

Il riferimento cartesiano

Le coordinate di un punto

1. Determinare le coordinate dei punti A, B, C, D, E, F, G, H indicati nelle figure 1 e 2.

Figura 1
Determinare le coordinate dei punti indicati

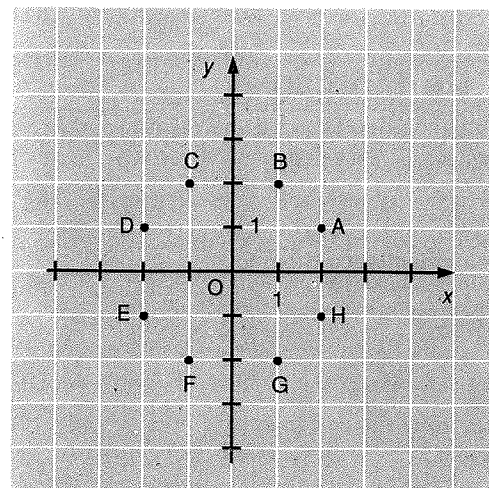
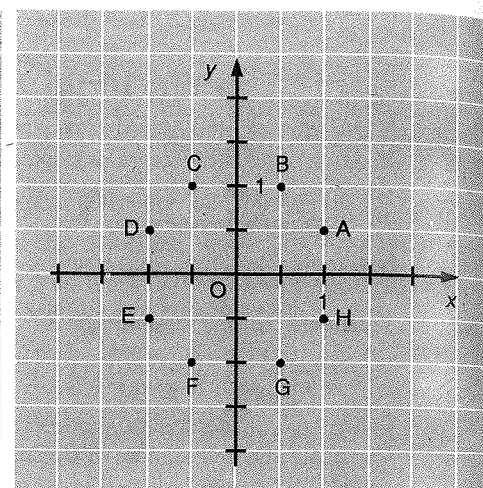


Figura 2
Determinare le coordinate dei punti indicati



2. Determinare le coordinate dei punti O, A, B, C, D indicati nelle figure 3 e 4.

Figura 3
Determinare le coordinate dei punti indicati

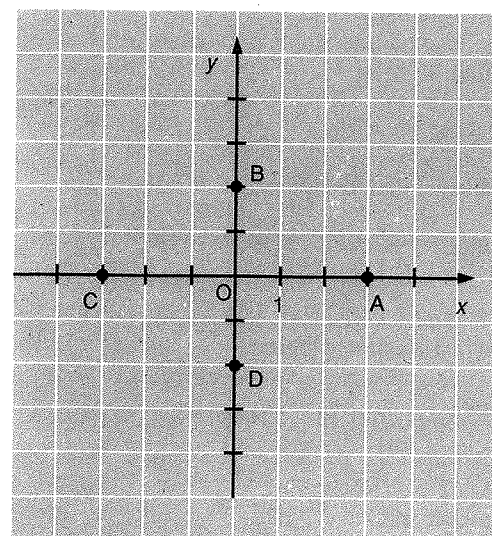
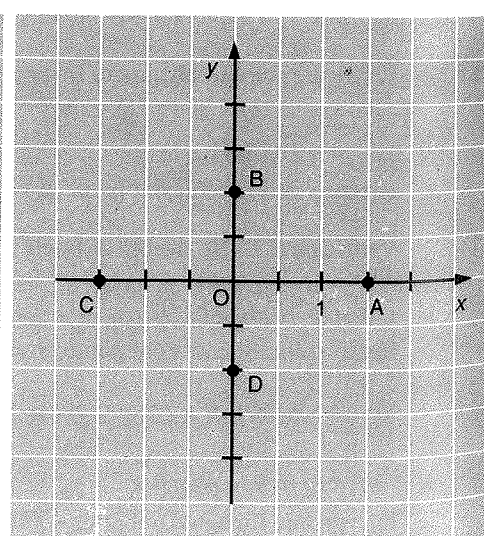


Figura 4
Determinare le coordinate dei punti indicati



Indicare sul piano cartesiano i punti seguenti:

$$A(2; -1) \quad B(-3; 2) \quad C(-3; -4) \quad D(4; 5)$$

Scrivere in quale quadrante si trova ogni punto.

Indicare sul piano cartesiano i punti seguenti:

$$A\left(\frac{3}{2}; \frac{2}{3}\right) \quad B\left(\frac{3}{5}; -\frac{5}{3}\right) \quad C\left(-\frac{5}{4}; -\frac{4}{5}\right) \quad D\left(-\frac{4}{3}; \frac{3}{4}\right)$$

Scrivere in quale quadrante si trova ogni punto.

Esaminare i punti seguenti:

$$A(1; -3) \quad B(-5; -8) \quad C(-5; 3) \quad D\left(2; \frac{1}{2}\right) \quad E\left(-\frac{3}{4}; -4\right)$$

Indicare, senza tracciare il disegno, quelli che si trovano nel I quadrante e quelli che si trovano nel II quadrante.

Esaminare i punti seguenti:

$$A(-3; 1) \quad B(-8; -5) \quad C(3; -5) \quad D\left(-2; -\frac{1}{2}\right) \quad E\left(-\frac{3}{4}; 4\right)$$

Indicare, senza tracciare il disegno, quelli che si trovano nel II quadrante e quelli che si trovano nel IV quadrante.

Indicare sul piano cartesiano i punti seguenti:

$$A\left(\frac{3}{2}; 0\right) \quad B\left(0; -\frac{5}{3}\right) \quad C\left(-\frac{5}{4}; 0\right) \quad D\left(0; \frac{3}{4}\right)$$

8. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ascissa che vale 3.

9. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ascissa che vale -3.

10. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ordinata che vale 3.

11. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ordinata che vale -3.

Riflettere sulle coordinate

12. Indicare sul piano cartesiano i punti seguenti:

$$O(0; 0) \quad A(2; 0) \quad B(-3; 0) \quad C\left(-\frac{3}{4}; 0\right) \quad D\left(\frac{4}{3}; 0\right)$$

Dove si trovano tutti i punti dati?

13. Cambiare segno all'ascissa di tutti i punti indicati nell'esercizio precedente e indicare i nuovi punti sul piano cartesiano; che cosa si osserva?
Che cosa succede cambiando segno all'ordinata di tutti i punti?

14. Indicare sul piano cartesiano i punti seguenti:

$$O(0; 0) \quad A(0; -4) \quad B(0; 5) \quad C\left(0; -\frac{2}{5}\right) \quad D\left(0; \frac{5}{2}\right)$$

Dove si trovano tutti i punti dati?

15. Cambiare segno all'ordinata di tutti i punti indicati nell'esercizio precedente e indicare i nuovi punti sul piano cartesiano; che cosa si osserva?
Che cosa succede cambiando segno all'ascissa di tutti i punti?

16. Indicare sul piano cartesiano i punti seguenti:

$$O(0; 0) \quad A(-2; -2) \quad B(1; 1) \quad C\left(-\frac{2}{5}; -\frac{2}{5}\right) \quad D\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

Congiungere tutti i punti dati; che cosa si ottiene?

17. Nel testo si è detto che non si possono scambiare le coordinate di un punto: per esempio $P(2; 5)$ e $Q(5; 2)$ occupano due diverse posizioni nel piano e non possono essere confusi. Può accadere che, scambiando le coordinate di un punto, si trovi ancora lo stesso punto?
18. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ascissa uguale all'ordinata.
19. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ascissa opposta all'ordinata.
20. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ascissa doppia dell'ordinata.

Problemi di geometria sul piano cartesiano

21. Disegnare il quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(-2; 4)$ $B(2; 4)$ $C(2; -4)$ $D(-2; -4)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. riconoscere di quale quadrilatero si tratta;
 b. individuare i suoi assi mediani;
 c. calcolare il suo perimetro e la sua area.
22. Ripetere l'esercizio 21 a partire dal quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(0; 4)$ $B(4; 4)$ $C(4; -4)$ $D(0; -4)$
23. Ripetere l'esercizio 21 a partire dal quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(0; 2)$ $B(2; 2)$ $C(2; -2)$ $D(0; -2)$
24. Ripetere l'esercizio 21 a partire dal quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(0; 2)$ $B(2; 2)$ $C(2; 0)$ $O(0; 0)$
25. Disegnare il triangolo OAB, che ha per vertici i seguenti punti:
 $O(0; 0)$ $A(3; 0)$ $B(0; 4)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. quale caratteristica presenta il triangolo?
 b. quanto vale la sua area?
 Cambiare segno alle coordinate dei punti e ripetere l'esercizio.
26. Disegnare il triangolo OAB, che ha per vertici i seguenti punti:
 $O(0; 0)$ $A(4; 0)$ $B(0; 4)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. quali caratteristiche presenta il triangolo?
 b. quanto vale la sua area?
 Cambiare segno alle coordinate dei punti e ripetere l'esercizio.
27. Disegnare un rettangolo che abbia gli assi cartesiani come assi mediani, scegliendo a piacere le coordinate dei vertici.
28. Disegnare un rettangolo che abbia un vertice nell'origine O, scegliendo a piacere le coordinate degli altri vertici.
29. Disegnare un quadrato che abbia gli assi cartesiani come assi mediani, scegliendo a piacere le coordinate dei vertici.
30. Disegnare un quadrato che abbia un vertice nell'origine O, scegliendo a piacere le coordinate degli altri vertici.

Equazione di una retta parallela ad uno degli assi cartesiani

Equazione di una retta parallela all'asse delle y

Disegnare sul piano cartesiano le rette parallele all'asse delle y assegnate negli esercizi dal n. 31 al n. 34 e scriverne l'equazione.

31. (a), che passa per $A(2; 3)$ (b), che passa per $B(-2; 3)$
 32. (c), che passa per $C(4; 0)$ (d), che passa per $D(-4; 0)$
 33. (e), che passa per $E\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ (f), che passa per $F\left(-\frac{3}{4}; 1\right)$
 34. (r), che passa per $R\left(\frac{4}{3}; 0\right)$ (s), che passa per $S\left(-\frac{4}{3}; 0\right)$

Equazione di una retta parallela all'asse delle x

Disegnare sul piano cartesiano le rette parallele all'asse delle x assegnate negli esercizi dal n. 35 al n. 38 e scriverne l'equazione.

35. (a), che passa per $A(2; 3)$ (b), che passa per $B(2; -3)$
 36. (c), che passa per $C(0; 4)$ (d), che passa per $D(0; -4)$
 37. (e), che passa per $E\left(1; \frac{3}{4}\right)$ (f), che passa per $F\left(1; -\frac{3}{4}\right)$
 38. (r), che passa per $R\left(0; \frac{4}{3}\right)$ (s), che passa per $S\left(0; -\frac{4}{3}\right)$

Riflettere sull'equazione di rette parallele ad uno degli assi cartesiani

39. Scegliere fra i seguenti punti quelli che appartengono alla retta r d'equazione $x=-1$, motivando la scelta.
 $A(-1; 3)$ $B(4; -1)$ $C(-1; -1)$ $D(1; 4)$
 Modificare le coordinate dei punti che non appartengono alla retta, in modo da ottenere punti che vi appartengano.
 (I punti della retta debbono avere tutti l'ascissa che vale -1 ; ...)
40. Ripetere l'esercizio precedente a partire dalla retta s d'equazione $y=-2$ e dai punti seguenti:
 $A(-2; 3)$ $B(3; -2)$ $C(0; -2)$ $D(-2; 0)$
 (I punti della retta debbono avere tutti l'ordinata che vale -2 ; ...)
41. Spiegare perché le seguenti frasi sono sbagliate e correggerne gli errori.
 - «Il punto O si trova sulle x »;
 - «Il punto A si trova sull'ordinata, perciò vale 0»;
 - «L'ascissa ha equazione 0»;
 - «L'asse delle x è uguale a 0».
42. Spiegare perché le seguenti frasi sono sbagliate e correggerne gli errori.
 - «Il punto A vale 1 e si trova sulle ascisse»;
 - «Disegno sull'ordinata il punto 2»;
 - «La retta $x=1$ e $y=2$ »;
 - «Una retta parallela all'asse delle x ha equazione a ».

43. Completare le frasi seguenti:
- «L'asse delle ha equazione $x=0$, perché tutti i suoi hanno»;
 - «L'asse delle x ha equazione, perché tutti i suoi hanno».
44. Completare le frasi seguenti:
- «Il punto $A(-3; 2)$ si trova sulla retta d'equazione $x=.....$, dato che vale -3 »;
 - «Il punto $A(.....;)$ non si trova sulla retta d'equazione $y=4$, dato che non vale».
45. Spiegare perché nel piano cartesiano non c'è un solo punto con l'ascissa che vale 3.
46. Spiegare perché nel piano cartesiano non c'è un solo punto con l'ordinata che vale 3.
47. Spiegare perché nel piano cartesiano c'è un solo punto che ha l'ascissa e l'ordinata che valgono 3.
48. Spiegare perché occorrono due coordinate per fissare un punto sul piano cartesiano.

Problemi di geometria sul piano cartesiano

49. Disegnare il rettangolo ABCD, che ha i vertici seguenti:
 $A(6; 2)$ $B(6; 4)$ $C(0; 4)$ $D(0; 2)$
- Scrivere le equazioni delle seguenti rette:
- le rette su cui si trovano i lati del rettangolo;
 - gli assi mediani del rettangolo.
50. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal rettangolo ABCD, che ha i vertici seguenti:
 $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ $B(1; 0)$ $C\left(1; \frac{3}{2}\right)$ $D\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$
51. Il rettangolo OABC ha tre vertici che sono i punti seguenti:
 $O(0; 0)$ $A(4; 0)$ $B(4; 6)$
- Determinare il quarto vertice del rettangolo e scrivere le equazioni delle seguenti rette:
- le rette su cui si trovano i lati del rettangolo;
 - gli assi mediani del rettangolo.
52. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal rettangolo che ha i vertici seguenti:
 $O(0; 0)$ $A\left(0; -\frac{2}{3}\right)$ $B\left(1; -\frac{2}{3}\right)$
53. Il quadrato OABC ha due vertici che sono i punti seguenti:
 $O(0; 0)$ $A(-8; 0)$
- Determinare gli altri due vertici del quadrato e scrivere le equazioni delle seguenti rette:
- le rette su cui si trovano i lati del quadrato;
 - gli assi mediani del rettangolo.
54. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal quadrato OABC che ha i vertici seguenti:
 $O(0; 0)$ $A\left(0; \frac{3}{4}\right)$

Equazione di una retta che passa per l'origine

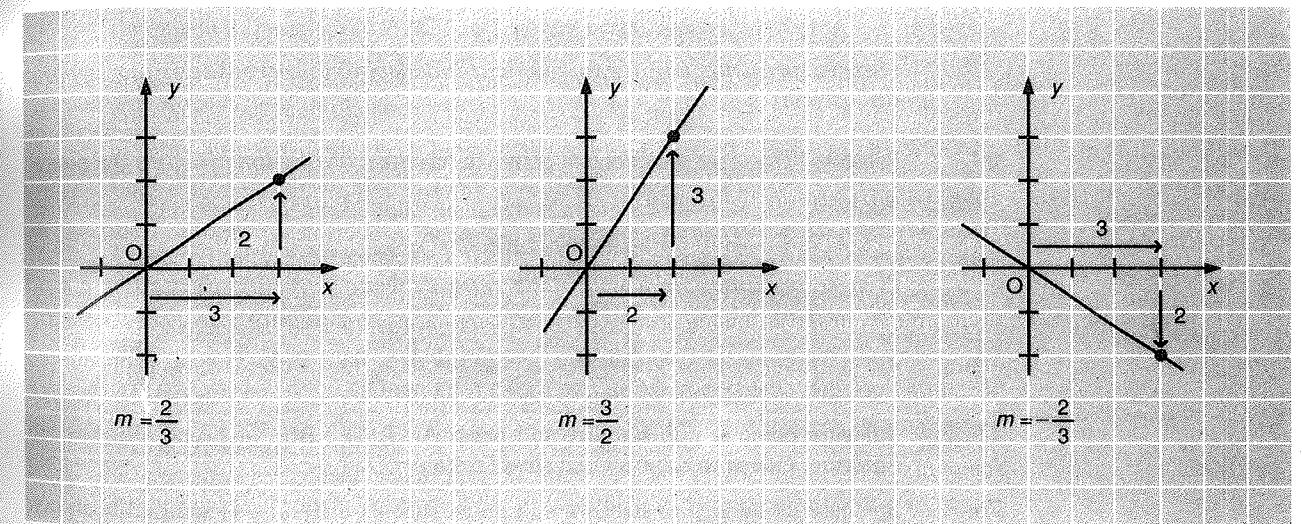
Pendenza ed equazione di una retta che passa per $O(0; 0)$

Disegnare sul piano cartesiano le rette passanti per l'origine e per il punto assegnato negli esercizi dal n. 55 al n. 60; determinare la pendenza e l'equazione di ogni retta.

55. (a), che passa per $A(1; 1)$ (b), che passa per $B(-1; 1)$
56. (c), che passa per $C(1; 3)$ (d), che passa per $D(-1; 3)$
57. (e), che passa per $E(3; 1)$ (f), che passa per $F(3; -1)$
58. (h), che passa per $H(3; 2)$ (k), che passa per $K(-3; 2)$
59. (p), che passa per $P\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ (q), che passa per $Q\left(-\frac{3}{4}; 1\right)$
60. (r), che passa per $R\left(1; \frac{4}{3}\right)$ (s), che passa per $S\left(1; -\frac{4}{3}\right)$

61. In fig. 5 sono disegnate 3 rette che passano per l'origine ed hanno la pendenza indicata nella figura; scrivere le equazioni delle tre rette.

Figura 5
Disegnare rette passanti per O di pendenza data



Seguendo le indicazioni della fig. 5, disegnare le rette che passano per O ed hanno la pendenza assegnata negli esercizi dal n. 62 al n. 67; determinare l'equazione di ogni retta.

62. $m=1$ $m'=-1$ 63. $m=3$ $m'=-3$
64. $m=\frac{1}{3}$ $m'=-\frac{1}{3}$ 65. $m=\frac{3}{4}$ $m'=-\frac{3}{4}$
66. $m=\frac{4}{3}$ $m'=-\frac{4}{3}$ 67. $m=10$ $m'=-10$

Riflettere sull'equazione di rette passanti per l'origine

68. Determinare la pendenza delle rette che hanno le equazioni seguenti:
 $y=5x$ $y=5$ $y=\frac{1}{5}x$ $y=\frac{1}{5}$ $y=x$
69. Determinare la pendenza delle rette che hanno le equazioni seguenti:
 $y=-5x$ $y=-5$ $y=-\frac{1}{5}x$ $y=-\frac{1}{5}$ $y=-x$
70. Scegliere fra i seguenti punti quelli che appartengono alla retta a d'equazione $y=x$, motivando la scelta.
 $A(-1; 1)$ $B(-1; -1)$ $C(2; 1)$ $D(-1; -2)$
 Modificare le coordinate dei punti che non appartengono alla retta, in modo da ottenere punti che vi appartengono.
(Tenere presente che i punti della retta debbono avere le due coordinate uguali fra loro)
71. Ripetere l'esercizio precedente a partire dalla retta b d'equazione $y=2x$ e dai punti seguenti:
 $A(2; 1)$ $B(1; 2)$ $C(-1; -2)$ $D(-2; 4)$
(Tenere presente che i punti della retta debbono avere l'ordinata doppia dell'ascissa)
72. Ripetere l'esercizio precedente a partire dalla retta c d'equazione $y=-x$ e dai punti seguenti:
 $A(1; -1)$ $B(-2; -2)$ $C(2; 2)$ $D(-3; 4)$
(Tenere presente che i punti della retta debbono avere l'ordinata opposta dell'ascissa)
73. Ripetere l'esercizio precedente a partire dalla retta d d'equazione $y=\frac{1}{2}x$ e dai punti seguenti:
 $A(2; 1)$ $B(1; 2)$ $C(-2; -1)$ $D(-2; 1)$
(Tenere presente che i punti della retta debbono avere l'ordinata che è metà dell'ascissa)
74. Spiegare come si può stabilire se i punti $A(3; 4)$ e $B(6; 8)$ sono allineati con l'origine, cioè si trovano su una stessa retta per O.
75. Spiegare come si può stabilire se i punti $A(-3; 4)$ e $B(6; -8)$ sono allineati con l'origine, cioè si trovano su una stessa retta per O.
76. Spiegare come si può stabilire se i punti $A(5; 4)$ e $B(-5; -4)$ sono allineati con l'origine, cioè si trovano su una stessa retta per O.
77. Spiegare come si può stabilire se i punti $A(5; -4)$ e $B(-5; -4)$ sono allineati con l'origine, cioè si trovano su una stessa retta per O.
78. Spiegare perché le seguenti frasi sono sbagliate e correggerne gli errori.
 - «Una retta per l'origine ha equazione m »;
 - «Una retta per l'origine ha equazione $y=m$ »;
 - «Una retta per l'origine ha equazione $x=m$ »;
 - «L'origine ha equazione $y=mx$ ».
79. Spiegare perché le seguenti frasi sono sbagliate e correggerne gli errori.
 - «Una retta per l'origine ha pendenza $x=m$ »;
 - «Il punto $O(0; 0)$ ha pendenza 0»;
 - «L'asse delle y ha pendenza 0»;
 - «L'asse delle y non ha equazione».

80. Completare le frasi seguenti:
 - «La retta che passa per O e $A(-2; -6)$ ha la pendenza m che ha segno perché la pendenza si trova»;
 - «L'asse delle y non ha pendenza, perché, però ha equazione, perché tutti i suoi hanno».
81. Completare le frasi seguenti:
 - «Il punto $A(2; 4)$ si trova sulla retta d'equazione $y=.....x$, dato che la sua ordinata è dell'ascissa»;
 - «Il punto $A(.....;)$ non si trova sulla retta d'equazione $y=2x$, dato che».
82. Completare le frasi seguenti, basandosi sull'esempio dato:
 - «L'equazione $y=2x$ significa che tutti i punti della retta hanno l'ordinata y doppia dell'ascissa x »;
 - «L'equazione $y=\frac{1}{2}x$ significa che»;
 - «L'equazione $y=x$ significa che»;
 - «L'equazione $y=-x$ significa che».

Problemi di geometria sul piano cartesiano

83. Disegnare il quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(-4; 8)$ $B(4; 8)$ $C(4; -8)$ $D(-4; -8)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. riconoscere di quale quadrilatero si tratta;
 b. scrivere le equazioni delle rette su cui sono disposti i lati;
 c. scrivere le equazioni delle sue diagonali.
84. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(8; -4)$ $B(8; 4)$ $C(-8; 4)$ $D(-8; -4)$
85. Disegnare il quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(2; 1)$ $B(-4; 6)$ $C(-4; -2)$ $D(2; -3)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. riconoscere di quale quadrilatero si tratta;
 b. verificare che le due diagonali passano per O e scriverne le equazioni.
86. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(1; -2)$ $B(6; 4)$ $C(-2; 4)$ $D(-3; -2)$
87. Disegnare il triangolo ABC, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(4; 3)$ $B(4; -6)$ $C(-8; -6)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. riconoscere di quale triangolo si tratta;
 b. verificare che i vertici A e C sono allineati con O;
 c. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati del triangolo.
88. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal triangolo ABC, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(-3; -4)$ $B(6; -4)$ $C(6; 8)$

89. Disegnare il triangolo rettangolo isoscele con l'ipotenusa AB che ha per estremi i seguenti punti:
 $A(-2; -2)$ $B(2; 2)$
 Verificare che i punti A e B sono allineati con O e scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati del triangolo.
90. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal triangolo rettangolo isoscele con l'ipotenusa AB che ha per estremi i seguenti punti:
 $A(3; -3)$ $B(-3; 3)$

Equazione della retta sul piano cartesiano

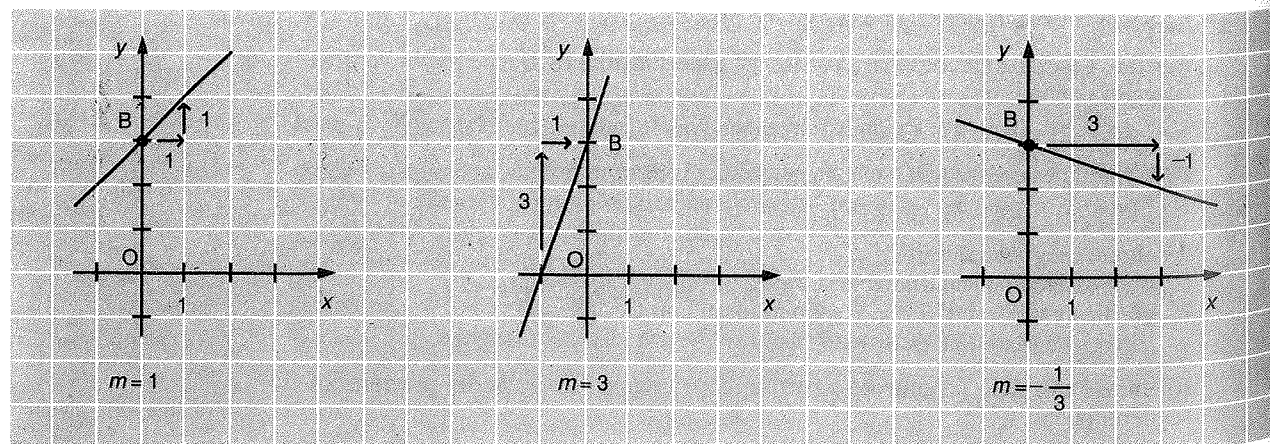
Scrivere l'equazione di una retta sul piano cartesiano

91. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

Pendenza della retta	Intersezione della retta con l'asse delle y	Equazione della retta
-2	$B(0; 4)$	$y = -2x + 4$
4	$B(0; -2)$	
$\frac{1}{2}$	$B(0; -\frac{5}{4})$	
$-\frac{5}{4}$	$B(0; \frac{1}{2})$	
		$y = -x + 1$
		$y = x - 1$
		$y = x + 1$
		$y = -x - 1$
		$y = x$
		$y = 1$
		$y = 0$

92. In fig. 6 sono disegnate tre rette che passano per il punto $B(0; 3)$ ed hanno la pendenza indicata nella figura; scrivere le equazioni delle tre rette.

Figura 6
Disegnare rette passanti per $B(0; 3)$ di pendenza data



Seguendo le indicazioni della fig. 6, disegnare sul piano cartesiano le rette che hanno la pendenza ed il punto d'intersezione con l'asse delle y indicati negli esercizi dal n. 93 al n. 95; scrivere l'equazione di ogni retta.

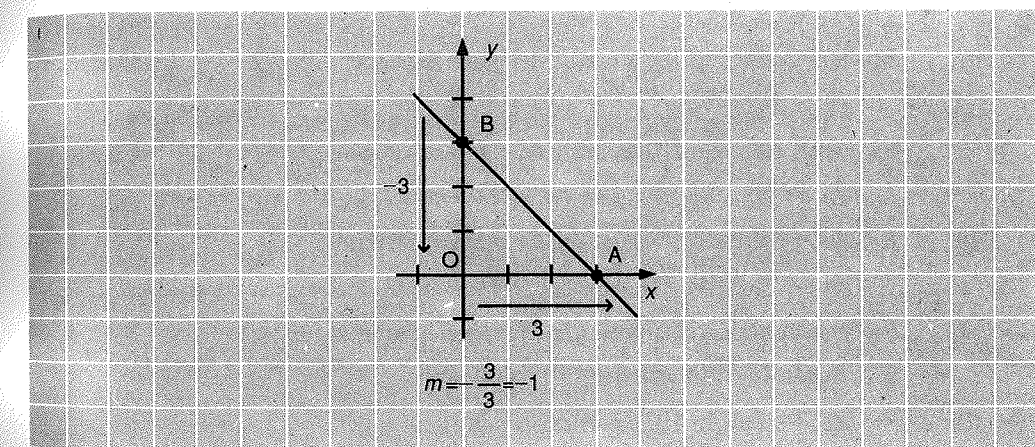
93. $m = \frac{1}{3}$ e $B(0; -1)$ $m' = -3$ e $B(0; -1)$ $m = \frac{1}{3}$ e $C(0; -3)$
 94. $m = \frac{2}{3}$ e $B(0; 1)$ $m' = -\frac{2}{3}$ e $B(0; 1)$ $m = \frac{2}{3}$ e $C(0; -1)$
 95. $m = \frac{3}{2}$ e $B(0; \frac{3}{2})$ $m' = -\frac{3}{2}$ e $B(0; \frac{3}{2})$ $m = \frac{3}{2}$ e $C(0; -\frac{3}{2})$

96. Disegnare quattro rette che hanno tutte pendenza 1 e intersecano l'asse delle y in quattro punti a scelta; scrivere l'equazione delle quattro rette.
97. Disegnare quattro rette che intersecano l'asse delle y nello stesso punto $B(0; 1)$ ed hanno, come pendenza, quattro numeri a scelta; scrivere l'equazione delle quattro rette.

Riflettere sull'equazione di una retta nel piano cartesiano

98. In fig. 7 è disegnata la retta che passa per i punti $B(0; 3)$ e $A(3; 0)$ ed ha quindi la pendenza indicata nella figura; scrivere l'equazione della retta.

Figura 7
La pendenza della retta passante per $A(3; 0)$ e $B(0; 3)$



Disegnare le rette che passano per le coppie di punti assegnati negli esercizi dal n. 99 al n. 104; seguendo le indicazioni della fig. 6 determinare la pendenza di ogni retta e scriverne l'equazione.

(Un procedimento più generale per scrivere l'equazione della retta che passa per due punti qualunque del piano si trova nell'esercizio n. 459 del capitolo nono, p. 709)

99. $A(0; 3)$ $B(-3; 0)$
 100. $A(0; -3)$ $B(3; 0)$
 101. $A(0; -3)$ $B(-3; 0)$
 102. $A(0; 1)$ $B(2; 3)$
 103. $A(0; 4)$ $B(1; 3)$
 104. $A(0; -3)$ $B(2; 1)$

Esercizi

Problemi di geometria sul piano cartesiano

105. Disegnare il triangolo ABC, che ha per vertici i punti seguenti:
A(-4; -2) B(4; -2) C(0; 2)
Risolvere i seguenti quesiti:
a. riconoscere di quale triangolo si tratta;
b. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati.
106. Disegnare il triangolo ABC, che ha per vertici i punti seguenti:
A(4; 0) B(0; 2) C(4; 4)
Risolvere i seguenti quesiti:
a. riconoscere di quale triangolo si tratta;
b. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati;
c. scrivere l'equazione dell'altezza relativa al lato AC.
107. Disegnare il quadrilatero ABCD che ha per vertici i punti seguenti:
A(-3; 0) B(0; -3) C(3; 0) D(0; 3)
Risolvere i seguenti quesiti:
a. riconoscere di quale quadrilatero si tratta;
b. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati;
c. indicare gli assi di simmetria del quadrilatero.
108. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-4; 0) B(0; -2) C(4; 0) D(0; 2)
109. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-2; 0) B(0; -4) C(2; 0) D(0; 4)
110. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-2; 0) B(0; -4) C(2; 0) D(0; 2)
111. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-3; 0) B(0; -3) C(6; 0) D(0; 2)
112. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-6; 0) B(0; -3) C(3; 0) D(0; 3)
113. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-2; 0) B(0; -2) C(2; 0) D(0; 4)
114. Disegnare il quadrilatero ABCD che ha per vertici i punti seguenti:
O(0; 0) A(5; 0) B(5; 5) C(0; 3)
Risolvere i seguenti quesiti:
a. riconoscere di quale quadrilatero si tratta;
b. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati;
c. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano le diagonali.
115. Ripetere l'esercizio 114 a partire dai punti seguenti:
O(0; 0) A(3; 0) B(3; -3) C(0; -5)
116. Ripetere l'esercizio 114 a partire dai punti seguenti:
O(0; 0) A(0; 8) B(-8; 4) C(-8; 0)

Disegnare una retta d'equazione data

Riconoscere l'equazione di una retta e disegnare la retta corrispondente

Fra le equazioni assegnate negli esercizi dal n. 117 al n. 124 scegliere quelle che rappresentano una retta motivando la scelta e disegnare la retta corrispondente.

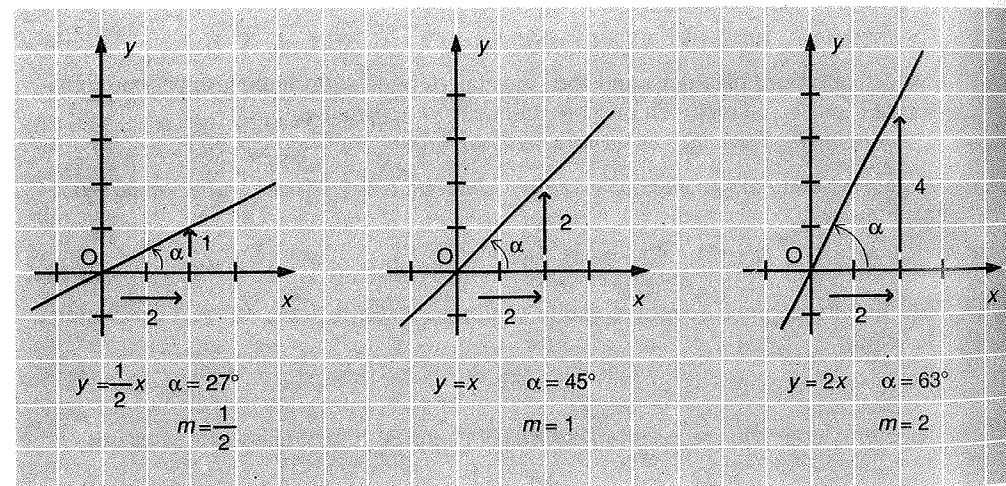
- | | | | | |
|------|------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|---------------------|
| 117. | $y=2$ | $y=2x$ | $y=x+2$ | $y=x^2$ |
| 118. | $y=\frac{x}{2}$ | $y=\frac{2}{x}$ | $x=\frac{1}{2}$ | $y=-x+\frac{1}{2}$ |
| 119. | $y=-\frac{x}{3}$ | $y=x-\frac{1}{3}$ | $y=\frac{1}{3x}$ | $y=\frac{1}{3}$ |
| 120. | $y=-2x+\frac{3}{2}$ | $y=\frac{3}{2}x-2$ | $x=\frac{3}{2}$ | $y=x^3+\frac{3}{2}$ |
| 121. | $y=-x-1$ | $y=x-1$ | $x=-\frac{1}{x}$ | $y=-x$ |
| 122. | $y=-x^2+1$ | $y=-2x+1$ | $y=-2$ | $y=-2x$ |
| 123. | $y=-\frac{1}{2}x$ | $y=-\frac{1}{2x}$ | $y=-\frac{1}{2}$ | $y=x-\frac{1}{2}$ |
| 124. | $y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ | $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ | $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x$ | $x=-\frac{3}{2}$ |

Riflettere sul grafico di una retta d'equazione data

125. Scegliere fra i seguenti punti quelli che appartengono alla retta a d'equazione $y=x+2$ motivando la scelta.
A(1; 3) B(-1; 0) C(2; 0) D(0; 2)
Modificare l'ordinata dei punti che non appartengono alla retta, lasciandone inalterata l'ascissa, in modo da ottenere punti che vi appartengano.
(Vedere anche l'Attività «Disegnare rette sul piano cartesiano», p. 351)
126. Ripetere l'esercizio precedente a partire dalla retta b d'equazione $y=2x-1$ e dai punti seguenti:
A(0; 1) B(1; 2) C(-1; -3) D(2; 3)
127. Fra le rette seguenti scegliere quelle che passano per il punto A(1; 0) motivando la scelta:
 $y=x+1$ $y=-x+1$ $y=3x+3$ $y=-2x+2$ $y=2$
128. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal punto B(-2; 0) e dalle rette seguenti:
 $y=x+2$ $y=2x$ $y=-x+2$ $y=2x+4$
129. Spiegare come si può stabilire se i punti A(-1; 2) e B(1; 4) sono allineati con C(0; 3), cioè si trovano su una stessa retta per C(0; 3).
(Si può scrivere l'equazione della retta per B e C e verificare se A appartiene o no alla retta)
130. Spiegare come si può stabilire se i punti A(1; 1) e B(2; 3) sono allineati con C(0; -1), cioè si trovano su una stessa retta per C(0; -1).
131. Disegnare sullo stesso piano cartesiano le rette che hanno le seguenti equazioni:
 $y=x$ $y=x-1$ $y=x+1$ $y=x+3$ $y=x-3$
Quale caratteristica comune presentano tutte le rette disegnate?

132. Ripetere l'esercizio 131 a partire dalle seguenti equazioni:
 $y=-x$ $y=-x-1$ $y=-x+1$ $y=-x+3$ $y=-x-3$
133. Ripetere l'esercizio 131 a partire dalle seguenti equazioni:
 $y=-3x$ $y=-3x-2$ $y=-3x+2$ $y=-3x+\frac{4}{3}$ $y=-3x-\frac{4}{3}$
134. Ripetere l'esercizio 131 a partire dalle seguenti equazioni:
 $y=\frac{4}{3}x$ $y=\frac{4}{3}x-1$ $y=\frac{4}{3}x+1$ $y=\frac{4}{3}x+\frac{2}{3}$ $y=\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}$
135. Ripetere l'esercizio 131 a partire dalle seguenti equazioni:
 $y=x$ $y=\frac{4}{3}x$ $y=-\frac{4}{3}x$ $y=10x$ $y=-10x$
136. Ripetere l'esercizio 131 a partire dalle seguenti equazioni:
 $y=x+2$ $y=\frac{4}{3}x+2$ $y=-\frac{4}{3}x+2$ $y=10x+2$ $y=-10x+2$
137. Ripetere l'esercizio 131 a partire dalle seguenti equazioni:
 $y=x-1$ $y=\frac{4}{3}x-1$ $y=-\frac{4}{3}x-1$ $y=10x-1$ $y=-10x-1$
138. Nella fig. 8 sono state rappresentate le tre rette che hanno le seguenti equazioni:
 (a) $y=\frac{1}{2}x$ (b) $y=x$ (c) $y=2x$

Figura 8
Inclinazione di una retta passante per O



Si è quindi misurata l'ampiezza α dell'angolo che ciascuna retta forma con la direzione positiva dell'asse delle x , angolo che prende il nome di *angolo di inclinazione* o, più brevemente, *inclinazione* della retta; i risultati ottenuti sono esposti nella seguente tabella:

equazione	pendenza	inclinazione
$y=\frac{1}{2}x$	$m=\frac{1}{2}$	$\alpha \cong 27^\circ$
$y=x$	$m=1$	$\alpha = 45^\circ$
$y=2x$	$m=2$	$\alpha \cong 63^\circ$

Scegliere fra le seguenti frasi quelle che descrivono correttamente la situazione, spiegando perché le altre sono errate.

- «La pendenza è l'angolo che la retta forma con l'asse delle x »;
- «Inclinazione e pendenza sono sinonimi, cioè sono due parole che hanno lo stesso significato»;
- «Al crescere dell'inclinazione cresce anche la pendenza»;
- «Raddoppiando l'inclinazione raddoppia pure la pendenza»;
- «La pendenza dipende dall'inclinazione».

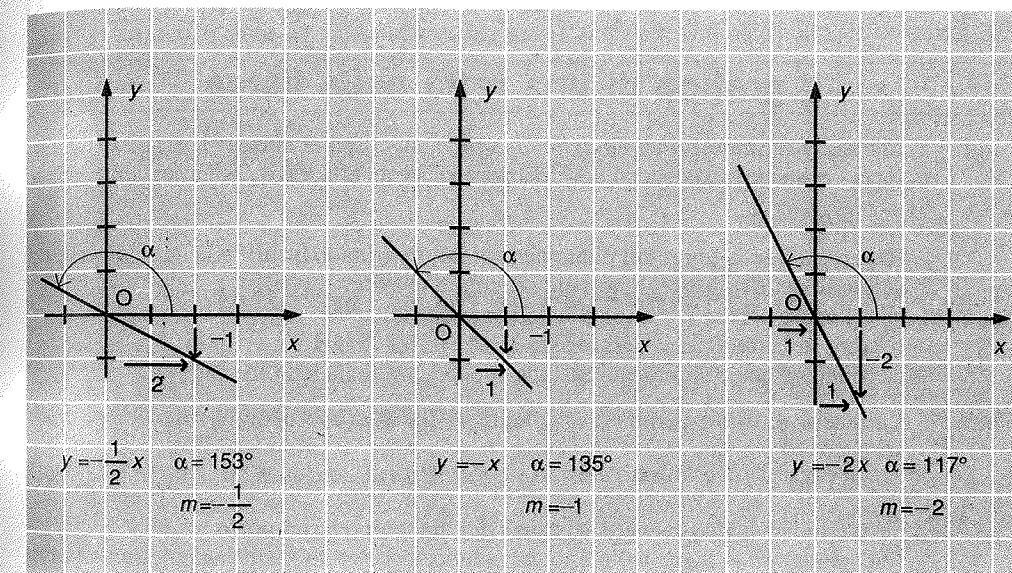
139. Ancora a proposito della tabella dell'esercizio 138, scegliere fra le seguenti frasi quelle che descrivono correttamente la situazione motivando la scelta.

- «Tutte le rette hanno pendenza positiva»;
- «Tutte le rette hanno inclinazione positiva»;
- «Tutte le rette formano un angolo di inclinazione acuto».

140. Analogamente a quanto svolto nell'esercizio 138, in fig. 9 sono state rappresentate le rette che hanno le seguenti equazioni:

(a) $y=-\frac{1}{2}x$ (b) $y=-x$ (c) $y=-2x$

Figura 9
Inclinazione di una retta passante per O



Si è quindi misurata l'inclinazione di ciascuna retta, trovando i risultati riassunti nella seguente tabella:

equazione	pendenza	inclinazione
$y=-\frac{1}{2}x$	$m=-\frac{1}{2}$	$\alpha \cong 153^\circ$
$y=-x$	$m=-1$	$\alpha = 135^\circ$
$y=-2x$	$m=-2$	$\alpha \cong 117^\circ$

Scegliere fra le seguenti frasi quelle che descrivono correttamente la situazione motivando la scelta:

- «Le rette hanno tutte pendenza negativa»;
- «Le rette hanno tutte inclinazione negativa»;
- «Tutte le rette formano un angolo di inclinazione ottuso».

141. A proposito delle nozioni di pendenza ed inclinazione introdotte nell'esercizio 138, scegliere fra le seguenti frasi quelle che descrivono correttamente la situazione.

- «L'asse delle y ha un angolo di inclinazione di 90° »;
- «L'asse delle y non ha inclinazione»;
- «L'asse delle y non ha pendenza»;
- «L'asse della x ha l'inclinazione di 0° »;
- «L'asse della x non ha inclinazione»;
- «L'asse della x non ha pendenza»;
- «L'asse della x ha la pendenza che vale 0».

142. Disegnare le seguenti rette sul piano cartesiano e, basandosi sulle considerazioni espresse nell'esercizio 138, determinare la pendenza e l'inclinazione di ciascuna retta.

$$(a) y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} \quad (b) y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad (c) y = x - 1 \quad (d) y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$$

143. Disegnare le seguenti rette sul piano cartesiano e, basandosi sulle considerazioni espresse nell'esercizio 138, determinare la pendenza e l'inclinazione di ciascuna retta.

$$(a) y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \quad (b) y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \quad (c) y = -x + 1 \quad (d) y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$$

Il grafico di una retta nella fisica

144. In base al *secondo principio della dinamica*, un corpo di massa m , soggetto ad una forza f costante, acquista un'accelerazione a , legata alla forza f dalla seguente legge:

$$f = ma$$

Rappresentare la legge sul piano cartesiano, riportando a sull'asse delle ascisse e f sull'asse delle ordinate. Risolvere i seguenti quesiti:

- a. spiegare perché il grafico è certamente una retta;
- b. dire se la retta passa per l'origine O ;
- c. spiegare quale significato assume la pendenza della retta.

145. La massa m di un corpo ed il volume V che il corpo occupa sono legati dalla seguente legge:

$$m = dV$$

dove d indica la densità della sostanza di cui il corpo è composto.

Rappresentare la legge sul piano cartesiano, riportando V sull'asse delle ascisse e m sull'asse delle ordinate. Risolvere i seguenti quesiti:

- a. spiegare perché il grafico è certamente una retta;
- b. dire se la retta passa per l'origine O ;
- c. spiegare quale significato assume la pendenza della retta.

146. La legge seguente:

$$E = mc^2$$

stabilita da Einstein, lega l'energia E che si ottiene disintegrando una massa m alla velocità della luce, che è data da:

$$c \cong 300\,000 \text{ km/sec}$$

Rappresentare la legge sul piano cartesiano, riportando m sull'asse delle ascisse e E sull'asse delle ordinate. Risolvere i seguenti quesiti:

- a. spiegare perché il grafico è certamente una retta;
- b. dire se la retta passa per l'origine O ;
- c. spiegare quale significato assume la pendenza della retta.

147. La lunghezza di una molla fissata ad un estremo varia al variare della tensione applicata all'estremo libero secondo la legge seguente:

$$L' = L + kF$$

dove le lettere hanno il seguente significato:

L è la lunghezza iniziale della molla;

L' è la lunghezza variabile della molla;

F è la tensione applicata;

k è una costante, che è fissa per una data molla, ma dipende dalle caratteristiche geometriche e fisiche della molla.

Rappresentare la legge sul piano cartesiano, riportando F sull'asse delle ascisse e L' sull'asse delle ordinate; risolvere i seguenti quesiti:

- a. spiegare perché il grafico è certamente una retta;
- b. spiegare quale significato assume l'ordinata del punto d'intersezione della retta con l'asse delle ordinate;
- c. spiegare quale significato assume la pendenza della retta.

148. Dopo aver svolto l'esercizio 147, descrivere un esperimento che dà luogo ad una sola retta.

149. Dopo aver svolto l'esercizio 147, descrivere un esperimento che dà luogo al grafico di tante rette tutte con la stessa pendenza.

150. Dopo aver svolto l'esercizio 147, descrivere un esperimento che dà luogo al grafico di tante rette che intersecano tutte l'asse delle ordinate nello stesso punto.

Rette parallele e perpendicolari sul piano cartesiano

Riconoscere rette parallele e perpendicolari

151. Scegliere fra le seguenti rette le coppie di rette parallele, motivando la scelta.

$$y = 3x - 2 \quad y = x - 2 \quad y = -3x + 2 \quad y = 3x \quad y = -3x \quad y = x + 2$$

152. Scegliere fra le seguenti rette le coppie di rette parallele, motivando la scelta.

$$y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{3} \quad y = 5x - \frac{2}{3} \quad y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{3} \quad y = \frac{1}{5}x \quad y = -\frac{2}{3}x$$

153. Scegliere fra le seguenti rette le coppie di rette perpendicolari, motivando la scelta.

$$y = 3x - 2 \quad y = -3x \quad y = \frac{1}{3}x \quad y = -\frac{1}{3}x \quad y = 3x + \frac{1}{2}$$

154. Scegliere fra le seguenti rette le coppie di rette perpendicolari, motivando la scelta.

$$y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{3} \quad y = 5x + \frac{2}{3} \quad y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{3} \quad y = -5x \quad y = -\frac{3}{2}x$$

155. Scegliere fra le seguenti rette le coppie di rette parallele o perpendicolari, motivando la scelta.

$$y = -6x + 2 \quad y = 6x \quad y = -6x \quad y = \frac{1}{6}x \quad y = -\frac{1}{6}x \quad y = 6x + 2$$

156. Scegliere fra le seguenti rette le coppie di rette parallele o perpendicolari, motivando la scelta.

$$y=x+2 \quad y=x \quad y=-x \quad y=x-\frac{1}{2} \quad y=-x-2$$

157. Scegliere fra le seguenti rette le coppie di rette parallele o perpendicolari, motivando la scelta.

$$y=\frac{2}{3}x+\frac{5}{3} \quad y=-\frac{3}{2}x \quad y=\frac{2}{3}x \quad y=\frac{3}{2}x-\frac{3}{5} \quad y=-\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$$

158. Scegliere fra le seguenti rette le coppie di rette parallele o perpendicolari, motivando la scelta.

$$y=-\frac{5}{8}x+\frac{5}{8} \quad y=5x+5 \quad y=-\frac{5}{8}x \quad y=\frac{5}{8}x \quad y=\frac{8}{5}x$$

Riflettere su rette parallele e perpendicolari

159. Nel testo si è detto che due rette parallele hanno la stessa pendenza; questa affermazione è valida per due rette parallele all'asse delle x ? E per due rette parallele all'asse delle y ?
160. Esaminare le seguenti affermazioni e scegliere quelle che sembrano meglio tenere conto delle risposte date ai quesiti dell'esercizio 159.
- «Due rette parallele all'asse delle x hanno la stessa pendenza che vale 0, mentre due rette parallele all'asse delle y non hanno pendenza»;
 - «Due rette parallele fra loro, ma non parallele all'asse delle y , hanno la stessa pendenza».
161. Esaminare le seguenti affermazioni e scegliere quelle che sembrano meglio tenere conto delle risposte date ai quesiti dell'esercizio 159:
- «Due rette parallele all'asse delle y sono anche parallele fra loro ed hanno entrambe l'equazione del tipo $x=a$ »;
 - «Non si può decidere se due rette parallele all'asse delle y sono parallele fra loro».
162. Nel testo si è detto che due rette perpendicolari hanno le pendenze m e m' legate dalla condizione:
- $$m \cdot m' = -1$$
- Questa affermazione è valida per gli assi cartesiani? E per due rette una parallela all'asse delle x e l'altra parallela all'asse delle y ?
163. Esaminare le seguenti affermazioni e scegliere quelle che sembrano meglio tenere conto delle risposte date nell'esercizio 162:
- «La condizione:
- $$m \cdot m' = -1$$
- riguarda due rette che hanno una data pendenza m , m' , perciò non si può applicare agli assi cartesiani, dato che l'asse delle y non ha pendenza»;
- «La condizione:
$$m \cdot m' = -1$$

vale anche per gli assi cartesiani, che sono due rette perpendicolari».

164. Esaminare le seguenti affermazioni e scegliere quelle che sembrano meglio tenere conto delle risposte date ai quesiti dell'esercizio 162.

- «I due assi cartesiani sono perpendicolari ed hanno le equazioni seguenti:

$$x=0 \quad y=0$$

- «Non si può decidere se gli assi cartesiani sono perpendicolari fra loro».

165. Esaminare le seguenti affermazioni e scegliere quelle che sembrano meglio tenere conto delle risposte date ai quesiti dell'esercizio 162.

- «Due rette, una parallela all'asse delle x e l'altra parallela all'asse delle y , sono perpendicolari fra loro ed hanno le equazioni del tipo:

$$x=a \quad y=b$$

- «Non si può decidere se due rette, una parallela all'asse delle x e l'altra parallela all'asse delle y , sono perpendicolari fra loro».

166. Verificare che tutte le rette seguenti sono parallele alla retta d'equazione $y=3x$.

$$y=-3x+1 \quad y=-3x+2 \quad y=-3x+4 \quad y=-3x-2$$

Quale caratteristica presentano tutte le rette assegnate?

167. Verificare che tutte le rette seguenti sono perpendicolari alla retta d'equazione $y=-3x$.

$$y=\frac{1}{3}x \quad y=\frac{1}{3}x+4 \quad y=\frac{1}{3}x-1 \quad y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}$$

Quale caratteristica presentano tutte le rette assegnate?

Problemi di geometria sul piano cartesiano

168. Disegnare il triangolo ABC, che ha i vertici seguenti:

$$A(-1; 0) \quad B(0; 2) \quad C(4; 0)$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati del triangolo, verificando che due rette sono perpendicolari e perciò il triangolo è rettangolo;
- descrivere almeno due procedimenti per determinare l'area del triangolo e calcolare quest'area nel modo più semplice.

169. Ripetere il problema precedente a partire dai seguenti punti:

$$A(-4; 0) \quad B(0; -2) \quad C(1; 0)$$

170. Disegnare i triangoli ABC e ODC, che hanno i vertici seguenti:

$$A(3; 0) \quad B(5; 0) \quad C(0; 4) \quad D(-2; 0)$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati di entrambi i triangoli;
- spiegare perché i due triangoli sono certamente equivalenti;
- calcolare nel modo più semplice l'area dei due triangoli.

171. Ripetere il problema precedente a partire dai seguenti punti:

$$A(0; 1) \quad B(0; 4) \quad C(6; 0) \quad D(0; -3)$$

172. Disegnare il quadrilatero OABC, che ha i vertici seguenti:

$$O(0; 0) \quad A(-2; 4) \quad B(2; 1) \quad C(0; 5)$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati del quadrilatero, verificando che tali rette sono due a due perpendicolari e perciò il quadrilatero è un rettangolo;
- descrivere almeno due procedimenti per determinare l'area del quadrilatero e calcolare quest'area nel modo più semplice.

173. Ripetere il problema precedente a partire dai seguenti punti:

$$O(0; 0) \quad A(1; 2) \quad B\left(-1; \frac{1}{2}\right) \quad C\left(0; \frac{5}{2}\right)$$

174. Disegnare il quadrilatero OABC, che ha i vertici seguenti:

$$O(0; 0) \quad A(4; 6) \quad B(0; 4) \quad C(-4; -2)$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati del quadrilatero, verificando che tali rette sono due a due parallele e perciò il quadrilatero è un parallelogramma;
- descrivere almeno due procedimenti per determinare l'area del quadrilatero e calcolare quest'area nel modo più semplice.

175. Ripetere il problema precedente a partire dai seguenti punti:

$$O(0; 0) \quad A(2; -3) \quad B(0; -2) \quad C(-2; 1)$$

176. Disegnare il quadrilatero ABCD, che ha i vertici seguenti:

$$A(2; 0) \quad B(4; 0) \quad C(0; 2) \quad D(0; 4)$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati del quadrilatero e verificare che due rette sono parallele e perciò il quadrilatero è un trapezio;
- stabilire se il trapezio è isoscele e studiarne la simmetria;
- scrivere le equazioni delle diagonali del trapezio;
- descrivere almeno due procedimenti per determinare l'area del quadrilatero e calcolare quest'area nel modo più semplice.

177. Ripetere il problema precedente a partire dai seguenti punti:

$$A(-3; 0) \quad B(0; 3) \quad C(0; 6) \quad D(-6; 0)$$

178. Disegnare il quadrilatero OABC, che ha i vertici seguenti:

$$O(0; 0) \quad A(2; 0) \quad B(4; 4) \quad C(0; 2)$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati del quadrilatero;
- scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano le diagonali del quadrilatero, verificando che tali rette sono perpendicolari;
- stabilire se il quadrilatero è un rombo o un deltoide e studiarne la simmetria;
- descrivere almeno due procedimenti per determinare l'area del quadrilatero e calcolare quest'area nel modo più semplice.

179. Ripetere il problema precedente a partire dai seguenti punti:

$$O(0; 0) \quad A(-2; 0) \quad B(-4; 4) \quad C(0; 2)$$

Sul riferimento cartesiano nello spazio

180. Disegnare un riferimento cartesiano nello spazio e indicarvi i seguenti punti:

$$A(2; 3; 0) \quad B(2; -3; 0) \quad C(-2; -3; 0) \quad D(-2; 3; 0)$$

Spiegare perché tutti i punti si trovano sul piano xy e scrivere l'equazione del piano.

181. Disegnare un riferimento cartesiano nello spazio e indicarvi i seguenti punti:

$$A(2; 3; 4) \quad B(2; -3; 4) \quad C(-2; -3; 4) \quad D(-2; 3; 4)$$

Spiegare perché tutti i punti si trovano su uno stesso piano e scrivere l'equazione del piano.

182. Disegnare un riferimento cartesiano nello spazio e indicarvi i seguenti punti:

$$A(1; 0; 2) \quad B(-1; 0; 2) \quad C(1; 0; -2) \quad D(-1; 0; -2)$$

Spiegare perché tutti i punti si trovano sul piano xz e scrivere l'equazione del piano.

183. Disegnare un riferimento cartesiano nello spazio e indicarvi i seguenti punti:

$$A(1; 3; 2) \quad B(-1; 3; 2) \quad C(1; 3; -2) \quad D(-1; 3; -2)$$

Spiegare perché tutti i punti si trovano su uno stesso piano e scrivere l'equazione del piano.

184. Disegnare un riferimento cartesiano nello spazio ed indicarvi i seguenti punti:

$$A(0; 3; 1) \quad B(0; -3; 1) \quad C(0; 3; -1) \quad D(0; -3; -1)$$

Spiegare perché tutti i punti si trovano sul piano yz e scrivere l'equazione del piano.

185. Disegnare un riferimento cartesiano nello spazio ed indicarvi i seguenti punti:

$$A(4; 3; 1) \quad B(4; -3; 1) \quad C(4; 3; -1) \quad D(4; -3; -1)$$

Spiegare perché tutti i punti si trovano su uno stesso piano e scrivere l'equazione del piano.