

# Indice

5	<b>La struttura del testo</b>	128	4. Qualche osservazione sul segno del trinomio
7	<b>1 Geometria analitica</b>	129	5. Altri modi per indicare il segno del trinomio
13	<b>1 Parte prima. Il piano cartesiano</b>	131	6. Segno di funzioni razionali intere e fratte
14	1. I grafici oggi	133	7. Un problema di programmazione economica che conduce a disequazioni in due incognite
17	2. Le coordinate cartesiane	134	8. Disequazioni lineari in due incognite sul piano cartesiano
20	3. La distanza fra due punti	137	9. La programmazione lineare
23	4. Un esercizio sulla formula della distanza fra due punti	141	<b>2. Le coniche</b>
24	5. Pendenza di un segmento	142	Le coniche nel tempo e nello spazio
29	<b>1 Parte seconda. Curve e funzioni</b>	145	<b>2 Parte prima. Le coniche e la loro equazione comune</b>
30	1. Equazioni di rette parallele agli assi	146	1. Le coniche come sezioni piane del cono
31	2. Equazione della retta per due punti	148	2. Le coniche come ombra di una sfera
34	3. Disegnare una retta d'equazione assegnata	151	3. La scoperta di un rapporto costante che caratterizza le coniche
36	4. Equazione della circonferenza	155	4. Il valore dell'eccentricità per la parabola, per l'ellisse e per l'iperbole
38	5. Disegnare una circonferenza d'equazione assegnata	158	5. L'equazione della parabola
40	6. Visualizzare leggi matematiche sul piano cartesiano. Parabola e iperbole	159	6. L'equazione dell'ellisse
42	7. Curve crescenti e curve decrescenti	161	7. L'equazione dell'iperbole
44	8. Leggi matematiche, curve, funzioni	163	<b>2 Parte seconda. La parabola</b>
49	<b>1 Parte terza. Trasformazioni del piano</b>	164	1. La forma della parabola e la posizione del fuoco
50	1. Trasformare il piano con stiramenti lungo gli assi	166	2. Equazione della parabola non passante per $O$ e con direttrice parallela all'asse delle ascisse
54	2. L'ellisse come trasformata del cerchio per affinità	167	3. Studio della parabola d'equazione $y=ax^2+bx+c$
55	3. Dalle equazioni di un'affinità alle equazioni di una simmetria	171	<b>2 Parte terza. L'ellisse</b>
59	4. Trasformare una parabola con simmetrie e affinità	172	1. L'equazione «normale» dell'ellisse
63	5. Traslazioni nella direzione degli assi cartesiani	176	2. La proprietà focale dell'ellisse. Una semplice costruzione
66	6. Traslare parabole. L'equazione della parabola nella forma $y=ax^2+bx+c$	178	3. L'equazione dell'ellisse in base alla proprietà dei fuochi
68	7. Dall'equazione di una parabola nella forma $y=ax^2+bx+c$ al suo grafico	179	4. Grafico dell'ellisse a partire dalla sua equazione normale
71	<b>1 Parte quarta. Intersezione di curve</b>	181	5. Varie forme di ellisse. Il cerchio
72	1. Una legge economica che conduce alla ricerca del punto d'intersezione fra due rette	183	<b>2 Parte quarta. L'iperbole</b>
73	2. Ancora sull'intersezione di due rette. Condizione di parallelismo	184	1. L'equazione dell'iperbole in forma normale
76	3. Condizione di perpendicolarità	187	2. La proprietà focale dell'iperbole. Una semplice costruzione
78	4. Intersezioni di una retta con una circonferenza. Rette secanti, tangenti, esterne	188	3. L'equazione dell'iperbole in base alla proprietà focale
82	5. Intersezioni di una retta con una conica. Ordine di una curva	189	4. Grafico dell'iperbole a partire dalla sua equazione normale
85	6. Qualche caso particolare di intersezioni di una retta con una conica. Gli asintoti dell'iperbole	194	5. Varie forme di iperbole. L'iperbole equilatera
88	7. Intersezioni di due circonferenze	197	6. Un'altra forma dell'equazione dell'iperbole equilatera
93	8. Intersezioni di due coniche	201	<b>3 Funzione esponenziale e logaritmo</b>
97	<b>1 Parte quinta. Fasci di curve</b>	207	<b>3 Parte prima. Legge esponenziale e logaritmo</b>
98	1. Fasci di rette	208	1. La legge esponenziale nella natura
101	2. Condurre da un punto la parallela ad una retta data. Osservazioni sui fasci di rette	213	2. Il logaritmo nella natura
103	3. Rette per un punto tangenti ad una conica	216	3. Potenze ad esponente reale. La funzione esponenziale
109	4. Circonferenze soggette a condizioni	221	4. La curva esponenziale
113	5. Fasci di coniche in fisica	223	5. L'inversa della funzione esponenziale: la funzione logaritmica
117	<b>1 Parte sesta. Disequazioni sul piano cartesiano</b>	224	6. La curva logaritmica
118	1. Un fenomeno fisico che conduce a studiare il segno di una funzione: l'effetto Seebeck	225	7. Esponenziale e logaritmo con il calcolatore tascabile. Due basi privilegiate
120	2. Il segno di una funzione di 1° grado		
122	3. Il segno di una funzione di 2° grado		



- 228 8. Proprietà dei logaritmi decimali  
232 9. Dai logaritmi decimali ai logaritmi in un'altra base
- 234 **3 Parte seconda. Esponenziale e logaritmo in base  $e$**
- 238 1. Un altro fenomeno regolato dalla legge esponenziale: la crescita di un capitale con interesse composto  
239 2. Dall'interesse composto annuo all'interesse composto continuo. Il numero  $e$   
242 3. Da un processo di crescita continua alla funzione esponenziale in base  $e$   
244 4. La funzione esponenziale in base  $e$ . La sua inversa, il logaritmo naturale  
245 5. Leggi di crescita e decrescita esponenziale e loro grafico  
249 6. Alla scoperta di fenomeni regolati da una legge esponenziale. La scala semilogaritmica
- 253 **3 Parte terza. Progressioni**
- 254 1. Progressioni aritmetiche  
255 2. Progressioni geometriche  
258 3. Applicazioni della formula che dà la somma di progressioni geometriche illimitate di ragione minore di 1  
260 4. Media aritmetica e media geometrica
- 260 **4 Statistica: il metodo dei minimi quadrati**
- 265 1. Alla ricerca del «valore vero» di una grandezza, a partire da una serie di misure: la media aritmetica ponderata  
267 2. Alla ricerca di leggi sperimentali che collegano due grandezze. Retta di regressione per l'origine  
271 3. La retta di regressione  
275 4. Dalla retta di regressione ad alcune leggi sperimentali
- 283 **5 Il cerchio**
- 284 Il cerchio e la sua storia  
286 1. Generalità  
287 2. Lunghezza e area del cerchio  
289 3. Un procedimento per approssimare  $\pi$   
293 4. Considerazioni sul numero  $\pi$   
297 5. Variazioni di area in poligoni isoperimetrici. Il cerchio ha area massima a parità di perimetro
- 299 **6 Geometria dello spazio**
- 303 **6 Parte prima. Orientarsi nello spazio**
- 304 1. Il piano e lo spazio. Le dimensioni  
305 2. Analogie fra piano e spazio: rette nel piano e piani nello spazio  
309 3. Mancanza di analogie fra piano e spazio: somma degli angoli nei poligoni e somma dei diedri nei poliedri  
312 4. Triedri e angoloidi. Poligoni regolari e poliedri regolari  
316 5. Posizione di rette nello spazio. Superficie curve realizzate con rette  
318 6. L'uguaglianza nello spazio  
320 7. L'equivalenza nello spazio
- 325 **6 Parte seconda. Volumi e aree**
- 326 1. Il Principio di Cavalieri  
328 2. Parallelepipedo  
332 3. Prisma  
334 4. Cilindro  
335 5. Piramide  
340 6. Cono  
341 7. Sfera  
346 8. La sfera ha superficie minima a parità di volume
- 351 **7 I fondamenti della matematica**
- 352 Paradossi e dubbi nel mondo dell'infinito e in quello della logica
- 355 **7 Parte prima. I numeri e l'infinito**
- 356 1. Insiemi equipotenti. Il concetto di numero naturale  
356 2. Insiemi finiti e insiemi infiniti  
358 3. L'insieme dei razionali è numerabile  
359 4. Dall'insieme dei razionali all'insieme dei reali. La scrittura decimale  
360 5. I numeri irrazionali come decimali illimitati  
361 6. I numeri reali sulla retta  
362 7. I numeri reali costituiscono un insieme non numerabile  
363 8. Numeri algebrici e numeri trascendenti  
365 9. Ancora dei paradossi: un quadrato ha tanti punti quanti ne ha il suo lato
- 369 **7 Parte seconda. Il metodo assiomatico**
- 370 1. Errori e dubbi nella dimostrazione di alcune proprietà  
371 2. Gli assiomi dei numeri reali  
373 3. Lo sviluppo di una teoria assiomatica. Esempi  
375 4. I fondamenti del metodo assiomatico: la coerenza degli assiomi e la loro decidibilità  
376 5. Un'idea su un teorema di Gödel  
377 6. Dimostrazione del teorema di Gödel
- ESERCIZI E COMPLEMENTI**
- 1 Parte prima. Esercizi**
- 382 I GRAFICI OGGI
- 384 LE COORDINATE CARTESIANE  
384 Dal punto alle sue coordinate  
385 Dalle coordinate al punto
- DISTANZA FRA DUE PUNTI
- 388 Distanza fra due punti di uguale ascissa  
390 Distanza fra due punti di uguale ordinata  
391 Distanza fra due punti qualunque  
393 Ancora sulla distanza fra due punti  
393 Le coordinate del punto medio di un segmento  
396 Problemi sulla distanza fra due punti e sulle coordinate del punto medio
- 397 LA PENDENZA DI UN SEGMENTO  
398 Pendenza e lunghezza di un segmento  
399 La pendenza di un segmento in problemi fisici ed economici
- 1 Parte seconda. Esercizi**
- LA RETTA
- 401 Dal grafico di una retta alla sua equazione  
404 Dall'equazione della retta al grafico  
406 Esercizi vari sulla retta  
406 Equazione parametrica della retta
- LA CIRCONFERENZA
- 407 Dal grafico di una circonferenza alla sua equazione  
408 Dall'equazione della circonferenza al grafico  
410 Esercizi vari sulla circonferenza e la sua equazione
- VISUALIZZARE LEGGI MATEMATICHE SUL PIANO CARTESIANO
- 411 Proporzionalità diretta. Legge lineare  
414 Legge parabolica  
414 Legge iperbolica e proporzionalità inversa



**1 Parte terza. Esercizi****TRASFORMAZIONI AFFINI**

- 417 Trasformare poligoni  
420 Trasformare curve

**SIMMETRIE**

- 425 Trasformare poligoni  
426 Trasformare curve  
428 Simmetria rispetto all'origine

**TRASLAZIONI**

- 430 Trasformare poligoni  
430 Trasformare curve  
437 Due modi di considerare le traslazioni: trasformazioni del piano e cambiamenti di riferimento  
438 Composizione di trasformazioni

**1 Parte quarta. Esercizi****INTERSEZIONE DI DUE RETTE**

- 440 Punto d'intersezione di due rette  
442 Rette parallele e perpendicolari  
445 Riflessioni su condizioni necessarie e sufficienti

**INTERSEZIONI DI UNA RETTA CON UNA CONICA**

- 448 Rette secanti, tangenti o esterne ad una conica

**INTERSEZIONI DI DUE CONICHE**

- 451 Punti d'intersezione di due coniche  
457 Problemi vari  
461 Risolvere equazioni con metodi grafici

**1 Parte quinta. Esercizi****FASCI DI RETTE**

- 463 Equazione di un fascio di rette  
468 Problemi che si risolvono con i fasci di rette  
472 Rette tangenti ad una conica  
477 Problemi vari

**CONICHE CHE SODDISFANO CONDIZIONI ASSEGNATE**

- 480 Coniche che passano per dei punti assegnati  
483 Equazioni di coniche che soddisfano varie condizioni

**FASCI DI CONICHE**

- 486 Fasci di circonferenze

**1 Parte sesta. Esercizi****DISEQUAZIONI IN UN'INCOGNITA**

- 490 Il segno di binomi di 2° grado  
491 Il segno di trinomi di 2° grado  
491 Il segno di funzioni razionali intere  
493 Segno di funzioni razionali fratte  
493 Disequazioni irrazionali  
497 Problemi che conducono a risolvere disequazioni in un'incognita

**DISEQUAZIONI IN DUE INCOGNITE**

- 499 Disequazioni lineari  
500 Problemi di programmazione lineare

**503 ESERCIZI RIASSUNTIVI RELATIVI ALL'INTERO CAPITOLO 1****1 Complementi****IL LANCIO DEI PROIETTILI**

- 508 1. Studio grafico della traiettoria di un proiettile  
511 2. L'equazione della traiettoria è una parabola  
511 3. Calcolo della gittata

**GEOMETRIA ANALITICA DELLO SPAZIO**

- 515 1. Il sistema di riferimento cartesiano  
516 2. Equazione del piano  
520 3. Equazione del piano passante per tre punti assegnati  
521 4. Equazioni di una retta  
522 5. Individuare la posizione di un piano d'equazione assegnata  
523 6. Distanza fra due punti. Equazione della sfera

**2 Parte prima. Esercizi****525 RIFLESSIONI GEOMETRICHE**

- 526 L'equazione della parabola  
526 L'equazione dell'ellisse  
529 L'equazione dell'iperbole  
530 Problemi vari

**2 Parte seconda. Esercizi****PARABOLE CON DIRETTRICE PARALLELA ALL'ASSE DELLE X**

- 532 Parabole con vertice in  $O(0,0)$   
533 Parabole con vertice in un punto qualunque

**PROBLEMI VARI SULLA PARABOLA**

- 534 Parabole soggette a condizioni  
537 Fasci di parabole  
538 Proprietà della parabola  
539 Costruzioni geometriche della parabola

**2 Parte terza. Esercizi**

- 541 L'equazione «normale» dell'ellisse  
542 I due fuochi dell'ellisse  
543 Varie forme di ellisse  
544 Ellissi soggette a condizioni  
546 Proprietà dell'ellisse  
547 Costruzioni geometriche dell'ellisse

**2 Parte quarta. Esercizi**

- 549 L'equazione «normale» dell'iperbole  
550 I due fuochi dell'iperbole  
550 Gli asintoti dell'iperbole  
553 Varie forme di iperbole  
555 Iperboli soggette a condizioni  
556 Proprietà dell'iperbole  
557 Costruzioni geometriche dell'iperbole

**558 PROBLEMI VARI SULLE CONICHE****2 Complementi****I FUOCHI DELLE CONICHE E LA RIFLESSIONE DELLA LUCE**

- 560 1. La riflessione della luce e i fuochi dell'ellisse  
562 2. Il fuoco della parabola  
565 3. L'iperbole e il fuoco virtuale

**LE QUADRICHE****Parte prima: considerazioni geometriche**

- 566 1. Le quadriche rotonde  
569 2. Dalle quadriche rotonde alle quadriche non rotonde. Considerazioni geometriche  
570 3. Sezioni piane delle quadriche. Punti ellittici e punti iperbolici  
573 4. Una classificazione delle quadriche  
573 5. La scoperta di una nuova quadrica: il paraboloide iperbolico o a sella  
575 6. Cilindro e cono. Punti parabolici. Superficie sviluppabili e non sviluppabili sul piano  
576 7. Quadriche rigate e quadriche non rigate nelle applicazioni

**Parte seconda: Considerazioni analitiche**

- 578 1. L'equazione dell'ellissoide
- 578 2. L'equazione del paraboloide
- 580 3. L'equazione dei due iperboidi
- 583 4. L'equazione del paraboloide iperbolico
- 584 5. Riflessioni sulle equazioni delle quadriche

### 3 Parte prima. Esercizi

#### LA FUNZIONE ESPONENZIALE ED IL SUO GRAFICO

- 585 Potenze ad esponente reale
- 586 La funzione esponenziale
- 587 La curva esponenziale
- 588 Disequazioni esponenziali

#### LA FUNZIONE LOGARITMO ED IL SUO GRAFICO

- 589 La funzione logaritmo
- 590 Curva logaritmica
- 591 Disequazioni logaritmiche

#### ESPONENZIALE E LOGARITMO CON IL CALCOLATORE TASCABILE

#### PROPRIETÀ DEI LOGARITMI E CAMBIAMENTO DI BASE

- 595 Le proprietà dei logaritmi
- 598 Cambiamento di base
- 599 Trasformazioni della curva logaritmica

#### EQUAZIONI ESPONENZIALI E LOGARITMICHE

- 600 Equazioni esponenziali
- 600 Equazioni logaritmiche

#### PROBLEMI VARI

### 3 Parte seconda. Esercizi

#### LEGGI DI CAPITALIZZAZIONE

- 604 Capitalizzazione composta
- 605 Dal tasso d'interesse annuo al tasso d'interesse continuo
- 606 Leggi di crescita esaminate dal punto di vista grafico

#### IL NUMERO DI NEPERO COME BASE PER ESPONENZIALE E LOGARITMO

- 607 Il numero  $e$
- 608 Il logaritmo naturale

#### GRAFICO DI FUNZIONI ESPONENZIALI E LOGARITMICHE IN BASE $E$

- 609 Grafico di  $y=e^x$ ,  $y=\ln x$
- 611 Grafici ottenuti a partire da  $y=e^x$  o  $y=\ln x$ , operando affinità e traslazioni

#### LA SCALA SEMILOGARITMICA

- 612 Esaminare dei dati valendosi della scala semilogaritmica
- 613 Grafici in scala semilogaritmica

#### PROBLEMI VARI

### 3 Parte terza. Esercizi

- 616 Progressioni aritmetiche
- 618 Progressioni geometriche
- 622 Esercizi vari sulle progressioni

### 3 Complementi

- 624 I FRATTALI
- 628 Qualche idea sulla struttura di gruppo

### 4 Esercizi

- 631 La media aritmetica

- 633 Retta di regressione per l'origine
- 635 Retta di regressione
- 637 Leggi sperimentali scoperte con la scala semilogaritmica
- 639 Leggi sperimentali scoperte con la scala logaritmica

### 5 Esercizi

- 641 Lunghezza, area del cerchio
- 643 Relazione fra la lunghezza dei lati dei poligoni regolari inscritti
- 644 Arco, settore, corona circolare
- 645 Valori approssimati di  $\pi$

### 5 Complementi

- 647 UN PROCEDIMENTO PER APPROSSIMARE  $\pi$  BASATO SULLA DETERMINAZIONE DELL'AREA DEL CERCHIO

- 651 IL CERCHIO HA PERIMETRO MINIMO FRA TUTTE LE FIGURE DI UGUALE AREA

### 6 Parte prima. Esercizi

- 655 Sui diedri
- 656 Sezioni piane del cubo
- 658 Sui triedri, angoloidi, poliedri
- 661 Rette e piani nello spazio
- 664 Uguaglianza diretta e uguaglianza inversa
- 665 Equiscomponibilità dei poliedri

### 6 Parte seconda. Esercizi

- 666 Cubo e parallelepipedo
- 668 Prismi
- 669 Cilindro
- 670 Piramide
- 671 Poliedri regolari
- 672 Cono
- 673 Sfera

### 6 Complementi

#### I TEOREMI DI GULDINO

- 678 1. Storia. Enunciato dei due teoremi
- 679 2. Esempi di determinazione del volume e dell'area di una superficie
- 682 Applicare i teoremi di Guldino per la determinazione della posizione del baricentro

### Appendice 1

#### Il calcolatore

- 686 1. Uso del calcolatore
- 688 2. Il primo programma: contare
- 690 3. I punti di una curva
- 693 4. La grafica
- 694 5. Cambiamenti di riferimento sullo schermo
- 697 6. Fasci di rette e di cerchi
- 700 7. Calcolo dei valori approssimati di  $e$
- 701 8. Il metodo dei minimi quadrati

### Appendice 2

#### Discussione di problemi

- 706 Parte prima. Discussione di problemi di geometria analitica
- 713 Parte seconda. Discussione di problemi di geometria piana e solida

- 727 Tavole dei logaritmi decimali