. operare la simmetria rispetto all'asse delle y e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato.

42. Disegnare sul piano cartesiano il parallelogramma che ha i vertici:

A(–2; 3) B(4; 3) C(2; –3) D(–4; –3)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare la simmetria rispetto all'asse delle x e disegnare il poligono ottenuto;
b. operare la simmetria rispetto all'asse delle y e disegnare il poligono ottenuto;
c. operare la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante e disegnare il poligono ottenuto;
d. operare la simmetria rispetto all'origine O e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato, riprendendo le nozioni relative al centro di simmetria dei parallelogrammi (vedi il primo volume, p. 198).

43. Disegnare sul piano cartesiano il rettangolo che ha i vertici:

A(4; 1) B(4; –1) C(–4; –1) D(–4; 1)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante e disegnare il rettangolo trasformato;
b. operare la simmetria rispetto all'asse delle x e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato;
c. operare la simmetria rispetto all'asse delle y e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato.

44. Disegnare sul piano cartesiano il rombo che ha i vertici:

A(3; 0) B(0; 4) C(–3; 0) D(0; –4)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante e disegnare il rombo trasformato;
b. operare la simmetria rispetto all'asse delle x e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato;
c. operare la simmetria rispetto all'asse delle y e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato.

45. Disegnare sul piano cartesiano il quadrato che ha i vertici:

A(3; 0) B(0; 3) C(–3; 0) D(0; –3)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato;
b. operare la simmetria rispetto all'asse delle x e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato;
c. operare la simmetria rispetto all'asse delle y e spiegare perché il poligono è rimasto inalterato.

Sulla composizione di trasformazioni

46. Disegnare sul piano cartesiano il quadrilatero che ha i vertici:

A(–2; 3) B(–8; 3) C(–4; 9) D(–2; 9)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare il quadrilatero che si ottiene operando la trasformazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x' = -\dfrac{1}{2}x \\ y' = \dfrac{1}{3}y \end{cases}$$

b. indicare le trasformazioni che compongono la trasformazione assegnata.

47. Ripetere l'esercizio 46 a partire dal quadrilatero di vertici:

A(–1; –2) B(–4; –2) C(–2; –4) D(–1; –4)

e dalla trasformazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=2x \\ y'=-\dfrac{1}{2}y \end{cases}$$

48. Disegnare sul piano cartesiano il quadrato di vertici:

A(–4; –2) B(–2; –2) C(–2; –4) D(–4; –4)

Operarare la trasformazione composta dalle seguenti trasformazioni:
- l'affinità che raddoppia i lati del quadrato;
- la simmetria rispetto all'origine O.

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni che descrivono la trasformazione composta;

b. disegnare il quadrilatero trasformato e spiegare perché è ancora un quadrato.

49. A partire dal quadrato assegnato nell'esercizio 48, operare la trasformazione composta delle seguenti trasformazioni:
- l'affinità che trasforma il quadrato in un quadrato di area doppia;
- la simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante.

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni che descrivono la trasformazione composta;

b. disegnare il quadrato trasformato e confrontarlo con quello ottenuto nell'esercizio 48.

Sulle traslazioni

50. Disegnare sul piano cartesiano il triangolo che ha i vertici:

A(1; 3) B(4; 3) C(4; 6)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare il triangolo A'B'C', che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y \end{cases}$$

b. disegnare il triangolo A"B"C", che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x-1 \\ y'=y \end{cases}$$

51. A partire dal triangolo ABC assegnato nell'esercizio 50, risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare il triangolo A'B'C', che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=y+2 \end{cases}$$

b. disegnare il triangolo A"B"C", che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=y-2 \end{cases}$$

52. A partire dal triangolo ABC assegnato nell'esercizio 50, risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare il triangolo A'B'C', che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y+2 \end{cases}$$

b. disegnare il triangolo A"B"C", che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x-1 \\ y'=y-2 \end{cases}$$

53. A partire dal triangolo ABC assegnato nell'esercizio 50, risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare il triangolo A'B'C', che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x-1 \\ y'=y+2 \end{cases}$$

b. disegnare il triangolo A"B"C", che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y-2 \end{cases}$$

Gli esercizi dal n. **54** *al n.* **68** *richiedono anche di riprendere le nozioni sugli assi di simmetria dei poligoni (quesito* (a)*: vedi il primo volume, pp. 136-139) e le nozioni sulle equazioni delle rette parallele agli assi cartesiani (quesito* (c)*: vedi questo volume, p. 173).*

54. Disegnare sul piano cartesiano il triangolo isoscele che ha i vertici:

A(4; –2) B(4; 2) O(0; 0)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il triangolo ha l'asse delle x come asse di simmetria;

b. disegnare il triangolo che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y+2 \end{cases}$$

c. scrivere l'equazione dell'asse di simmetria del triangolo traslato.

55. Disegnare sul piano cartesiano il deltoide che ha i vertici:

A(–4; 0) B(0; 2) C(2; 0) D(0; –2)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il deltoide ha l'asse delle x come asse di simmetria;

b. disegnare il deltoide che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y+4 \end{cases}$$

c. scrivere l'equazione dell'asse di simmetria del deltoide traslato.

56. Disegnare sul piano cartesiano il deltoide che ha i vertici:

A(–3; 0) B(0; 1) C(3; 0) D(0; –4)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il deltoide ha l'asse delle y come asse di simmetria;

b. disegnare il deltoide che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y+4 \end{cases}$$

c. scrivere l'equazione dell'asse di simmetria del deltoide traslato.

57. Disegnare sul piano cartesiano il trapezio che ha i vertici:

A(–3; 2) B(4; 1) C(4; –1) D(–3; –2)

a. spiegare perché il trapezio ha l'asse delle x come asse di simmetria;
b. disegnare il trapezio che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y+1 \end{cases}$$

c. scrivere l'equazione dell'asse di simmetria del trapezio traslato.

58. Disegnare sul piano cartesiano il trapezio che ha i vertici:

A(–1; –2) B(1; –2) C(4; 1) D(–4; 1)

a. spiegare perché il trapezio ha l'asse delle y come asse di simmetria;
b. disegnare il trapezio che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x-1 \\ y'=y+2 \end{cases}$$

c. scrivere l'equazione dell'asse di simmetria del trapezio traslato.

59. Disegnare sul piano cartesiano il parallelogramma che ha i vertici:

A(–2; 3) B(4; 3) C(2; –3) D(–4; –3)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il parallelogramma ha l'origine O come centro di simmetria, riprendendo le nozioni relative al centro di simmetria dei parallelogrammi (vedi il primo volume, p. 198)
b. disegnare il parallelogramma che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x+2 \\ y'=y-3 \end{cases}$$

c. scrivere le coordinate del centro di simmetria del parallelogramma traslato.

60. Disegnare sul piano cartesiano il rettangolo che ha i vertici:

A(4; 1) B(4; –1) C(–4; –1) D(–4; 1)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il rettangolo ha gli assi cartesiani come assi di simmetria;
b. disegnare il rettangolo che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x-4 \\ y'=y+1 \end{cases}$$

c. scrivere l'equazione degli assi di simmetria del rettangolo traslato.

61. Disegnare sul piano cartesiano il rombo che ha i vertici:

A(3; 0) B(0; 4) C(–3; 0) D(0; –4)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il rombo ha gli assi cartesiani come assi di simmetria;
b. disegnare il rombo che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y-4 \end{cases}$$

c. scrivere l'equazione degli assi di simmetria del rombo traslato, riprendendo le equazioni delle rette parallele agli assi cartesiani (vedi p. 174).

62. Disegnare sul piano cartesiano il quadrato che ha i vertici:

A(3; 0) B(0; 3) C(–3; 0) D(0; –3)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il quadrato ha come assi di simmetria gli assi cartesiani e le bisettrici degli assi cartesiani;
b. disegnare il quadrato che si ottiene operando la traslazione:

$$\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y-3 \end{cases}$$

c. scrivere l'equazione degli assi di simmetria del rettangolo traslato, riprendendo anche le equazioni delle rette (vedi il primo volume, p. 346).

63. A partire dal quadrato ABCD dell'esercizio 62, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni della traslazione che porta il vertice A in O(0; 0);
b. scrivere le equazioni degli assi di simmetria del quadrato traslato.

64. A partire dal quadrato ABCD dell'esercizio 62, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni della traslazione che porta il vertice B in O(0; 0);
b. scrivere le equazioni degli assi di simmetria del quadrato traslato.

65. A partire dal quadrato ABCD dell'esercizio 62, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni della traslazione che porta il vertice C in O(0; 0);
b. scrivere le equazioni degli assi di simmetria del quadrato traslato.

66. A partire dal quadrato ABCD dell'esercizio 62, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni della traslazione che porta il vertice D in O(0; 0);
b. scrivere le equazioni degli assi di simmetria del quadrato traslato.

67. In fig. 9 sono disegnati due triangoli ABC e A'B'C'; scrivere le equazioni della traslazione che porta il primo triangolo sul secondo.

68. Ripetere l'esercizio 67 a partire dai due triangoli di fig. 10.

Figura 9

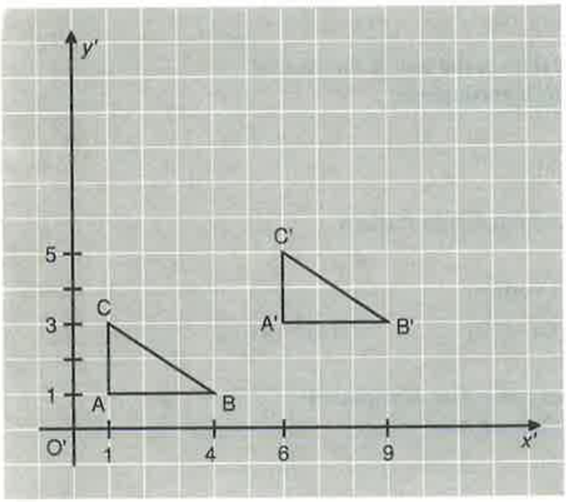
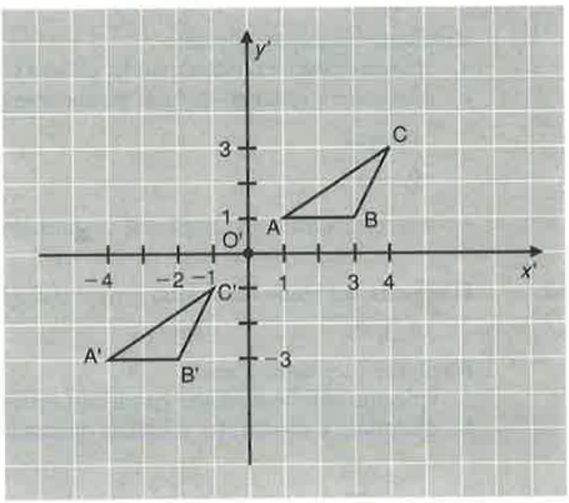


Figura 10



Comporre più trasformazioni

69. Disegnare il triangolo che ha i vertici:

A(–1; 0) B(4; 0) C(0; 4)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare il triangolo A'B'C' che si ottiene operando la trasformazione:

$$\begin{cases} x'=2x-2 \\ y'=\dfrac{1}{2}y+1 \end{cases}$$

b. indicare le trasformazioni che compongono la trasformazione assegnata;

c. spiegare perché i due triangoli hanno certamente la stessa area.

70. Disegnare il triangolo che ha i vertici:

A(0; –1) B(0; 4) C(4; 0)

Risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare il triangolo A'B'C' che si ottiene operando la trasformazione:

$$\begin{cases} x'=\dfrac{1}{2}x-2 \\ y'=-2y+1 \end{cases}$$

b. indicare le trasformazioni che compongono la trasformazione assegnata;

c. spiegare perché i due triangoli hanno certamente la stessa area.

71. A partire dal triangolo ABC assegnato nell'esercizio 70, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere l'equazione della trasformazione che trasforma il triangolo ABC nel triangolo A'B'C' con le seguenti caratteristiche:
   - è simile ad ABC, ma ha l'area doppia di quella di ABC;
   - il vertice A si porta nell'origine O;

b. disegnare il triangolo trasformato.

72. A partire dal triangolo ABC assegnato nell'esercizio 70, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere l'equazione di una trasformazione che trasforma il triangolo ABC nel triangolo A'B'C' con le seguenti caratteristiche:
   - ha l'area doppia di quella di ABC;
   - il vertice A si porta nell'origine O;

b. disegnare il triangolo trasformato.

73. A partire dal triangolo ABC assegnato nell'esercizio 70, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere l'equazione della trasformazione che trasforma il triangolo ABC nel triangolo A'B'C' con le seguenti caratteristiche:
   - è simile ad ABC, ma ha l'area metà di quella di ABC;
   - il vertice B si porta nell'origine O;

b. disegnare il triangolo trasformato.

74. A partire dal triangolo ABC assegnato nell'esercizio 70, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere l'equazione di una trasformazione che trasforma il triangolo ABC nel triangolo A'B'C' con le seguenti caratteristiche:
   - ha l'area metà di quella di ABC;
   - il vertice B si porta nell'origine O;

b. disegnare il triangolo trasformato.

75. In fig. 11 sono disegnati due rettangoli ABCD e A'B'C'D'; scrivere le equazioni della trasformazione che trasforma il primo rettangolo sul secondo.

76. Ripetere l'esercizio 75 a partire dai due rettangoli di fig. 12.

Figura 11

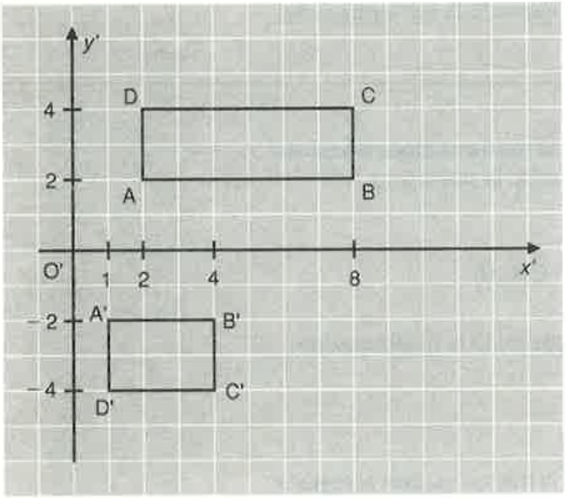
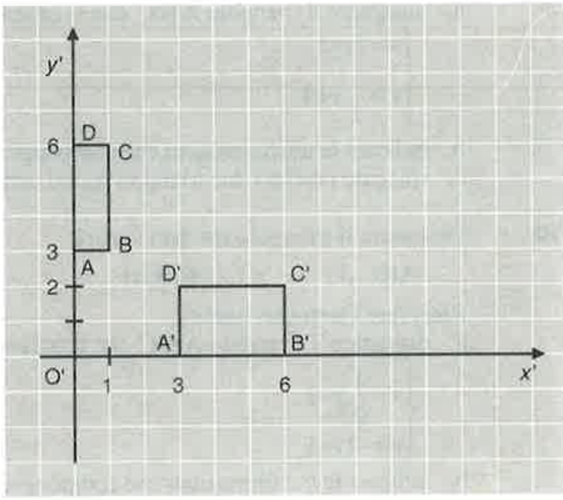


Figura 12



Sui vettori

Dalle equazioni al vettore che descrive una traslazione

Esaminare le traslazioni descritte dalle equazioni assegnate negli esercizi dal n. **77** al n. **81** e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare lunghezza, direzione e verso del vettore $\vec{v}$ che descrive la traslazione;
b. disegnare il vettore ottenuto.

77. $\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y+4 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x-3 \\ y'=y+4 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y-4 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x-3 \\ y'=y-4 \end{cases}$

78. $\begin{cases} x'=x+8 \\ y'=y+6 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x+8 \\ y'=y-6 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x-8 \\ y'=y+6 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x-8 \\ y'=y-6 \end{cases}$

79. $\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y+1 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x-1 \\ y'=y+1 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y-1 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x-1 \\ y'=y-1 \end{cases}$

80. $\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y+3 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x-3 \\ y'=y+3 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y-3 \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x-3 \\ y'=y-3 \end{cases}$

81. $\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y+\sqrt{3} \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y-\sqrt{3} \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x-1 \\ y'=y+\sqrt{3} \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x-1 \\ y'=y-\sqrt{3} \end{cases}$

Le componenti di un vettore

Riprendere le traslazioni descritte dalle equazioni assegnate negli esercizi dal n. **77** al n. **81** e scrivere le componenti del vettore $\vec{v}$ che descrive la traslazione.

Dal vettore alle equazioni che descrivono una traslazione

Esaminare i vettori dati negli esercizi dal n. **82** al n. **86** e risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni che descrivono la corrispondente traslazione;
b. scrivere le coordinate del punto O in cui viene portata l'origine.

82. $\vec{v}=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ $\quad\vec{w}=\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ $\quad\vec{t}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ $\quad\vec{s}=\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$

83. $\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ $\quad\vec{w}=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ $\quad\vec{t}=\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ $\quad\vec{s}=\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$

84. $\vec{v}=\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$ $\quad\vec{w}=\begin{pmatrix}-5\\0\end{pmatrix}$ $\quad\vec{t}=\begin{pmatrix}0\\-5\end{pmatrix}$ $\quad\vec{s}=\begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix}$

85. $\vec{v}=\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\end{pmatrix}$ $\quad\vec{w}=\begin{pmatrix}0\\\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ $\quad\vec{t}=\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ $\quad\vec{s}=\begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\-\frac{3}{2}\end{pmatrix}$

86. $\vec{v}=\begin{pmatrix}\sqrt{5}\\0\end{pmatrix}$ $\quad\vec{w}=\begin{pmatrix}-\sqrt{5}\\0\end{pmatrix}$ $\quad\vec{t}=\begin{pmatrix}0\\-\sqrt{5}\end{pmatrix}$ $\quad\vec{s}=\begin{pmatrix}0\\\sqrt{5}\end{pmatrix}$

Somma di vettori

87. Esaminare le coppie di vettori $\vec{w}$ e $\vec{t}$ assegnate nella fig. 13 e disegnare il corrispondente vettore somma.

88. Esaminare le coppie di vettori $\vec{w}$ e $\vec{t}$ assegnate nella fig. 14 e disegnare il corrispondente vettore somma.

89. Basarsi sullo svolgimento dell'esercizio 88 per verificare la validità della seguente regola: la somma di due vettori con la stessa direzione e verso è un vettore che ha la stessa direzione e verso e come lunghezza la somma delle lunghezze.

90. Esaminare le coppie di vettori $\vec{w}$ e $\vec{t}$ assegnate nella fig. 15 e verificare che il vettore somma ha sempre la lunghezza che vale 0.

91. Riprendere la definizione di opposto di un numero reale (vedere p. 57) e basarsi sullo svolgimento dell'esercizio 90 per spiegare il significato della seguente definizione: il *vettore opposto* di un vettore dato è un vettore che ha la stessa direzione e lunghezza del vettore dato, ma verso opposto.
Disegnare tre vettori a piacere e, a fianco di ogni vettore, disegnare il suo opposto.

92. Riprendere la nozione di differenza di due numeri reali, definita come somma del primo numero con l'opposto del secondo (vedere p. 57) e spiegare il significato della seguente definizione di *differenza di due vettori*: è la somma del primo vettore con l'opposto del secondo.

Esaminare le coppie di vettori $\vec{w}$ e $\vec{t}$ assegnate nella fig. 14 e disegnare i corrispondenti vettori differenza $\vec{w}-\vec{t}$ e $\vec{t}-\vec{w}$.

Figura 13

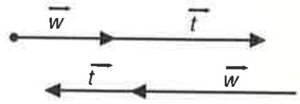


Figura 14

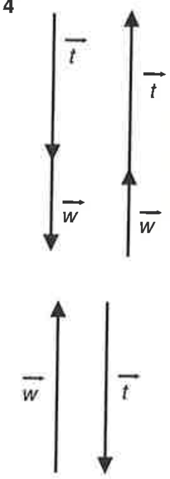
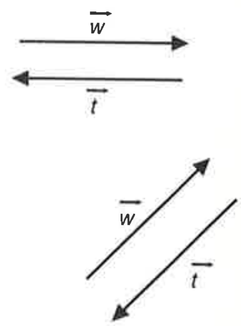


Figura 15



Trasformare con simmetrie le funzioni $y=x^n$

93. Tracciare il grafico della seguente coppia di funzioni, indicando la simmetria che trasforma il primo grafico nel secondo:

$y=x \qquad y=-x$

94. Tracciare il grafico della seguente coppia di funzioni, indicando la simmetria che trasforma la prima curva nella seconda:

$y=x^2 \qquad y=-x^2$

95. Tracciare il grafico della seguente coppia di funzioni, indicando la simmetria che trasforma la prima curva nella seconda:

$y=x^3 \qquad y=-x^3$

96. Tracciare il grafico della seguente coppia di funzioni, indicando la simmetria che trasforma la prima curva nella seconda:

$y=x^4 \qquad y=-x^4$

97. Tracciare il grafico della seguente coppia di funzioni, indicando la simmetria che trasforma la prima curva nella seconda:

$y=x^5 \qquad y=-x^5$

98. Tracciare il grafico della seguente coppia di funzioni, indicando la simmetria che trasforma la prima curva nella seconda:

$y=x^6 \qquad y=-x^6$

99. Spiegare perché sono simmetriche rispetto all'asse delle y le curve che sono il grafico delle seguenti funzioni:

$y=x^2 \qquad y=x^4 \qquad y=x^6$

100. Spiegare perché sono simmetrici rispetto all'origine O i grafici delle seguenti funzioni:

$y=x \qquad y=x^3 \qquad y=x^5$

101. Spiegare perché sono certamente simmetriche rispetto all'asse delle y le curve che sono il grafico delle seguenti funzioni e tracciarne un grafico approssimativo:

$y=x^{20} \qquad y=x^{30}$

102. Spiegare perché sono certamente simmetriche rispetto all'origine O le curve che sono il grafico delle seguenti funzioni e tracciarne un grafico approssimativo:

$y=x^{21} \qquad y=x^{33}$

Esaminare le uguaglianze assegnate negli esercizi dal n. **103** al n. **106** e risolvere i seguenti quesiti:

a. indicare le identità, cioè le uguaglianze che sono vere per qualunque valore reale di x, motivando la scelta;
b. indicare le uguaglianze che non sono identità, motivando la scelta.

103. $-(-x)^2=x^2 \qquad -(-x)^3=x^3 \qquad (-x)^2=x^2 \qquad (-x)^3=x^3$

104. $(-x)^2=-x^2 \qquad (-x)^3=-x^3 \qquad (-x)^4=x^4 \qquad (-x)^5=x^5$

105. $-(-x)^4=x^4$ $\quad -(-x)^5=x^5$ $\quad (-x)^6=x^6$ $\quad (-x)^7=x^7$

106. $(-x)^6=-x^6$ $\quad (-x)^7=-x^7$ $\quad (-x)^8=x^8$ $\quad (-x)^9=x^9$

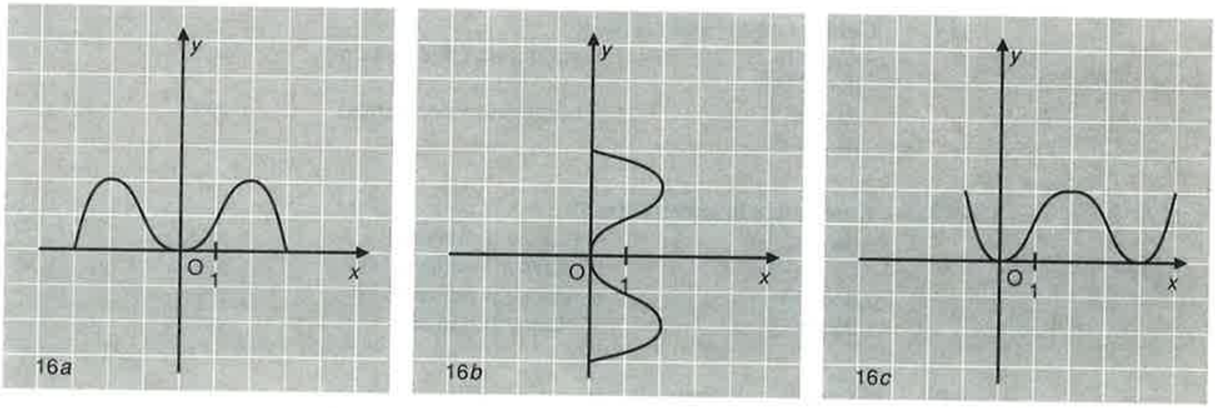
107. Spiegare perché tutte le uguaglianze indicate negli esercizi dal n. 103 al n. 106 sono vere per $x=0$.

Collegamento con il capitolo quinto

108. Esaminare le curve rappresentate in fig. 16 e risolvere i seguenti quesiti:

a. indicare la curva simmetrica rispetto all'asse delle y;
b. indicare la curva simmetrica rispetto all'asse delle x;
c. spiegare perché la curva simmetrica rispetto all'asse delle x non può essere il grafico di una funzione (vedere p. 195).

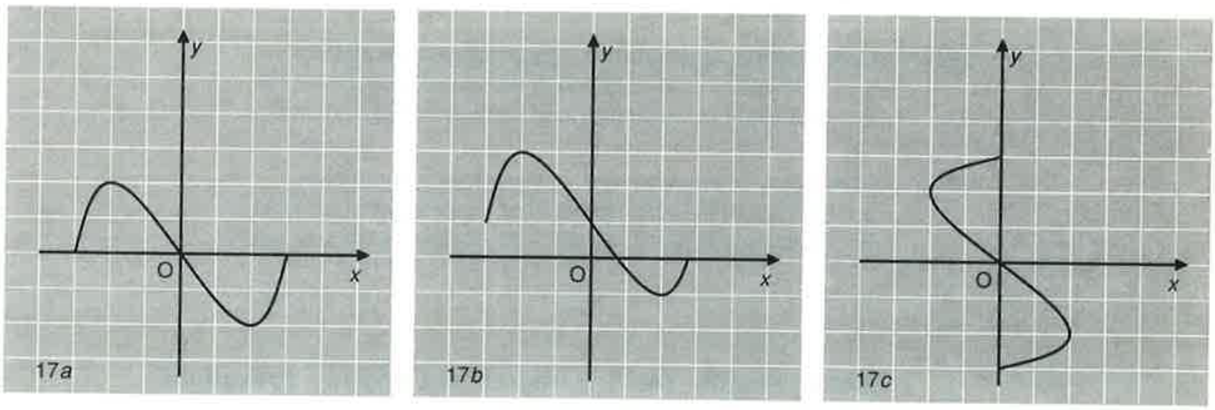
Figura 16



109. Esaminare le curve rappresentate in fig. 17 e risolvere i seguenti quesiti:

a. indicare le curve simmetriche rispetto all'origine O;
b. indicare la curva che è simmetrica rispetto all'origine O ed è anche il grafico di una funzione;
c. indicare la curva che è simmetrica rispetto all'origine O, ma non è il grafico di una funzione (vedere p. 195).

Figura 17



110. Su tutte le curve rappresentate in fig. 17 operare la simmetria rispetto all'asse delle x e disegnare le curve ottenute.

Sulle funzioni $y=\sqrt[n]{x}$

Tracciare il grafico delle coppie di funzioni assegnate negli esercizi dal n. **111** al n. **116**, spiegando brevemente il procedimento seguito.

111. $y=x^3$ $\quad y=\sqrt[3]{x}$ **112.** $y=x^5$ $\quad y=\sqrt[5]{x}$

113. $y=x^2$ $\quad y=\sqrt{x}$ **114.** $y=x^4$ $\quad y=\sqrt[4]{x}$

115. $y=x^6$ $\quad y=\sqrt[6]{x}$ **116.** $y=x^7$ $\quad y=\sqrt[7]{x}$

117. Completare le seguenti frasi:
- da $y^2=16$ si ottengono i due numeri $y=\pm$......
- da $y^2=-16$ ....
- da $y^2=5$ si ottengono i due numeri $y=\pm$......
- da $y^2=-5$ ....

118. Completare le seguenti frasi:
- da $y^3=8$ si ottiene il numero $y=$......
- da $y^3=-8$ si ottiene il numero $y=$......
- da $y^3=3$ si ottiene il numero $y=$......
- da $y^3=-3$ si ottiene il numero $y=$......

119. Completare le seguenti frasi:
- da $y^4=81$ si ottengono i due numeri $y=\pm$......
- da $y^4=-81$ ....
- da $y^4=7$ si ottengono i due numeri $y=\pm$......
- da $y^4=-7$ ....

120. Completare le seguenti frasi:
- da $y^5=243$ si ottiene il numero $y=$......
- da $y^5=-243$ si ottiene il numero $y=$......
- da $y^5=15$ si ottiene il numero $y=$......
- da $y^5=-15$ si ottiene il numero $y=$......

121. Completare le seguenti frasi, spiegandone il significato:
a. «Estraendo la radice quinta di un numero negativo si ha ....»;
b. «Estraendo la radice quarta di un numero negativo non ....».

122. Completare le seguenti frasi, spiegandone il significato:
a. «Estraendo la radice quinta di un numero positivo si ha ....»;
b. «Estraendo la radice quarta di un numero positivo si hanno ....».

Collegamento con i paragrafi o i capitoli precedenti

123. Spiegare perché la funzione $y=\sqrt[3]{x}$ ha come dominio l'insieme R dei numeri reali, mentre la funzione $y=\sqrt{x}$ ha come dominio l'insieme R^+ dei numeri reali positivi.
[*Per il dominio di una funzione vedere il capitolo quinto, paragrafo 4*]

124. Spiegare perché le funzioni $y=\sqrt[n]{x}$ hanno come dominio l'insieme R dei numeri reali se l'indice n del radicale è dispari, mentre hanno come dominio l'insieme R^+ dei numeri reali positivi se l'indice n del radicale è pari.

[*Per il dominio di una funzione vedere il capitolo quinto, paragrafo 4*]

125. Spiegare perché la curva d'equazione $y^n=x$ è simmetrica rispetto a O se l'esponente n è dispari, mentre è simmetrica rispetto all'asse delle x se l'esponente n è pari.

[*Per le simmetrie vedere il paragrafo 6 di questo capitolo*]

126. Spiegare perché la curva d'equazione $y^n=x$ è descritta da una sola funzione se l'esponente n è dispari, mentre è descritta da due funzioni se l'esponente n è pari.

[*Per il concetto di funzione vedere il capitolo quinto, paragrafo 4*]

Operare simmetrie a partire dalle funzioni $y=\sqrt[n]{x}$

127. A partire dalle funzioni:

$y=\sqrt[3]{x}$ $\qquad$ $y=-\sqrt[3]{x}$ $\qquad$ $y=\sqrt[3]{-x}$ $\qquad$ $y=-\sqrt[3]{-x}$

risolvere i seguenti quesiti:
a. tracciare il grafico delle funzioni;
b. spiegare perché la prima e l'ultima funzione hanno lo stesso grafico;
c. spiegare perché la seconda e terza funzione hanno lo stesso grafico.

128. Ripetere l'esercizio 127 a partire dalle seguenti funzioni:

$y=\sqrt[5]{x}$ $\qquad$ $y=-\sqrt[5]{x}$ $\qquad$ $y=\sqrt[5]{-x}$ $\qquad$ $y=-\sqrt[5]{-x}$

129. A partire dalle funzioni:

$y=\sqrt{x}$ $\qquad$ $y=-\sqrt{x}$ $\qquad$ $y=\sqrt{-x}$ $\qquad$ $y=-\sqrt{-x}$

risolvere i seguenti quesiti:
a. tracciare il grafico delle funzioni;
b. indicare il dominio di ogni funzione.

130. Ripetere l'esercizio 129 a partire dalle seguenti funzioni:

$y=\sqrt[4]{x}$ $\qquad$ $y=-\sqrt[4]{x}$ $\qquad$ $y=\sqrt[4]{-x}$ $\qquad$ $y=-\sqrt[4]{-x}$

A partire dalle uguaglianze assegnate negli esercizi dal n. **131** al n. **133** risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare le identità, cioè le uguaglianze che sono vere per qualunque valore reale di x, motivando la scelta;
b. indicare le uguaglianze che non sono identità, motivando la scelta.

131. $\sqrt{-x}=-\sqrt{x}$ $\qquad$ $\sqrt[3]{-x}=-\sqrt[3]{x}$ $\qquad$ $-\sqrt[3]{-x}=\sqrt[3]{x}$ $\qquad$ $-\sqrt{-x}=\sqrt{x}$

132. $\sqrt[5]{-x}=-\sqrt[5]{x}$ $\qquad$ $\sqrt[4]{-x}=-\sqrt[4]{x}$ $\qquad$ $-\sqrt[4]{-x}=\sqrt[4]{x}$ $\qquad$ $-\sqrt[5]{-x}=\sqrt[5]{x}$

133. $\sqrt[6]{-x}=-\sqrt[6]{x}$ $\qquad$ $\sqrt[7]{-x}=-\sqrt[7]{x}$ $\qquad$ $-\sqrt[7]{-x}=\sqrt[7]{x}$ $\qquad$ $-\sqrt[6]{-x}=\sqrt[6]{x}$

134. Spiegare perché tutte le uguaglianze indicate negli esercizi dal n. 131 al n. 133 sono vere per x=0.

135. Indicare i valori dell'indice n per cui le seguenti uguaglianze sono identità:

$\sqrt[n]{-x}=-\sqrt[n]{x}$ $\qquad$ $-\sqrt[n]{-x}=\sqrt[n]{x}$

Sulle funzioni composte

136. Completare la tabella A e spiegare perché è un'identità l'uguaglianza $\sqrt{x^2}=|x|$.

137. Completare la tabella B e spiegare perché se x è negativo non ha significato l'uguaglianza $(\sqrt{x})^2=x$.

Tabella A

x	x^2	$\sqrt{x^2}$
–1		
1		
–4		
4		
0		

Tabella B

x	$\sqrt{x}$	$(\sqrt{x})^2$
–1		
1		
–4		
4		
0		

138. Esaminare le funzioni:

$y=\sqrt{x^2}$ $\qquad$ $y=(\sqrt{x})^2$

per risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché le due formule descrivono due diverse funzioni;
b. spiegare perché la prima funzione coincide con la funzione $y=|x|$;
c. spiegare perché la seconda funzione coincide con la funzione $y=x$ con dominio l'insieme R^+ dei reali positivi;
d. tracciare il grafico delle due funzioni.

139. Risolvere i seguenti quesiti:

a. completare la tabella C;
b. spiegare perché è un'identità l'uguaglianza $\sqrt[3]{x^3}=x$.

140. Risolvere i seguenti quesiti:

a. completare la tabella D;
b. spiegare perché è un'identità l'uguaglianza $(\sqrt[3]{x})^3=x$.

Tabella C

x	x^3	$\sqrt[3]{x^3}$
–1		
1		
–8		
8		
0		

Tabella D

x	$\sqrt[3]{x}$	$(\sqrt[3]{x})^3$
–1		
1		
–8		
8		
0		

141. Esaminare le funzioni:

$y=\sqrt[3]{x^3}$ $\qquad$ $y=(\sqrt[3]{x})^3$

per risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché entrambe le funzioni coincidono con la funzione $y=x$;
b. tracciare il grafico della funzione.

142. Esaminare le funzioni:

$y=\sqrt[5]{x^5}$ $\qquad$ $y=(\sqrt[5]{x})^5$

per risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché entrambe le funzioni coincidono con la funzione $y=x$;
b. tracciare il grafico della funzione.

143. A partire dalle funzioni:

$y=\sqrt[4]{x^4}$ $\qquad$ $y=(\sqrt[4]{x})^4$

risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché le due formule descrivono due diverse funzioni;
b. spiegare perché la prima funzione coincide con la funzione $y=|x|$;
c. spiegare perché la seconda funzione coincide con la funzione $y=x$ con dominio l'insieme R^+ dei reali positivi;
d. tracciare il grafico delle due funzioni.

144. Spiegare perché le seguenti uguaglianze sono identità solo se n è dispari:

$\sqrt[n]{x^n}=x$ $\qquad$ $(\sqrt[n]{x})^n=x$ $\qquad$ $\sqrt[n]{x^n}=(\sqrt[n]{x})^n$

145. A partire dalle uguaglianze:

$\sqrt{x^2}=x$ $\qquad$ $(\sqrt{x})^2=x$ $\qquad$ $\sqrt{x^2}=(\sqrt{x})^2$

risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché le uguaglianze ***non*** sono identità;
b. indicare almeno tre valori di x per cui le uguaglianze sono false;
c. indicare almeno tre valori di x per cui le uguaglianze sono vere.

146. Ripetere l'esercizio 145 a partire dalle seguenti uguaglianze:

$\sqrt[4]{x^4}=x$ $\qquad$ $(\sqrt[4]{x})^4=x$ $\qquad$ $\sqrt[4]{x^4}=(\sqrt[4]{x})^4$

Sulle funzioni $y=ax^2$

Trasformare con affinità la parabola $y=x^2$

147. Disegnare sul piano cartesiano la parabola d'equazione $y=x^2$, indicando le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria.
Operare l'affinità descritta dalle equazioni seguenti:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=\dfrac{1}{2}y \end{cases}$$

Disegnare la curva trasformata, indicandone le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria.

148. Ripetere l'esercizio 147 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=2y \end{cases}$$

149. Ripetere l'esercizio 147 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=-2y \end{cases}$$

150. Trasformare la parabola $y=x^2$ con le affinità descritte dalle seguenti equazioni:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=2y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x \\ y'=3y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x \\ y'=4y \end{cases}$

Rappresentare le tre curve trasformate nell'ordine indicato.
Si ottengono parabole sempre più «strette» o sempre più «larghe»?

151. Ripetere l'esercizio 150 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{2}y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{3}y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{4}y \end{cases}$

152. Trasformare la parabola $y=x^2$ con le affinità descritte dalle seguenti equazioni:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-2y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-3y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-4y \end{cases}$

Rappresentare le tre curve trasformate nell'ordine indicato.
Si ottengono parabole sempre più «strette» o sempre più «larghe»?
Si ottengono parabole con la concavità rivolta verso l'alto o verso il basso?

153. Ripetere l'esercizio 152 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-\frac{1}{2}y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-\frac{1}{3}y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-\frac{1}{4}y \end{cases}$

Disegnare parabole d'equazione $y=ax^2$

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **154** al n. **158** e risolvere i seguenti quesiti:
a. riconoscere quali equazioni rappresentano parabole con il vertice nell'origine O;
b. tracciare il grafico delle corrispondenti parabole.

154. $y=3x^2$ $y^2=3x^2$ $y=\frac{3}{2x^2}$ $y=\frac{3}{2}x^2$

155. $y=\frac{1}{4}x$ $y=\frac{1}{4}x^2$ $y=\frac{1}{4x^2}$ $y=-\frac{1}{4}x^2$

156. $y=-2x^2$ $y^2=-2x^2$ $y=-\frac{2}{3}x^2$ $y=-\frac{2}{3x^2}$

157. $y=\frac{5}{4}x^2$ $y=-\frac{5}{4}x^2$ $y=\frac{5}{4}x$ $y=-\frac{5}{4}x^3$

158. $y=\sqrt{3x^2}$ $y=\sqrt{3}x^2$ $y=\sqrt{\frac{3}{4}x^2}$ $y=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$

Trasformare con affinità l'iperbole $y = \frac{1}{x}$

159. Disegnare l'iperbole d'equazione $y=\frac{1}{x}$, indicandone gli asintoti.

Operare l'affinità descritta dalle equazioni seguenti:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=2y \end{cases}$$

Disegnare la curva trasformata, indicandone gli asintoti.

160. Ripetere l'esercizio 159 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{2}y \end{cases}$$

161. Ripetere l'esercizio 159 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=-2y \end{cases}$$

162. Trasformare l'iperbole $y=\frac{1}{x}$ con le affinità descritte dalle seguenti equazioni:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=2y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x \\ y'=3y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x \\ y'=4y \end{cases}$

Rappresentare le tre curve trasformate nell'ordine indicato.

163. Ripetere l'esercizio 162 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{2}y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{3}y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{4}y \end{cases}$

164. Trasformare l'iperbole $y=\frac{1}{x}$ con le affinità descritte dalle seguenti equazioni:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-2y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-3y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-4y \end{cases}$

Rappresentare le tre curve trasformate nell'ordine indicato.

165. Ripetere l'esercizio 164 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-\frac{1}{2}y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-\frac{1}{3}y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-\frac{1}{4}y \end{cases}$

Disegnare iperboli d'equazione $y=\frac{k}{x}$

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **166** al n. **170** e risolvere i seguenti quesiti:

a. riconoscere quali equazioni rappresentano iperboli con gli assi cartesiani come asintoti;
b. tracciare il grafico delle corrispondenti iperboli.

166. $y=\frac{2}{x}$ $y=\frac{2}{x^2}$ $y=\frac{1}{2x}$ $y=\frac{x}{2}$

167. $y=-\frac{3}{x}$ $\quad y=-\frac{3x}{4}$ $\quad y=-\frac{3}{4x}$ $\quad y=-\frac{3}{4}x$

168. $y=-\frac{1}{2x}$ $\quad y=\frac{1}{2x}$ $\quad y^2=\frac{1}{2x}$ $\quad y=-\frac{1}{2x^2}$

169. $y=-\frac{4}{3x}$ $\quad y=\frac{4}{3x}$ $\quad y=\frac{4}{x}$ $\quad y=-\frac{1}{3x}$

170. $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$ $\quad y=\sqrt{\frac{3}{x}}$ $\quad y=\frac{1}{\sqrt{3x}}$ $\quad y=\frac{1}{\sqrt{3x}}$

Collegamento col paragrafo precedente: trasformare con affinità le funzioni $y=\sqrt{x}$ e $y=\sqrt[3]{x}$

171. Disegnare sul piano cartesiano la funzione $y=\sqrt{x}$ indicandone il dominio.
Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare le trasformazioni seguenti e descrivere le funzioni trasformate;
b. tracciare il grafico delle funzioni trasformate;
c. confrontare le formule e i grafici ottenuti.

$\begin{cases} x'=x \\ y'=2y \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x'=x \\ y'=-2y \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{2}y \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x'=x \\ y'=-\frac{1}{2}y \end{cases}$

172. Dopo aver svolto l'esercizio 171, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché l'affinità descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=ny \end{cases}$$

trasforma $y=\sqrt{x}$ in $y'=n\sqrt{x'}$;

b. spiegare perché il dominio delle funzioni trasformate è sempre l'insieme R^+ dei numeri reali positivi;
c. descrivere il grafico delle funzioni trasformate distinguendo i casi:

$n>1$ $\quad 0<n<1$ $\quad n<0$

173. Disegnare sul piano cartesiano la funzione $y=\sqrt{x}$ indicandone il dominio.
Risovere i seguenti quesiti:

a. operare le trasformazioni seguenti e descrivere le funzioni trasformate;
b. tracciare il grafico delle funzioni trasformate;
c. confrontare le formule e i grafici ottenuti.

$\begin{cases} x'=\frac{1}{2}x \\ y'=y \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x'=-\frac{1}{2}x \\ y'=y \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x'=2x \\ y'=y \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x'=-2x \\ y'=y \end{cases}$

174. Dopo aver svolto l'esercizio 173, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché l'affinità descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=mx \\ y'=y \end{cases}$$

trasforma $y=\sqrt{x}$ in $y'=\sqrt{\frac{x'}{m}}$;

b. spiegare perché il dominio delle funzioni trasformate è:
- l'insieme R^+ dei numeri reali positivi se è dato $m>0$;
- l'insieme R^- dei numeri reali negativi se è dato $m<0$;

c. descrivere il grafico delle funzioni trasformate distinguendo i casi:

$m>1$ $\quad 0<m<1$ $\quad m<0$

175. Trasformare la funzione $y=\sqrt{x}$ con le affinità descritte dalle seguenti equazioni:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=4y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=4x \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=4x \\ y'=4y \end{cases}$

Rappresentare le tre curve trasformate nell'ordine indicato.

176. Ripetere l'esercizio 175 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{4}y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=\frac{1}{4}x \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=\frac{1}{4}x \\ y'=\frac{1}{4}y \end{cases}$

177. Ripetere l'esercizio 175 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{4}y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=4x \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=4x \\ y'=\frac{1}{4}y \end{cases}$

178. Ripetere l'esercizio 175 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=4y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=\frac{1}{4}x \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=\frac{1}{4}x \\ y'=4y \end{cases}$

179. Ripetere l'esercizio 175 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-\frac{1}{4}y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=-\frac{1}{4}x \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=-\frac{1}{4}x \\ y'=-\frac{1}{4}y \end{cases}$

180. Ripetere l'esercizio 175 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-\frac{1}{4}y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=-4x \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=-4x \\ y'=-\frac{1}{4}y \end{cases}$

181. Ripetere l'esercizio 175 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-4y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=-\frac{1}{4}x \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=-\frac{1}{4}x \\ y'=-4y \end{cases}$

182. Dopo aver svolto gli esercizi 175-181, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché l'affinità descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=mx \\ y'=ny \end{cases}$$

trasforma $y=\sqrt{x}$ in $y'=n\sqrt{\frac{x'}{m}}$;

b. spiegare perché il dominio delle funzioni trasformate è:
- l'insieme R^+ dei numeri reali positivi se è dato $m>0$;
- l'insieme R^- dei numeri reali negativi se è dato $m<0$;

183. Disegnare sul piano cartesiano la funzione $y=\sqrt[3]{x}$ indicandone il dominio.
Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare le trasformazioni seguenti e descrivere le funzioni trasformate;
b. tracciare il grafico delle funzioni trasformate;
c. confrontare le formule e i grafici ottenuti.

$\begin{cases} x'=x \\ y'=2y \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x \\ y'=-2y \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{2}y \end{cases}$ $\begin{cases} x'=x \\ y'=-\frac{1}{2}y \end{cases}$

184. Dopo aver svolto l'esercizio 183, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché l'affinità descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=ny \end{cases}$$

trasforma $y=\sqrt[3]{x}$ in $y'=n\sqrt[3]{x'}$;

b. spiegare perché il dominio delle funzioni trasformate è sempre l'insieme R dei numeri reali;

c. descrivere il grafico delle funzioni trasformate distinguendo i casi:

$n>1$ $\qquad$ $0<n<1$ $\qquad$ $n<0$

185. Disegnare sul piano cartesiano la funzione $y=\sqrt[3]{x}$ indicandone il dominio.

a. operare le trasformazioni seguenti e descrivere le funzioni trasformate;

b. tracciare il grafico delle funzioni trasformate;

c. confrontare le formule e i grafici ottenuti.

$$\begin{cases} x'=\frac{1}{2}x \\ y'=y \end{cases} \qquad \begin{cases} x'=-\frac{1}{2}x \\ y'=y \end{cases} \qquad \begin{cases} x'=2x \\ y'=y \end{cases} \qquad \begin{cases} x'=-2x \\ y'=y \end{cases}$$

186. Dopo aver svolto l'esercizio 185, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché l'affinità descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=mx \\ y'=y \end{cases}$$

trasforma $y=\sqrt[3]{x}$ in $y'=\sqrt[3]{\frac{x'}{m}}$;

b. spiegare perché il dominio delle funzioni trasformate è sempre l'insieme R dei numeri reali;

c. descrivere il grafico delle funzioni trasformate distinguendo i casi:

$m>1$ $\qquad$ $0<m<1$ $\qquad$ $m<0$

187. Trasformare la funzione $y=\sqrt[3]{x}$ con le affinità descritte dalle seguenti equazioni:

$$\text{I)} \begin{cases} x'=x \\ y'=8y \end{cases} \qquad \text{II)} \begin{cases} x'=8x \\ y'=y \end{cases} \qquad \text{III)} \begin{cases} x'=8x \\ y'=8y \end{cases}$$

Rappresentare le tre curve trasformate nell'ordine indicato.

188. Ripetere l'esercizio 187 a partire dalle seguenti affinità:

$$\text{I)} \begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{8}y \end{cases} \qquad \text{II)} \begin{cases} x'=\frac{1}{8}x \\ y'=y \end{cases} \qquad \text{III)} \begin{cases} x'=\frac{1}{8}x \\ y'=\frac{1}{8}y \end{cases}$$

189. Ripetere l'esercizio 187 a partire dalle seguenti affinità:

$$\text{I)} \begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{8}y \end{cases} \qquad \text{II)} \begin{cases} x'=8x \\ y'=y \end{cases} \qquad \text{III)} \begin{cases} x'=8x \\ y'=\frac{1}{8}y \end{cases}$$

190. Ripetere l'esercizio 187 a partire dalle seguenti affinità:

$$\text{I)} \begin{cases} x'=x \\ y'=8y \end{cases} \qquad \text{II)} \begin{cases} x'=\frac{1}{8}x \\ y'=y \end{cases} \qquad \text{III)} \begin{cases} x'=\frac{1}{8}x \\ y'=8y \end{cases}$$

191. Ripetere l'esercizio 187 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-\dfrac{1}{8}y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=-\dfrac{1}{8}x \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=-\dfrac{1}{8}x \\ y'=-\dfrac{1}{8}y \end{cases}$

192. Ripetere l'esercizio 187 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-\dfrac{1}{8}y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=-8x \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=-8x \\ y'=-\dfrac{1}{8}y \end{cases}$

193. Ripetere l'esercizio 187 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=-8y \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=-\dfrac{1}{8}x \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=-\dfrac{1}{8}x \\ y'=-8y \end{cases}$

194. Dopo aver svolto gli esercizi 187-193, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché l'affinità descritta dalle equazioni:

$\begin{cases} x'=mx \\ y'=ny \end{cases}$

trasforma $y=\sqrt[3]{x}$ in $y'=n\sqrt[3]{\dfrac{x'}{m}}$;

b. spiegare perché il dominio delle funzioni trasformate è sempre l'insieme R dei numeri reali.

Dopo aver svolto gli esercizi 182 e 194, esaminare le coppie di funzioni assegnate negli esercizi dal n. **195** al n. **210** e risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché sono differenti le funzioni di ogni coppia;
b. tracciare il grafico di ogni funzione.

195. $y=2\sqrt{x}$ $y=\sqrt{2x}$ **196.** $y=\sqrt{\dfrac{x}{2}}$ $y=\dfrac{\sqrt{x}}{2}$

197. $y=-2\sqrt{x}$ $y=2\sqrt{-x}$ **198.** $y=-\sqrt{2x}$ $y=\sqrt{-2x}$

199. $y=2\sqrt{2x}$ $y=4\sqrt{x}$ **200.** $y=2\sqrt{2x}$ $y=\sqrt{4x}$

201. $y=2\sqrt{\dfrac{x}{2}}$ $y=\sqrt{x}$ **202.** $y=\sqrt{x}$ $y=\dfrac{\sqrt{2x}}{2}$

203. $y=3\sqrt[3]{x}$ $y=\sqrt[3]{3x}$ **204.** $y=\sqrt[3]{\dfrac{x}{3}}$ $y=\dfrac{\sqrt[3]{x}}{3}$

205. $y=-3\sqrt[3]{x}$ $y=\sqrt[3]{-3x}$ **206.** $y=-\sqrt[3]{3x}$ $y=3\sqrt[3]{-x}$

207. $y=4\sqrt[3]{2x}$ $y=8\sqrt[3]{x}$ **208.** $y=2\sqrt[3]{4x}$ $y=\sqrt[3]{8x}$

209. $y=3\sqrt[3]{\dfrac{x}{3}}$ $y=\sqrt[3]{x}$ **210.** $y=\sqrt[3]{x}$ $y=\dfrac{\sqrt[3]{3x}}{3}$

Sull'ellisse

Trasformare con affinità la circonferenza d'equazione $x^2+y^2=1$

211. Disegnare sul piano cartesiano la circonferenza d'equazione $x^2+y^2=1$, indicando le coordinate del centro e la lunghezza del raggio.
Operare l'affinità descritta dalle equazioni seguenti:

$$\begin{cases} x'=3x \\ y'=y \end{cases}$$

Disegnare l'ellisse ottenuta, indicandone le coordinate del centro e la lunghezza dei semiassi.

212. Ripetere l'esercizio 211 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=3x \\ y'=2y \end{cases}$$

213. Ripetere l'esercizio 211 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=4x \\ y'=3y \end{cases}$$

214. Trasformare la circonferenza d'equazione $x^2+y^2=1$ con le affinità descritte dalle seguenti equazioni:

$$\text{I)} \begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{2}y \end{cases} \qquad \text{II)} \begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{3}y \end{cases} \qquad \text{III)} \begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{1}{4}y \end{cases}$$

Rappresentare le tre curve trasformate nell'ordine indicato, descrivendone la lunghezza dei semiassi.

215. Ripetere l'esercizio 214 a partire dalle seguenti affinità:

$$\text{I)} \begin{cases} x'=3x \\ y'=\frac{3}{2}y \end{cases} \qquad \text{II)} \begin{cases} x'=2x \\ y'=\frac{3}{4}y \end{cases} \qquad \text{III)} \begin{cases} x'=x \\ y'=\frac{5}{3}y \end{cases}$$

216. Ripetere l'esercizio 214 a partire dalle seguenti affinità:

$$\text{I)} \begin{cases} x'=\frac{5}{2}x \\ y'=2y \end{cases} \qquad \text{II)} \begin{cases} x'=\frac{8}{3}x \\ y'=2y \end{cases} \qquad \text{III)} \begin{cases} x'=\frac{9}{4}x \\ y'=2y \end{cases}$$

217. Spiegare perché un'equazione del tipo:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

rappresenta sempre un'ellisse che ha il centro in O e i semiassi lunghi a e b.

Dopo aver risolto l'esercizio 217, scrivere le equazioni delle ellissi che hanno centro in O e i semiassi di lunghezza assegnata negli esercizi dal n. **218** al n. **229**.

218. $a=3$ $\qquad b=1$ $\qquad [\frac{x^2}{9}+y^2=1]$

219. $a=4$ $b=3$ $[\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1]$

220. $a=1$ $b=\frac{1}{2}$ $[x^2+4y^2=1]$

221. $a=1$ $b=\frac{1}{3}$ $[x^2+9y^2=1]$

222. $a=\frac{5}{2}$ $b=\frac{3}{2}$ $[\frac{4x^2}{25}+\frac{4y^2}{9}=1]$

223. $a=\frac{2}{3}$ $b=\frac{1}{3}$ $[\frac{9x^2}{4}+9y^2=1]$

224. $a=\sqrt{2}$ $b=1$ $[\frac{x^2}{2}+y^2=1]$

225. $a=\sqrt{5}$ $b=\sqrt{3}$ $[\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{3}=1]$

226. $a=1$ $b=\frac{1}{\sqrt{2}}$ $[x^2+2y^2=1]$

227. $a=1$ $b=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $[x^2+3y^2=1]$

228. $a=\sqrt{\frac{5}{2}}$ $b=\sqrt{\frac{3}{2}}$ $[\frac{2x^2}{5}+\frac{2y^2}{3}=1]$

229. $a=\frac{\sqrt{5}}{2}$ $b=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $[\frac{4x^2}{5}+\frac{4y^2}{3}=1]$

Disegnare ellissi d'equazione $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

230. Esaminare le seguenti equazioni:

$\frac{x^2}{9}+y^2=1$ $x^2+9y^2=9$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché le due equazioni rappresentano la stessa ellisse con centro in O e i semiassi sugli assi cartesiani;
b. determinare la lunghezza dei semiassi dell'ellisse;
c. tracciare il grafico dell'ellisse.

231. Ripetere l'esercizio 230 a partire dalle seguenti equazioni:

$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$ $4x^2+25y^2=100$

232. Ripetere l'esercizio 230 a partire dalle seguenti equazioni:

$\frac{2x^2}{5}+\frac{2y^2}{3}=1$ $6x^2+10y^2=15$

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **233** al n. **239** e risolvere i seguenti quesiti:

a. riconoscere quali equazioni rappresentano ellissi con il centro nell'origine O e gli assi sugli assi cartesiani;
b. tracciare il grafico delle corrispondenti ellissi, determinandone la lunghezza dei semiassi.

233. $\frac{x^2}{9}+y^2=1$ $\quad$ $\frac{x^2}{9}-y^2=1$ $\quad$ $\frac{x^2}{9}+y^3=1$ $\quad$ $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

234. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ $\quad$ $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ $\quad$ $\frac{x^2}{16}+\frac{y}{4}=1$ $\quad$ $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$

235. $x^2+4y^2=1$ $\quad$ $x^2-4y^2=1$ $\quad$ $x^2+4y^2=4$ $\quad$ $x^2+4y=4$

236. $x^2-9y^2=1$ $\quad$ $x^2+9y^2=1$ $\quad$ $x^2+9y^2=9$ $\quad$ $x^2+9y=9$

237. $4x^2+25y^2=100$ $\quad$ $4x^2+25y^3=100$ $\quad$ $4x^2-25y^2=100$ $\quad$ $4x^2+25y^2=1$

238. $x^2+3y^2=1$ $\quad$ $x^2+3y^2=3$ $\quad$ $x+3y=3$ $\quad$ $x^4+3y^4=1$

239. $6x^2+10y^2=1$ $\quad$ $6x^2+10y=15$ $\quad$ $6x^2-10y^2=15$ $\quad$ $6x^2+10y^2=15$

Sulle parabole d'equazione $y=ax^2+bx+c$

Traslare parabole d'equazione $y=ax^2$

240. Disegnare sul piano cartesiano la parabola d'equazione $y=2x^2$, indicando le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria.
Operare la traslazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y+1 \end{cases}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare la curva trasformata, indicandone le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria;
b. scrivere l'equazione della curva trasformata. $[y'=2x'^2-12x'+19]$

241. Ripetere l'esercizio 240 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=x-3 \\ y'=y+1 \end{cases}$$

$[y'=2x'^2+12x'+19]$

242. Ripetere l'esercizio 240 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y-1 \end{cases}$$

$[y=2x'^2-12x'+17]$

243. Ripetere l'esercizio 240 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=x-3 \\ y'=y-1 \end{cases}$$

$[y=2x'^2+12x'+17]$

244. Trasformare la parabola $y=-2x^2$ con le traslazioni descritte dalle seguenti equazioni:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=y+3 \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y+3 \end{cases}$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare le curve trasformate, indicandone le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria;
b. scrivere le equazioni delle curve trasformate.

245. Ripetere l'esercizio 244 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=y-3 \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x-1 \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x-1 \\ y'=y-3 \end{cases}$

246. Trasformare la parabola $y=\frac{1}{2}x^2$ con le traslazioni descritte dalle seguenti equazioni:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=y+4 \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x+2 \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x+2 \\ y'=y+4 \end{cases}$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. disegnare le curve trasformate, indicandone le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria;
b. scrivere le equazioni delle curve trasformate.

247. Ripetere l'esercizio 246 a partire dalle seguenti affinità:

I) $\begin{cases} x'=x \\ y'=y-4 \end{cases}$ II) $\begin{cases} x'=x-2 \\ y'=y \end{cases}$ III) $\begin{cases} x'=x-2 \\ y'=y-4 \end{cases}$

248. Disegnare sul piano cartesiano le parabole che hanno le seguenti equazioni:

$y=\frac{3}{4}x^2$ $y=\frac{4}{3}x^2$ $y=-\frac{3}{4}x^2$

Operare la traslazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x-\frac{1}{2} \\ y'=y+\frac{2}{3} \end{cases}$$

Risol vere i seguenti quesiti:

a. disegnare ogni curva trasformata, indicandone le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria;
b. scrivere l'equazione di ogni curva trasformata.

249. Ripetere l'esercizio 248 a partire dalle seguenti affinità:

$$\begin{cases} x'=x+\frac{1}{2} \\ y'=y-\frac{2}{3} \end{cases}$$

250. Ripetere l'esercizio 248 a partire dalle seguenti affinità:

$$\begin{cases} x'=x-\frac{3}{2} \\ y'=y+\frac{5}{4} \end{cases}$$

251. Indicare quali traslazioni si effettuano per passare dalla parabola d'equazione $y=x^2$ alle parabole che hanno le equazioni seguenti:

$y=x^2-1$ $\qquad$ $y=(x-1)^2$ $\qquad$ $y=(x-1)^2-1$

Determinare le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria di ogni parabola traslata.

252. Indicare quali traslazioni si effettuano per passare dalla parabola d'equazione $y=4x^2$ alle parabole che hanno le equazioni seguenti:

$y=4x^2+3$ $\qquad$ $y=4(x+3)^2$ $\qquad$ $y=4(x+3)^2+3$

Determinare le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria di ogni parabola traslata.

253. Indicare quali traslazioni si effettuano per passare dalla parabola d'equazione $y=-4x^2$ alle parabole che hanno le equazioni seguenti:

$y=-4x^2+\frac{1}{2}$ $\qquad$ $y=-4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ $\qquad$ $y=-4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

Determinare le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria di ogni parabola traslata.

254. Indicare quali traslazioni si effettuano per passare dalla parabola d'equazione $y=\frac{1}{4}x^2$ alle parabole che hanno le equazioni seguenti:

$y=\frac{1}{4}x^2-2$ $\qquad$ $y=\frac{1}{4}(x-2)^2$ $\qquad$ $y=\frac{1}{4}(x-2)^2-2$

Determinare le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria di ogni parabola traslata.

Disegnare parabole d'equazione $y=ax^2+bx+c$

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **255** al n. **262** e risolvere i seguenti quesiti:

a. riconoscere quali equazioni rappresentano parabole con l'asse di simmetria parallelo all'asse delle y;
b. determinare le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria di ogni parabola;
c. tracciare il grafico di ogni parabola, seguendo le indicazioni del testo (p. 274).

255.	$y=x^2-2$	$y=-x^2+2$	$y=-x^2-2$	$y=x-2$
256.	$y=x^2-2x$	$y=-x^2+2x$	$y^2=-x^2-2$	$y=-x^2-2x$
257.	$y=x^2+4x+4$	$y=-4x^3+4x-1$	$y=-4x^2+4x-1$	$y=-x^2+6x-9$
258.	$y=x^2-4x+3$	$xy=x^2+3x-2$	$y=-4x^2+8x-3$	$y=-x^2+6x-7$
259.	$y=-\frac{1}{4}x^2+x-2$	$y=\frac{1}{2}x^2+x-1$	$y=\frac{1}{2}x-1$	$y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$
260.	$y=-\frac{3}{2}x^2+3x-2$	$y=3x^2-\frac{3}{2}x+1$	$y=3x^2-\frac{3}{2x}+1$	$y=\frac{3}{2}x^2+3x-\frac{3}{2}$
261.	$y=x^2+\sqrt{2}x$	$y=-x^2+\sqrt{2}$	$y=x^2+\sqrt{2x}$	$y=-\sqrt{2}x^2+2x-\sqrt{2}$
262.	$y=x^2-2\sqrt{3}x+3$	$y=-x^2+2\sqrt{3}$	$y=-x^2+2\sqrt{3x}$	$y=-x^2+2\sqrt{3x}$

Collegamenti con il capitolo quinto: traslare circonferenze d'equazione $x^2+y^2=r^2$

263. Disegnare sul piano cartesiano la circonferenza d'equazione $x^2+y^2=4$, indicando le coordinate del centro e la lunghezza del raggio.
Operare la traslazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y+1 \end{cases}$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. disegnare la curva trasformata, indicandone le coordinate del centro;
b. scrivere l'equazione della curva trasformata. $[x'^2+y'^2-6x-2y+6=0]$

264. Ripetere l'esercizio 263 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=x-3 \\ y'=y+1 \end{cases}$$

$[x'^2+y'^2+6x-2y+6=0]$

265. Ripetere l'esercizio 263 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y-1 \end{cases}$$

$[x'^2+y'^2-6x+2y+6=0]$

266. Ripetere l'esercizio 263 a partire dalla seguente affinità:

$$\begin{cases} x'=x-3 \\ y'=y-1 \end{cases}$$

$[x'^2+y'^2+6x+2y+6=0]$

267. Disegnare sul piano cartesiano la circonferenza d'equazione $x^2+y^2=2$ e operare tre traslazioni a piacere; disegnare le curve traslate e scriverne l'equazione.

268. Dopo aver svolto almeno gli esercizi 263 e 267, considerare la circonferenza d'equazione $x^2+y^2=r^2$ e operare la traslazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x+p \\ y'=y+q \end{cases}$$

Scrivere l'equazione della curva traslata.

269. Dopo aver svolto l'esercizio 268, verificare che una circonferenza traslata ha il centro C(p; q), il raggio lungo r e l'equazione che è sempre del tipo:

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

con le lettere a, b, c che hanno il seguente significato:

$a=-2p$ $\quad$ $b=-2q$ $\quad$ $c=p^2+q^2-r^2$

Collegamento col paragrafo 7: traslare le funzioni $y=\sqrt{x}$ e $y=\sqrt[3]{x}$

270. Disegnare sul piano cartesiano la funzione $y=\sqrt{x}$ indicandone il dominio.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. operare le traslazioni seguenti e descrivere le funzioni trasformate;
b. tracciare il grafico delle funzioni trasformate.

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=y+2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x'=x \\ y'=y-2 \end{cases}$$

271. Dopo aver svolto l'esercizio 270, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché la traslazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=y+q \end{cases}$$

trasforma $y=\sqrt{x}$ in $y'=\sqrt{x'}+q$;

b. descrivere il dominio delle funzioni traslate;

c. descrivere il grafico delle funzioni trasformate distinguendo i casi:

$q>0$ $\qquad$ $q<0$

272. Disegnare sul piano cartesiano la funzione $y=\sqrt{x}$ indicandone il dominio. Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare le traslazioni seguenti e descrivere le funzioni trasformate;

b. tracciare il grafico delle funzioni trasformate;

c. confrontare le formule e i grafici ottenuti.

$$\begin{cases} x'=x-2 \\ y'=y \end{cases} \qquad \begin{cases} x'=x+2 \\ y'=y \end{cases}$$

273. Dopo aver svolto l'esercizio 272, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché la traslazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x+p \\ y'=y \end{cases}$$

trasforma $y=\sqrt{x}$ in $y'=\sqrt{x'-p}$;

b. descrivere il dominio delle funzioni trasformate;

c. descrivere il grafico delle funzioni trasformate distinguendo i casi:

$p>0$ $\qquad$ $p<0$

274. Trasformare la funzione $y=\sqrt{x}$ con le traslazioni descritte dalle seguenti equazioni:

$$\text{I)} \begin{cases} x'=x \\ y'=y+4 \end{cases} \qquad \text{II)} \begin{cases} x'=x+4 \\ y'=y \end{cases} \qquad \text{III)} \begin{cases} x'=x+4 \\ y'=y+4 \end{cases}$$

Rappresentare le tre curve trasformate nell'ordine indicato.

275. Ripetere l'esercizio 274 a partire dalle seguenti traslazioni:

$$\text{I)} \begin{cases} x'=x \\ y'=y-4 \end{cases} \qquad \text{II)} \begin{cases} x'=x-4 \\ y'=y \end{cases} \qquad \text{III)} \begin{cases} x'=x-4 \\ y'=y-4 \end{cases}$$

276. Dopo aver svolto gli esercizi 274-275, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché la traslazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x+p \\ y'=y+q \end{cases}$$

trasforma $y=\sqrt{x}$ in $y'=\sqrt{x'-p}+q$;

b. descrivere il dominio delle funzioni traslate.

277. Disegnare sul piano cartesiano la funzione $y=\sqrt[3]{x}$ indicandone il dominio. Risolvere i seguenti quesiti:

a. operare le traslazioni seguenti e descrivere le funzioni traslate;

b. tracciare il grafico delle funzioni traslate.

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=y+3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x'=x \\ y'=y-3 \end{cases}$$

278. Dopo aver svolto l'esercizio 277, risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché la traslazione descritta dalle equazioni:
$$\begin{cases} x'=x \\ y'=y+q \end{cases}$$
trasforma $y=\sqrt[3]{x}$ in $y'=\sqrt[3]{x'}+q$;
b. spiegare perché il dominio delle funzioni trasformate è sempre l'insieme R dei numeri reali;
c. descrivere il grafico delle funzioni trasformate distinguendo i casi:
$q>0$ $\qquad$ $q<0$

279. Disegnare sul piano cartesiano la funzione $y=\sqrt[3]{x}$ indicandone il dominio. Risolvere i seguenti quesiti:
a. operare le traslazioni seguenti e descrivere le funzioni traslate;
b. tracciare il grafico delle funzioni trasformate;
c. confrontare le formule e i grafici ottenuti.
$$\begin{cases} x'=x-3 \\ y'=y \end{cases} \qquad \begin{cases} x'=x+3 \\ y'=y \end{cases}$$

280. Dopo aver svolto l'esercizio 279, risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché la traslazione descritta dalle equazioni:
$$\begin{cases} x'=x+p \\ y'=y \end{cases}$$
trasforma $y=\sqrt[3]{x}$ in $y'=\sqrt[3]{x'-p}$;
b. descrivere il dominio delle funzioni trasformate;
c. descrivere il grafico delle funzioni trasformate distinguendo i casi:
$p>0$ $\qquad$ $p<0$

281. Traslare la funzione $y=\sqrt[3]{x}$ con le traslazioni descritte dalle seguenti equazioni:
$$\text{I)}\begin{cases} x'=x \\ y'=y+8 \end{cases} \qquad \text{II)}\begin{cases} x'=x+8 \\ y'=y \end{cases} \qquad \text{III)}\begin{cases} x'=x+8 \\ y'=y+8 \end{cases}$$
Rappresentare le tre curve traslate nell'ordine indicato.

282. Ripetere l'esercizio 281 a partire dalle seguenti affinità:
$$\text{I)}\begin{cases} x'=x \\ y'=y-8 \end{cases} \qquad \text{II)}\begin{cases} x'=x-8 \\ y'=y \end{cases} \qquad \text{III)}\begin{cases} x'=x-8 \\ y'=y-8 \end{cases}$$

283. Dopo aver svolto gli esercizi 281-282, risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché la traslazione descritta dalle equazioni:
$$\begin{cases} x'=x+p \\ y'=y+q \end{cases}$$
trasforma $y=\sqrt[3]{x}$ in $y'=\sqrt[3]{x'-p}+q$;
b. descrivere il dominio delle funzioni traslate.

Dopo aver svolto gli esercizi 273 e 283, esaminare le coppie di funzioni assegnate negli esercizi dal n. **284** al n. **299** e risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché sono differenti le funzioni di ogni coppia;
b. tracciare il grafico di ogni funzione.

284. $y=\sqrt{x}+2$ $\qquad$ $y=\sqrt{x+2}$ $\qquad$ **285.** $y=\sqrt{x-2}$ $\qquad$ $y=\sqrt{x}-2$

286. $y=\sqrt{x}+4$ $\qquad$ $y=\sqrt{x+4}$ $\qquad$ **287.** $y=\sqrt{x-4}$ $\qquad$ $y=\sqrt{x}-4$

288.	$y=\sqrt{x+4}+4$	$y=\sqrt{x+8}$	**289.**	$y=\sqrt{x+4}+4$	$y=\sqrt{x}+8$
290.	$y=\sqrt{x-4}+4$	$y=\sqrt{x}$	**291.**	$y=\sqrt{x}$	$y=\sqrt{x+4}-4$
292.	$y=\sqrt[3]{x}+1$	$y=\sqrt[3]{x+1}$	**293.**	$y=\sqrt[3]{x-1}$	$y=\sqrt[3]{x}-1$
294.	$y=\sqrt[3]{x}+8$	$y=\sqrt[3]{x+8}$	**295.**	$y=\sqrt[3]{x-8}$	$y=\sqrt[3]{x}-8$
296.	$y=\sqrt[3]{x+1}+1$	$y=\sqrt[3]{x+2}$	**297.**	$y=\sqrt[3]{x+1}+1$	$y=\sqrt[3]{x}+2$
298.	$y=\sqrt[3]{x-1}+1$	$y=\sqrt[3]{x}$	**299.**	$y=\sqrt[3]{x}$	$y=\sqrt[3]{x+1}-1$

Sulle trasformazioni proiettive

300. Sul piano π è disegnato il triangolo che ha i seguenti vertici:

A(4; 4) B(3; 1) C(1; 2)

Il triangolo ABC viene proiettato su π' da un punto S che dista $d=4$ da π e $d'=4$ da π'; risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni della trasformazione che proietta π su π';
b. determinare le coordinate dei vertici A', B', C' del triangolo trasformato;
c. disegnare il triangolo A'B'C'.

301. Sul piano π è disegnato il rettangolo che ha i seguenti vertici:

$A\left(1;\ \frac{1}{2}\right)$ B(1; 1) C(–1; 1) $D\left(-1;\ \frac{1}{2}\right)$

Il rettangolo ABCD viene proiettato su π' da un punto S che dista $d=1$ da π e $d'=2$ da π'; risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni della trasformazione che proietta π su π';
b. determinare le coordinate dei vertici A', B', C', D' del quadrilatero trasformato e disegnare il quadrilatero A'B'C'D';
c. spiegare perché il quadrilatero trasformato è un trapezio e stabilire in quale punto si incontrano i prolungamenti dei lati obliqui.

302. Ripetere l'esercizio 301 proiettando il rettangolo da un punto S che dista $d=1$ da π e $d'=4$ da π'.

303. Ripetere l'esercizio 301 proiettando il rettangolo da un punto S che dista $d=2$ da π e $d'=2$ da π'.

304. Disegnare sul piano π delle rette parallele all'asse delle y come le seguenti:

$x=1$ $x=-1$ $x=2$ $x=-2$

Le rette vengono proiettate su π' da un punto S che dista $d=1$ da π e $d'=3$ da π'; risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni della trasformazione che proietta π su π';
b. determinare le equazioni delle rette trasformate delle rette date;
c. disegnare le rette trasformate su π'.

305. Disegnare sul piano π delle rette parallele all'asse delle x come le seguenti:

$y=1$ $y=2$ $y=3$ $y=4$

Le rette vengono proiettate su π' da un punto S che dista $d=1$ da π e $d'=3$ da π'; risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni della trasformazione che proietta π su π';
b. determinare le equazioni delle rette trasformate delle rette date;
c. disegnare le rette trasformate su π'.