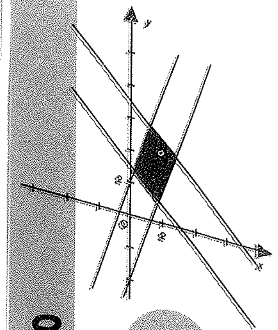

Equazioni, disequazioni e sistemi di 1° grado

9

Equazioni di 1° grado

1. Fra le seguenti uguaglianze scegliere quelle che sono equazioni di 1° grado, motivando la scelta.

$x^2+4x=3x+5$ $\qquad$ $2x+4=3x+5$ $\qquad$ $3^2+4x=3x+5$ $\qquad$ $3^2+4\cdot 2=3\cdot 2+5$

2. Fra le seguenti uguaglianze scegliere quelle che sono equazioni di 1° grado, motivando la scelta.

$y^3-6y=4y-2$ $\qquad$ $2^3-6y=4y-2$ $\qquad$ $3y-6=4y-2$ $\qquad$ $2^3-6\cdot 3=4\cdot 3-2$

3. Completare la seguente tabella, come è mostrato nella prima riga.

Equazione	Primo membro	Secondo membro
$4x+1=-3x$	$4x+1$	$-3x+0$
$5=8x+2$		
$-3x=6$		
	$0x+6$	$-5x+0$
	$\frac{1}{2}x+0$	$0x-\frac{1}{4}$
	$-1\cdot x+0$	$0\cdot x+0$

Equazioni equivalenti

4. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$2x=3$ $\qquad$ $x=3-2$ $\qquad$ $x=\frac{3}{-2}$ $\qquad$ $x=\frac{3}{2}$

5. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$-3x+4=5$ $\qquad$ $-3x=5-4$ $\qquad$ $-3x=\frac{5}{-4}$ $\qquad$ $3x=\frac{5}{4}$

6. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$\frac{1}{2}x=7$ $\qquad$ $x=\frac{7}{2}$ $\qquad$ $x=7\cdot 2$ $\qquad$ $x=\frac{7}{-2}$

7. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$-x+\frac{1}{3}=8$ $\qquad$ $-x=8\cdot 3$ $\qquad$ $-x=8-3$ $\qquad$ $-x=8-\frac{1}{3}$

8. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$-2x=\frac{1}{4}$ $\qquad$ $x=\frac{1}{4}+2$ $\qquad$ $x=\frac{1}{4}\left(-\frac{1}{2}\right)$ $\qquad$ $x=\frac{1}{4}(-2)$

9. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$-\frac{2}{3}x=0$ $\qquad$ $x=\frac{2}{3}$ $\qquad$ $x=0$ $\qquad$ $x=\frac{3}{2}$

10. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione $x=0$.

11. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione $x=1$.

12. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione $x=-1$.

13. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione $x=\frac{1}{2}$.

14. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione $x=2$.

15. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione $x=-2$.

Risolvere equazioni

Esaminare le equazioni degli esercizi dal n. **16** al n. **55** e risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare la soluzione di ogni equazione, descrivendo il procedimento seguito;
b. verificare che la soluzione ottenuta è esatta.

16.	$x+4=6$	$6=x+4$	$x-2=0$	$0=x-2$
17.	$x+3=3$	$3=x+3$	$x-8=-8$	$\frac{2}{3}=\frac{2}{3}+x$
18.	$\frac{1}{4}-x=0$	$0=-x+\frac{1}{4}$	$-x+7=3{,}5$	$3{,}5=-x+7$
19.	$5-x=5$	$-4=-4-x$	$-x+\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}=\frac{3}{4}-x$
20.	$-2-x=8$	$-2+x=8$	$7{,}5=-0{,}5-x$	$7{,}5=-0{,}5+x$
21.	$-3+x=-3$	$\frac{1}{5}-x=\frac{1}{5}$	$-0{,}5=-0{,}5+x$	$4{,}73-x=4{,}73$
22.	$-\frac{4}{5}=x+\frac{1}{5}$	$0{,}5=0{,}5-x$	$1{,}5=0{,}5-x$	$-x-0{,}99=0{,}01$
23.	$\frac{4}{3}=x+\frac{1}{3}$	$x-\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$	$x+\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$	$-x+\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$
24.	$0{,}9=x-0{,}1$	$0{,}1-x=0{,}9$	$0{,}85-x=-0{,}15$	$0{,}85+x=0{,}15$
25.	$-10^2=-x+10^3$	$-x-10^4=-3\cdot 10^4$		$x+10^5=-10^5$
26.	$-10^{-2}=-x+10^{-3}$	$-x-10^{-4}=-3\cdot 10^{-4}$		$x+10^{-5}=-10^{-5}$
27.	$4x=12$	$16=4x$	$4x=20$	$28=4x$
28.	$-3x=12$	$15=-3x$	$-3x=18$	$21=-3x$
29.	$5x=-10$	$-15=5x$	$-5x=50$	$100=-5x$
30.	$-6x=-12$	$-18=-6x$	$-6x=-24$	$-60=-6x$
31.	$8x=8$	$-8=-8x$	$-4x=-4$	$4=4x$
32.	$8x=-8$	$8=-8x$	$4x=-4$	$4=-4x$
33.	$-7x=0$	$0=10x$	$-5x=0$	$0=5x$
34.	$-7x=3$	$-4=10x$	$-5x=8$	$3=9x$
35.	$\frac{5}{2}x=15$	$8=\frac{4}{9}x$	$\frac{3}{4}x=3$	$3=\frac{3}{7}x$
36.	$2x=\frac{1}{5}$	$\frac{4}{3}=3x$	$5x=\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}=2x$
37.	$\frac{5}{2}x=\frac{5}{2}$	$\frac{4}{9}=\frac{4}{9}x$	$\frac{3}{4}x=\frac{3}{4}$	$\frac{3}{7}=\frac{3}{7}x$
38.	$\frac{15}{4}x=-\frac{15}{4}$	$-\frac{14}{9}=\frac{14}{9}x$	$\frac{13}{4}x=-\frac{13}{4}$	$-\frac{12}{7}=\frac{12}{7}x$
39.	$-\frac{7}{27}x=0$	$0=\frac{10}{29}x$	$-\frac{13}{4}x=0$	$0=\frac{15}{7}x$

40. $\frac{6}{5}x=\frac{12}{10}$ $\qquad$ $\frac{4}{9}=\frac{2}{3}x$ $\qquad$ $\frac{1}{3}x=\frac{5}{6}$ $\qquad$ $\frac{3}{7}=\frac{6}{7}x$

41. $\frac{5}{8}x=-\frac{3}{4}$ $\qquad$ $\frac{7}{2}=-\frac{4}{7}x$ $\qquad$ $\frac{3}{4}x=-\frac{5}{4}$ $\qquad$ $\frac{3}{8}=-\frac{3}{4}x$

42. $-\frac{5}{6}x=-\frac{7}{6}$ $\qquad$ $-\frac{4}{9}=-\frac{4}{3}x$ $\qquad$ $-\frac{3}{4}x=-\frac{7}{4}$ $\qquad$ $-\frac{8}{7}=-\frac{5}{7}x$

43. $7{,}145x=-7{,}145$ $\qquad$ $3{,}84=-0{,}5x$ $\qquad$ $-15{,}3=-0{,}2x$

44. $-0{,}01x=-1$ $\qquad$ $0{,}0001=-0{,}1x$ $\qquad$ $-0{,}0001x=0{,}1$

45. $2\cdot 10^6x=2$ $\qquad$ $2\cdot 10^6=-10^6x$ $\qquad$ $-10^3x=10^4$

46. $2\cdot 10^{-6}x=2$ $\qquad$ $2\cdot 10^{-6}=-10^{-6}x$ $\qquad$ $-10^{-4}x=10^{-3}$

47. $6x+5=17$ $\qquad$ $3x+1=7$ $\qquad$ $11=2x+3$

48. $3x-4=5$ $\qquad$ $20=8x-4$ $\qquad$ $4x-10=2$

49. $1-2x=7$ $\qquad$ $15=5-5x$ $\qquad$ $20-4x=20$

50. $-6x-5=13$ $\qquad$ $-10x-8=12$ $\qquad$ $30=-5-7x$

51. $-14x-8=-36$ $\qquad$ $-29=-9-10x$ $\qquad$ $-5=-5-20x$

52. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}x$ $\qquad$ $\frac{3}{5}x+\frac{1}{10}=\frac{1}{20}x$ $\qquad$ $\frac{5}{6}x=\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$

53. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{3}{5}x+\frac{1}{10}=\frac{1}{20}$ $\qquad$ $\frac{5}{6}=\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$

54. $\frac{5}{3}x-\frac{1}{2}=1-\frac{3}{4}x$ $\qquad$ $\frac{3}{2}x+\frac{2}{3}=\frac{1}{3}x-3$ $\qquad$ $\frac{1}{2}x-2=\frac{1}{2}-2x$

55. $\frac{1}{3}x-\frac{3}{2}=1-\frac{2}{3}x$ $\qquad$ $\frac{3}{4}x+\frac{5}{3}=\frac{5}{4}x-\frac{1}{3}$ $\qquad$ $\frac{1}{4}x-3=\frac{1}{4}-3x$

Equazioni impossibili e indeterminate

56. Un'equazione di 1° grado si può sempre scrivere nella forma:

$px+q=cx+d$

Individuare i coefficienti p, q, c, d nelle equazioni assegnate qui sotto per completare la seguente tabella, come è mostrato nella prima riga.

Equazione	p	q	c	d
$3x-5=-6x+7$	3	-5	-6	7
$-x+8=x$				
$9=x-9$				
$-\frac{1}{4}x=-4$				
	0	1	-1	0
	1	0	0	-1
	$\frac{1}{3}$	-3	3	$-\frac{1}{3}$
	2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-2

57. Esaminare le seguenti equazioni:

$4x+3=-4x$ $\qquad$ $-4x+3=-4x$ $\qquad$ $-4x+3=3$ $\qquad$ $-4x+3=-4x+3$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. indicare l'equazione impossibile;
b. indicare l'equazione indeterminata;
c. indicare le equazioni risolubili;
d. determinare la soluzione di ogni equazione risolubile.

58. Ripetere l'esercizio 57 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{3}{4}x+1=-\frac{3}{4}x$ $\qquad$ $-\frac{3}{4}x+1=-\frac{3}{4}x+1$ $\qquad$ $-\frac{3}{4}x+1=\frac{3}{4}x$ $\qquad$ $\frac{3}{4}x+1=0$

59. Ripetere l'esercizio 57 a partire dalle seguenti equazioni:

$-x+\frac{5}{3}=\frac{5}{3}x$ $\qquad$ $-x+\frac{5}{3}=\frac{5}{3}$ $\qquad$ $x-\frac{5}{3}=-\frac{5}{3}+x$ $\qquad$ $x-\frac{5}{3}=x$

60. Ripetere l'esercizio 57 a partire dalle seguenti equazioni:

$2x-\frac{7}{4}=-\frac{7}{4}x$ $\qquad$ $-2x+\frac{7}{4}=-\frac{7}{4}$ $\qquad$ $2x-\frac{7}{4}=-\frac{7}{4}+2x$ $\qquad$ $2x=2x+\frac{7}{4}$

61. Esaminare le equazioni assegnate qui sotto e risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché tutte le equazioni sono impossibili;
b. modificare solo il secondo membro in modo da rendere le equazioni risolubili;
c. modificare solo il primo membro in modo da rendere le equazioni risolubili.

$-3x+2=-3x-2$ $\qquad$ $\frac{1}{3}x+1=\frac{1}{3}x$ $\qquad$ $5x=5x-5$ $\qquad$ $-\frac{4}{5}x=-\frac{4}{5}x-\frac{3}{5}$

62. Esaminare le equazioni assegnate qui sotto e risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché tutte le equazioni sono indeterminate;
b. modificare solo il secondo membro in modo da rendere le equazioni risolubili;
c. modificare solo il primo membro in modo da rendere le equazioni risolubili.

$-3x+2=-3x+2$ $\qquad$ $\frac{1}{3}x+1=\frac{1}{3}x+1$ $\qquad$ $5x=5x$ $\qquad$ $-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}x=-\frac{4}{5}x-\frac{3}{5}$

63. Scrivere almeno quattro equazioni impossibili.

64. Scrivere almeno quattro equazioni indeterminate.

65. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero 0.

66. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero 1.

67. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero -1.

68. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero 3.

69. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero $\frac{1}{3}$.

70. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero -3.

Collegamento con i capitoli 1 e 6

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **71** al n. **83** e risolvere i seguenti quesiti:

a. applicare le nozioni esposte nei capitoli 1 e 6 per scrivere le equazioni nella forma:

$$px+q=cx+d$$

b. indicare le equazioni impossibili o indeterminate;

c. determinare la soluzione delle equazioni risolubili e verificare che la soluzione ottenuta è esatta.

71. $\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}=1-\frac{3}{8}x-\frac{7}{8}$ $\qquad$ $-\frac{3}{8}x-\frac{3}{4}=1-\frac{3}{8}x-\frac{7}{8}$

72. $2x-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=\frac{19}{2}-\frac{1}{2}x$ $\qquad$ $2x-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=\frac{19}{2}-\frac{1}{2}x+2x$

73. $-\frac{2}{3}+\frac{1}{5}x-\frac{1}{5}=-\frac{1}{15}+\frac{1}{5}x-\frac{4}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}x-2=-\frac{1}{15}+\frac{1}{5}x-\frac{4}{5}$

74. $1+2x-\frac{3}{4}x+\frac{7}{5}=1-\frac{3}{4}x+\frac{7}{5}$ $\qquad$ $1+2x-\frac{3}{4}x+\frac{7}{5}=2x-\frac{3}{4}x+\frac{7}{5}$

75. $\frac{2}{3}x+\frac{1}{5}-\frac{4}{3}x-\frac{6}{5}=\frac{1}{3}x-\frac{9}{5}+\frac{4}{5}$ $\qquad$ $\frac{2}{3}x+\frac{1}{5}-\frac{1}{3}x-\frac{6}{5}=\frac{1}{3}x-\frac{9}{5}+\frac{4}{5}$

76. $4(10-2x)=3(x-5)$ $\qquad$ $2(10-2x)=-4(x-5)$

77. $\frac{1}{3}(6-3x)=\frac{1}{2}(8+2x)$ $\qquad$ $\frac{1}{3}(6-3x)=\frac{1}{2}(8-2x)$

78. $2x+\frac{7}{6}-x=\frac{2}{3}-\frac{3x-1}{2}$ $\qquad$ $-2x+\frac{7}{6}+\frac{1}{2}x=\frac{2}{3}-\frac{3x-1}{2}$

79. $x-2+\frac{x+2}{2}+\frac{x+3}{3}=\frac{11}{6}x$ $\qquad$ $x-2+\frac{x+2}{2}+\frac{x+3}{3}=\frac{11}{6}$

80. $4+\frac{x+3}{2}+\frac{x+7}{3}=\frac{5}{6}$ $\qquad$ $4+\frac{x+3}{2}+\frac{x+7}{3}=\frac{5}{6}x$

81. $0{,}6(x+4)=2-0{,}4(x-1)$ $\qquad$ $0{,}6(x+4)=2+0{,}6(x-1)$

82. $-2{,}4(2x-4)=1+3{,}5(2-x)$ $\qquad$ $-1{,}2(4x-8)=6{,}4+1{,}6(2-3x)$

83. $3{,}2(-x-1)=2-3{,}2(2+x)$ $\qquad$ $3{,}2(x-1)=2-3{,}2(2+x)$

Risolvere le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **84** al n. **103**.

84. $10(x+1)+2x+2=3x+4+8(x+1)$ [0]

85. $2(3x+1)-3(2x+1)=4(x-1)+4x+3$ [0]

86. $-3(2x-1)+4x-2=10x-5-5(2x-1)$ [$\frac{1}{2}$]

87. $-3(x-5)+2x-2=2(x-1)+4(2x-10)$ [5]

88. $0{,}2(x-1)-0{,}25(2x-3)=0{,}5-0{,}1(4x-1)$ [0,5]

89. $0{,}4(x-1)-1{,}6=1{,}5(x-1)-(x-0{,}5)$ [–10]

90. $\frac{\frac{2-x}{3}}{4}+\frac{\frac{5+x}{2}}{3}=2-\frac{3}{2}x$ [$-\frac{9}{2}$]

91. $\frac{x}{2}-\frac{x+\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}+\frac{3x+\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}+\frac{15}{2}=0$ [–1]

92. $\frac{\frac{x-3}{2}}{3}+3(x-1)=\frac{x+1}{4}+x+2$ [3]

93. $\frac{\frac{x+4}{2}}{5}+5(x-4)+\frac{x-2}{2}=10x-3$ [–4]

94. $\frac{1}{6}x-\frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}+\frac{x+\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}-\frac{5}{3}=\frac{x+1}{2}-\frac{x-1}{3}$ [2]

95. $\frac{x+1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)=\frac{2x-1}{4}(x+2)+\frac{15}{4}$ [–7]

96. $\frac{2-x}{3}-\frac{1}{3}(x+1)+\frac{x}{3}=\frac{x}{3}-\frac{1}{3}(x-3)$ [–2]

97. $\frac{x-0{,}1}{0{,}2}+2{,}5=\frac{x-0{,}2}{0{,}4}+7{,}5$ [2]

98. $\frac{x+1}{0{,}5}-\frac{2x+2}{2{,}5}=0{,}6$ [–0,5]

99. $1-\frac{0{,}5(1-x)}{0{,}25}=\frac{0{,}5x+0{,}25}{0{,}75}-4$ [–2]

100. $(3{,}6x-1{,}8)\left(2-\frac{1}{3}\right)+(2{,}4x-1{,}2)\left(1+\frac{1}{4}\right)=4{,}5$ [1]

101. $(0{,}3x+1{,}2)\left(2-\frac{1}{3}\right)+(0{,}5x+2)\left(1-\frac{1}{6}\right)=\frac{4}{3}-\frac{5}{12}$ [–3]

102. $(2{,}3-1{,}4)\frac{x}{3}+(1{,}5-0{,}7)\frac{x}{4}=\frac{3}{5}x-0{,}04$ [0,4]

103. $x-0{,}2+\left(x-\frac{2}{5}-\frac{x-1}{3}+\frac{1}{2}\right)\left(2-\frac{1}{2}\right)+\frac{21}{20}=0$ [$-\frac{3}{4}$]

Problemi che conducono a risolvere equazioni di 1° grado

Problemi di geometria piana

Risolvere i problemi assegnati negli esercizi dal n. **104** al n. **120** percorrendo le tappe indicate dal testo e cioè:

I. visualizzare il problema con opportuni disegni;
II. scegliere l'incognita x;
III. precisare le limitazioni dell'incognita;
IV. tradurre il problema in un'equazione che leghi i dati all'incognita;
V. risolvere l'equazione;
VI. controllare che la soluzione ottenuta sia esatta.

104. È dato un segmento MN lungo 21. Determinare su MN un punto P in modo che il quadrato costruito su MP e il triangolo equilatero costruito su PN abbiano lo stesso perimetro. [MP=9]

105. È dato un segmento AB lungo 4. Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare sul prolungamento di AB dalla parte di B un punto C in modo che il quadrato costruito su BC e il triangolo equilatero costruito su AC abbiano lo stesso perimetro;
b. scegliere C sul prolungamento di AB dalla parte di A ed interpretare geometricamente la soluzione dell'equazione. [(a) BC=12]

106. È dato un segmento MN lungo 24. Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare su MN un punto P in modo che, costruiti i due triangoli equilateri MPQ e PNR, la differenza fra il perimetro di MPQ e il perimetro di PNR sia uguale al doppio di MN;
b. spiegare perché è indeterminato il problema seguente: determinare la posizione di P in modo che la somma dei perimetri dei due triangoli equilateri MPQ e PNR sia uguale al triplo di MN. [(a) MP=20]

107. È dato un segmento AB lungo 16. Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare su AB un punto C in modo che, costruiti i due quadrati di lato AC e CB, la differenza fra il perimetro del primo quadrato e il perimetro del secondo sia uguale al triplo di AB;
b. spiegare perché è impossibile il problema seguente: determinare la posizione di C in modo che la somma dei perimetri dei due quadrati sia uguale al doppio di AB. [(a) AC=14]

108. Un triangolo ABC, rettangolo in A, ha un angolo ampio 30° e perciò è la metà di un triangolo equilatero; sapendo che il cateto maggiore AB è lungo 86 e il perimetro è lungo 236, determinare le misure degli altri due lati. [AC=50; BC=100]

109. Determinare le misure delle basi di un trapezio ABCD, sapendo che la base maggiore AB supera di 3 la base minore CD, l'altezza è lunga 20 e l'area vale 150. [CD=6, AB=9]

110. È dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo 24 e il lato BC lungo 16. Determinare un punto P sul lato AD e un punto Q sul lato BC, in modo che BQ sia il doppio di AP e che valga 216 l'area del trapezio ABQP. [AP=6, BQ=12]

111. È dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo 42 e il lato BC lungo 26. Determinare un punto P sul lato CD, in modo che l'area del triangolo APD sia i $\frac{2}{5}$ dell'area del trapezio ABCP. [DP=24]

112. È dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo 18 e il lato BC lungo 10. Determinare un punto P sul lato CD, in modo che la somma dei cateti del triangolo APD sia i $\frac{2}{5}$ della somma delle basi e dell'altezza del trapezio ABCP. [DP=6]

113. In un quadrato ABCD di area 900 si conduce una retta parallela al lato AB, che divide il quadrato in due rettangoli. A quale distanza dal lato AB si deve tracciare la retta, se si vuole che uno dei rettangoli abbia area tripla dell'altro? [22,5]

114. È dato un trapezio ABCD con la base maggiore AB lunga 56 e la base minore CD lunga 34. Determinare un punto P su AB in modo che l'area del triangolo APD sia i $\frac{4}{5}$ dell'area del trapezio PBCD. [AP=40]

115. Un triangolo ABC è isoscele sulla base BC ed ha l'angolo al vertice quadruplo di ciascuno degli angoli alla base; calcolare l'ampiezza degli angoli del triangolo. [$\hat{B}=\hat{C}=30°$; $\hat{A}=120°$]

116. Un triangolo ABC, rettangolo in A, ha un angolo acuto che è i $\frac{2}{3}$ dell'altro; calcolare l'ampiezza degli angoli acuti. [54°; 36°]

117. Un triangolo ABC ha l'angolo $\hat{A}$ ampio 48° e l'angolo $\hat{B}$ doppio dell'angolo $\hat{C}$; calcolare l'ampiezza degli angoli $\hat{B}$ e $\hat{C}$. [$\hat{C}=44°$; $\hat{B}=88°$]

118. Un quadrangolo ABCD ha gli angoli $\hat{A}$ e $\hat{D}$ retti e l'angolo $\hat{C}$ che è i $\frac{7}{5}$ dell'angolo $\hat{B}$; determinare l'ampiezza degli angoli del quadrangolo. [$\hat{C}=105°$; $\hat{B}=75°$]

119. Di un trapezio isoscele ABCD si sa che:
- è circoscritto ad una semicirconferenza;
- ha il perimetro lungo 110;
- la base minore CD è i $\frac{2}{5}$ del lato obliquo.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché il lato obliquo è la metà della base maggiore;
b. determinare i lati del trapezio. [(b) BC=AD=25; AB=50; CD=10]

120. Di un trapezio isoscele ABCD si sa che:
- è circoscritto ad una circonferenza;
- ha il lato obliquo lungo 10;
- la base minore CD è i $\frac{2}{3}$ della base maggiore.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché la somma delle due basi è uguale al doppio del lato obliquo;
b. determinare le basi del trapezio. [(b) AB=12; CD=8]

Problemi di geometria analitica

121. Determinare l'ascissa del punto P in cui la retta r d'equazione $y=-2x+\frac{1}{2}$ incontra l'asse delle x. Completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico della retta. [$x=\frac{1}{4}$]

122. Determinare l'ascissa del punto P in cui la retta r d'equazione $y=\frac{1}{2}x-2$ incontra l'asse delle x. Completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico della retta. [$x=4$]

123. Il punto P ha ordinata -1 ed è allineato con A(3; -2) e con O(0; 0). Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere l'equazione della retta che passa per A e per O;
b. determinare l'ascissa di P;
c. disegnare la retta AO ed indicarvi il punto P. [(b) $x=\frac{3}{2}$]

124. Il punto P ha ordinata -2 ed è allineato con A(2; 5) e con B(0; -3). Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere l'equazione della retta che passa per A e per B;
b. determinare l'ascissa di P;
c. disegnare la retta AB ed indicarvi il punto P. [(b) $x=\frac{5}{4}$]

125. Sono dati il punto P(-4; 3) e la retta r d'equazione $y=-3x+5$.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. verificare che il punto P non appartiene alla retta r;
b. modificare solo l'ascissa di P in modo da ottenere un punto Q che appartenga alla retta;
c. disegnare la retta r ed indicare i punti P e Q. [(b) $x=\frac{2}{3}$]

126. Sono dati il punto P(-5; 6) e la retta r d'equazione $y=4x-3$.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. verificare che la retta r non passa per il punto P;
b. modificare solo la pendenza della retta in modo da ottenere una retta s che passi per P;
c. disegnare le rette r e s e indicare il punto P. [(b) $m=-\frac{9}{5}$]

127. Sono dati il punto P(-3; 8) e la retta r d'equazione $y=-5x+7$.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. verificare che la retta r non passa per il punto P;
b. modificare solo il termine q della retta in modo da ottenere una retta s che passi per P;
c. disegnare le rette r e s e indicare il punto P. [(b) $q=-7$]

128. Scrivere l'equazione della retta s che soddisfa le seguenti condizioni:
- è parallela alla retta r d'equazione $y=-4x+9$ (e perciò ha pendenza -4);
- passa per il punto A(-2; 6) e perciò le coordinate del punto soddisfano l'equazione della retta.

Tracciare il grafico della retta ottenuta. [$y=-4x-2$]

129. Dopo aver risolto l'esercizio precedente, scrivere l'equazione della retta s che soddisfa le seguenti condizioni:
- è parallela alla retta r d'equazione $y=\frac{3}{2}x-1$;
- passa per il punto A(-2; 4).

Tracciare il grafico della retta ottenuta. [$y=\frac{3}{2}x+7$]

130. Scrivere l'equazione della retta s che soddisfa le seguenti condizioni:
- è perpendicolare alla retta r d'equazione $y=\frac{1}{3}x-2$ (e perciò ha pendenza -3);
- passa per il punto A(1; 0) e perciò le coordinate del punto soddisfano l'equazione della retta.

Tracciare il grafico della retta ottenuta. [$y=-3x+3$]

131. Dopo aver risolto l'esercizio precedente, scrivere l'equazione della retta s che soddisfa le seguenti condizioni:
- è perpendicolare alla retta r d'equazione $y=\frac{3}{2}x-1$;
- passa per il punto A(3; 5).

Tracciare il grafico della retta ottenuta. [$y=-\frac{2}{3}x+7$]

Problemi di fisica

132. La luce si propaga nel vuoto seguendo la legge:

$s=vt$

Calcolare il tempo che impiega la luce del Sole ad arrivare sulla Terra, sapendo che:
- la distanza s fra la Terra e il Sole è di circa $1{,}5\cdot 10^8$ km;
- la luce viaggia alla velocità costante v di circa $3\cdot 10^8$ m/s. [$t\cong 5\cdot 10^2$ secondi]

133. La luce si propaga nel vuoto seguendo la legge:

$s=vt$

La distanza s della stella Alfa della costellazione del Centauro è di circa 10^{14} km; quanto tempo impiega la luce di questa stella ad arrivare sulla Terra?
[$t\cong 3{,}3\cdot 10^8$ secondi]

134. Un corpo lanciato verso il basso, nelle vicinanze della Terra, si muove con una velocità che varia al variare del tempo secondo la legge:

$v=at+q$

dove si indica:
- con v la velocità del corpo;
- con t il tempo che trascorre;
- con a l'accelerazione di gravità, che sulla Terra vale circa 9,8 m/s^2;
- con q la velocità iniziale del corpo.

Risolvere i seguenti problemi:
a. calcolare la velocità che raggiunge in 5 secondi un corpo lanciato con una velocità iniziale di 2 m/s;
b. qual è la velocità del corpo se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è $\frac{1}{6}$ di quella terrestre? [(a) $v=51$ m/s]

135. Dopo aver svolto l'esercizio 134, risolvere i seguenti problemi:
a. calcolare quanto tempo impiega un corpo a raggiungere la velocità di 26,5 m/s se è lanciato verso il basso nelle vicinanze della Terra con una velocità iniziale di 2 m/s;
b. qual è il tempo necessario se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è $\frac{1}{6}$ di quella terrestre? [(a) $t=2{,}5$ secondi]

136. Dopo aver svolto l'esercizio 134, risolvere i seguenti problemi:
a. calcolare quale velocità iniziale bisogna imprimere ad un corpo lanciato verso il basso nelle vicinanze della Terra affinché raggiunga la velocità di 100 m/s in 8 secondi;
b. qual è la velocità iniziale necessaria se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è $\frac{1}{6}$ di quella terrestre? [(a) $q=21{,}6$ m/s]

137. Dopo aver svolto l'esercizio 134, risolvere il seguente problema: un'astronave atterrata su un pianeta sconosciuto lancia un corpo verso il basso con una velocità iniziale di 2 m/s e, dopo 4 secondi, rileva la velocità del corpo che vale 42 m/s. Qual è l'accelerazione di gravità del pianeta? [$a=10$ m/s^2]

138. Quando un corpo viene lanciato verso l'alto, nelle vicinanze della Terra, si muove con una velocità che varia al variare del tempo secondo la legge:

$v=-at+q$

dove le lettere v, a, t, q hanno lo stesso significato chiarito nell'esercizio 134.
Risolvere i seguenti problemi:
a. un corpo viene lanciato verso l'alto con una velocità iniziale di 49 m/s; quale velocità raggiunge il corpo dopo 5 secondi?
b. qual è la velocità del corpo se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è $\frac{1}{6}$ di quella terrestre? [(a) $v=0$]

139. Dopo aver svolto l'esercizio 138, risolvere i seguenti problemi:
a. un corpo viene lanciato verso l'alto con una velocità iniziale di 40 m/s; quanto tempo impiega il corpo a dimezzare la sua velocità?
b. quanto tempo impiega il corpo a dimezzare la sua velocità se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è $\frac{1}{6}$ di quella terrestre?

[(a) t=2,04 secondi]

140. Dopo aver svolto l'esercizio 138, risolvere i seguenti problemi:
a. calcolare quale velocità iniziale bisogna imprimere ad un corpo lanciato verso l'alto nelle vicinanze della Terra perché si fermi in 8 secondi;
b. qual è la velocità iniziale necessaria se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è $\frac{1}{6}$ di quella terrestre? [(a) q=78,4 m/s]

141. Dopo aver svolto l'esercizio 138, risolvere il seguente problema: un'astronave atterrata su un pianeta sconosciuto lancia un corpo verso l'alto con una velocità iniziale di 10 m/s e, dopo 4 secondi, rileva che il corpo si è fermato.
Qual è l'accelerazione di gravità del pianeta? [a=2,5 m/s^2]

142. Una sottile sbarretta, che inizialmente si trova alla temperatura di 0°, viene riscaldata e perciò si allunga; in tal caso la lunghezza della sbarretta varia secondo la legge della dilatazione termica lineare, che è la seguente:

$$L'=L(1+\alpha T)$$

dove si indica:
- con L' la lunghezza della sbarretta alla temperatura T;
- con L la lunghezza della sbarretta alla temperatura di 0°;
- con T la temperatura a cui viene portata la sbarretta;
- con α un coefficiente collegato alla scelta del materiale.

Risolvere il seguente problema: una sbarra d'acciaio ($\alpha \approx 10^{-5}$) ha una lunghezza di 10 m alla temperatura di 0°; qual è la lunghezza della sbarra alla temperatura di 40°? [L'=10,004 m]

143. La stessa sbarra descritta nell'esercizio 142 è diventata lunga 10,005 m; qual è la temperatura della sbarra? [T=50°]

144. Dopo aver svolto l'esercizio 142, risolvere il seguente problema: una sbarra d'acciaio ($\alpha \approx 10^{-5}$) ha, alla temperatura di 30°, una lunghezza di 50,015 m; qual è la lunghezza della sbarretta alla temperatura di 0°? [L=50 m]

145. Dopo aver svolto l'esercizio 142, risolvere il seguente problema: un filo è lungo 80 m alla temperatura di 0° e 80,032 m alla temperatura di 20°; quanto vale il coefficiente α della sostanza che costituisce il filo? [α=$2\cdot10^{-5}$]

146. L'intensità I della corrente che attraversa un filo conduttore di resistenza R varia al variare della tensione V ai capi del filo secondo la legge di Ohm, che è la seguente:

$$V=RI$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare la resistenza R del filamento di una lampadina che, collegato ad una tensione di 220 volt, è percorso da una corrente di 0,5 ampère;
b. determinare quale corrente passerebbe nello stesso filamento, se la tensione applicata fosse di 125 volt;
c. determinare quale tensione bisognerebbe applicare alla stessa lampadina per farci passare una corrente di 0,2 ampère. [(a)R=440; (b) $I \cong 0{,}28$; (c) V=88]

Problemi vari

147. Esaminare il seguente problema: un aereo ha dei serbatoi che contengono 5100 litri di carburante; calcolare l'autonomia di volo dell'aereo (cioè stabilire quanto tempo l'aereo potrà volare), sapendo che i consumi di carburante sono i seguenti: 200 litri per il decollo, 100 litri per l'atterraggio e 10 litri per ogni minuto di volo.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. indicato con m il numero massimo di minuti di volo, scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:

$200m+100m+10=5\,100$ $\qquad$ $5\,100=200+100+10m$

b. risolvere l'equazione per determinare il tempo richiesto;
c. verificare che la soluzione trovata è corretta.

148. Esaminare il seguente problema: una giacca, scontata del 25%, viene venduta a 120 000 lire; quanto costava la giacca prima dello sconto?

Risolvere i seguenti quesiti:
a. indicato con p il prezzo della giacca prima dello sconto, scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:

$p-\frac{25}{100}p=120\,000$ $\qquad$ $120\,000=p-\frac{25}{100}$

b. risolvere l'equazione per determinare il prezzo richiesto;
c. verificare che la soluzione trovata è corretta.

149. Esaminare il seguente problema: per una gita scolastica gli alunni di una classe debbono pagare 24 000 lire ciascuno. Poche ore prima della partenza due alunni non possono partire e, quindi, il costo della gita deve essere ripartito solo fra gli effettivi partecipanti. L'organizzatore calcola che ogni partecipante deve aggiungere 2000 lire alla quota stabilita prima. Quanti sono in tutto gli alunni della classe?
Risolvere i seguenti quesiti:
a. indicato con n il numero di alunni della classe, scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:

$(24000+2000)(n-2)=24000n$ $\qquad$ $2000n-2=24000n$

b. risolvere l'equazione per determinare il numero richiesto;
c. verificare che la soluzione trovata è corretta.

150. Esaminare il seguente problema: viene acquistato un appartamento pagandolo in tre rate, che vengono così distribuite:
- si paga subito $\frac{1}{5}$ del prezzo;
- dopo sei mesi si paga i $\frac{2}{3}$ di quanto rimane da pagare;
- dopo un anno si versano 32 milioni, concludendo così il pagamento.

Qual era il prezzo in milioni dell'appartamento?

Risolvere i seguenti quesiti:
a. indicato con p il prezzo dell'appartamento, scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:

$\frac{1}{5}p+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}p+32=p$ $\qquad$ $\frac{1}{5}p+\frac{2}{3}\left(p-\frac{1}{5}p\right)+32=p$

b. risolvere l'equazione per determinare il numero richiesto;
c. verificare che la soluzione trovata è corretta.

151. Esaminare il seguente problema: un numero di due cifre ha la cifra delle decine che supera di due la cifra delle unità; invertendo l'ordine delle cifre si ottiene un numero che è i $\frac{4}{7}$ di quello dato.

Risolvere i seguenti quesiti:

a. indicata con u la cifra delle unità, scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:

$$[(u+2)\cdot 10+u]\,\frac{4}{7}=u\cdot 10+u+2 \qquad u+2\cdot 10+u\cdot \frac{4}{7}=u\cdot 10+u+2$$

b. risolvere l'equazione per determinare la cifra u e, quindi, il numero descritto;
c. verificare che la soluzione trovata è corretta.

152. Spiegare perché è indeterminato il seguente problema: un numero di due cifre ha la cifra delle unità che supera di tre la cifra d delle decine; invertendo l'ordine delle cifre si ottiene un numero che supera di 27 quello dato; qual è il numero?

153. Spiegare perché è impossibile il seguente problema: un numero di due cifre ha la cifra delle unità che supera di 1 la cifra d delle decine; invertendo l'ordine delle cifre si ottiene un numero che è uguale a $\frac{1}{3}$ di quello dato; qual è il numero?

154. Esaminare il seguente problema: determinare la base n di un sistema di numerazione in modo che risulti:

$$42_5=31_n$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:

$$42\cdot 5=31\cdot n \qquad 4\cdot 5+2=3\cdot n+1$$

b. risolvere l'equazione per determinare la base n e, quindi, il numero richiesto;
c. verificare che la soluzione trovata è corretta.

155. Determinare le basi a, b, c in modo che risulti:

$$12_3=11_a \qquad 13_4=12_b \qquad 14_5=13_c$$

Si vede qualche regolarità nei risultati?
Proporre qualche altro problema dello stesso tipo.

156. Determinare le basi a, b, c in modo che risulti:

$$12_5=21_a \qquad 23_7=32_b \qquad 34_9=43_c$$

Si vede qualche regolarità nei risultati?
Proporre qualche altro problema dello stesso tipo.

Problemi antichi

157. *Problema tratto dal Papyrus Rhind (Egitto, ca. 1650 a.C.).*
Un mucchio di pietre più un ottavo dello stesso mucchio, più la metà dello stesso mucchio conduce ad un risultato di 169 pietre; quante pietre contiene il mucchio? [104]

158. *Problema tratto da un'antologia greca del VI secolo d.C.*
Per mezzo dell'arte aritmetica Diofanto (matematico greco del III secolo d.C.) insegna la misura della sua vita. Dio gli concesse la fanciullezza per un sesto della sua vita; dopo un altro dodicesimo la barba coprì le sue guance; dopo un settimo della sua vita accese la fiaccola nuziale, e cinque anni dopo il matrimonio ebbe un figlio. Ahimè! il misero fanciullo, pur tanto amato, avendo appena raggiunto la metà degli anni di vita del padre, morì. Quattro anni ancora, mitigando il proprio dolore con la scienza dei numeri, visse Diofanto fino a raggiungere il termine della sua vita. Quanti anni visse Diofanto? [84]

159. *Problema tratto da un'antologia greca del VI secolo d.C.*
Quante mele servono per sei persone, sapendo che le prime quattro ricevono, rispettivamente, un terzo, un ottavo, un quarto e un quinto del totale, che la quinta persona riceverà dieci mele e resterà una mela per la sesta persona? [120]

160. *Problema tratto da un testo indiano dell'VIII secolo d.C.*
Di un mazzo di fiori di loto, un terzo; un quinto e un sesto furono rispettivamente offerti agli dei Siva e Visnu e al Sole; un quarto fu dato a Bhavani ed i restanti sei fiori al venerabile precettore. Qual era il numero dei fiori? [120]

161. *Problema tratto da un testo indiano dell'VIII secolo d.C.*
Una collana si ruppe durante una battaglia d'amore. Un terzo delle perle cadde sul terreno, un quinto restò sul letto, un sesto fu trovato dalla giovane donna e un decimo fu recuperato dal suo amante, sei perle rimasero sul filo. Di quante perle si componeva la collana? [30]

162. *Problema tratto da un testo indù del XII secolo*
L'onnipotente, invincibile serpente nero ha ottanta spire quando comincia ad entrare in un buco. La sua velocità per entrare è di sette spire e mezzo in cinque quattordicesimi di giorno. Durante questo tempo la sua coda si allunga di undici quarti di spira ogni quarto di giorno. Dopo quanti giorni il serpente sarà entrato completamente nel buco? [8]

163. *Problema tratto da un testo indù del XII secolo*
Un mercante paga in natura dei diritti sulla merce che trasporta. In un primo paese dà un terzo della merce, in un secondo paese dà un quarto di ciò che resta, in un terzo paese dà un quinto di ciò che ancora rimane; così ha pagato in tutto 24 unità di merce. Qual era la quantità iniziale di merce? [40]

164. *Problema tratto da un testo indù del XII secolo*
Il re prende un sesto da un cesto di frutta, la regina ne prende un quinto della restante parte; i tre primi principi un quarto, un terzo e la metà della restante parte ed il quarto principe prende i tre frutti che rimangono. Qual è il numero dei frutti e la parte toccata a ciascuno? [18 frutti e ognuno ne prende 3]

165. *Problema tratto da un testo matematico europeo del XVI secolo*
Un mercante va a tre fiere. Alla prima raddoppia il suo denaro e spende 30 soldi, alla seconda triplica il suo denaro e spende 54 soldi, alla terza triplica il suo denaro e spende 72 soldi; gli restano allora 48 soldi. Quanto denaro possedeva in partenza? [29 soldi]

166. *Problema di Cristoforo Clavio, matematico italiano del XVII secolo*
Per incoraggiare il figlio a studiare l'aritmetica, un padre dà al ragazzo 8 soldi per ogni problema risolto correttamente, ma si riprende 5 soldi per ogni problema sbagliato. Dopo 26 problemi il figlio non ha né guadagnato, né perso; quanti problemi ha risolto correttamente il ragazzo? [10]

167. *Problema di Cristoforo Clavio, matematico italiano del XVII secolo*
Se dessi 7 soldi ad ogni mendicante davanti alla porta, mi resterebbero 24 soldi; invece, se ne volessi dare 8 a ciascuno, me ne mancherebbero 4. Quanti mendicanti ci sono? Quanti soldi ho? [28 mendicanti e 220 soldi]

168. *Problema di Cristoforo Clavio, matematico italiano del XVII secolo*
Si sono promessi 100 franchi ed un mantello come salario annuale ad un domestico. Dopo 7 mesi il domestico lascia il suo servizio e riceve in pagamento il mantello e 20 franchi. Quanto vale il mantello? [92 franchi]

Equazioni e identità

Esaminare le uguaglianze assegnate negli esercizi dal n. **169** al n. **175** e dire quali sono equazioni e quali sono identità, motivando la scelta.

169. $2(x+1)=2x+2$ $\quad$ $2(x+1)=2x+1$ $\quad$ $-2(x+1)=-2x+1$

170. $\frac{1}{2}(2x-1)=x-1$ $\quad$ $\frac{1}{2}(2x-1)=x-\frac{1}{2}$ $\quad$ $-\frac{1}{2}(2x-1)=x+\frac{1}{2}$

171. $\frac{3}{4}(4-8x)=-6x+3$ $\quad$ $-\frac{3}{4}(4-8x)=6x-3$ $\quad$ $-\frac{3}{4}(4-8x)=-3+8x$

172. $\frac{4}{3}(-6-3x)=-4x-8$ $\quad$ $-\frac{4}{3}(-6-3x)=-4x-8$ $\quad$ $-\frac{4}{3}(-6-3x)=4x+8$

173. $\frac{8x-3}{3}=8x-1$ $\quad$ $\frac{8x-3}{3}=\frac{8}{3}x-1$ $\quad$ $\frac{9x-3}{3}=3x-1$

174. $\frac{x-6}{3}=\frac{1}{3}(x-6)$ $\quad$ $\frac{x-6}{3}=x-2$ $\quad$ $\frac{x-6}{3}=\frac{1}{3}x-2$

175. $\frac{10x+3}{5}=2x+3$ $\quad$ $\frac{10x+3}{5}=\frac{1}{5}(10x+3)$ $\quad$ $\frac{10x+3}{5}=2x+\frac{3}{5}$

176. Scrivere almeno tre identità; modificare ogni identità in modo da farla diventare un'equazione di 1° grado.

177. Scrivere tre equazioni di 1° grado; modificare ogni equazione in modo da farla diventare un'identità.

Proposizioni e predicati

Esaminare le uguaglianze assegnate negli esercizi dal n. **178** al n. **181** e dire quali sono predicati e quali sono proposizioni, motivando la scelta.

178. $2(x+1)=2x+2$ $\quad$ $2(x+1)=2x+1$ $\quad$ $2(4+1)=2\cdot4+1$ $\quad$ $2(4+1)=10$

179. $-\frac{1}{2}(2x-1)=-x$ $\quad$ $-\frac{1}{2}(7-1)=-3$ $\quad$ $-\frac{1}{2}(7-1)=-\frac{7}{2}$ $\quad$ $-\frac{1}{2}\cdot2x=-x$

180. $\frac{8x-3}{3}=8x-1$ $\quad$ $\frac{8-3}{3}=7$ $\quad$ $\frac{8x-3}{3}=\frac{8}{3}x-1$ $\quad$ $\frac{8-3}{3}=\frac{8}{3}-1$

181. $\frac{8-6}{3}=\frac{1}{3}(8-6)$ $\quad$ $\frac{8-6}{3}=8-2$ $\quad$ $\frac{x-6}{3}=\frac{1}{3}x-2$ $\quad$ $\frac{x-6}{3}=x-2$

Quantificatori

182. Leggere le formule seguenti e spiegarne il significato:

$\forall x\in Q|(x+1)3=3x+3$ $\qquad$ $\exists x\in Q|(x+3)3=3x+1$

183. Leggere le formule seguenti e spiegarne il significato:

$\exists x\in Q|\ \frac{3x-2}{2}=3x-1$ $\qquad$ $\forall x\in Q|\ \frac{3x-2}{2}=\frac{3}{2}x-1$

Esaminare le formule date negli esercizi n. **184** e n. **185** e risolvere i seguenti quesiti:
a. scegliere le formule corrette, motivando la scelta;
b. modificare le formule errate in modo da renderle esatte.

184. $\exists x\in Q|(x+3):3=\frac{1}{3}(x+3)$ $\qquad$ $\forall x\in Q|(x+3):3=x+1$

185. $\exists x\in Q|-4(2x-3)=(3-2x)\cdot4$ $\qquad$ $\forall x\in Q|6x-3=2(3x-1)$

186. Riscrivere le uguaglianze assegnate negli esercizi n. 169 e 170 completandole con i corretti quantificatori.

187. Riscrivere le uguaglianze assegnate negli esercizi n. 171 e 172 completandole con i corretti quantificatori.

188. Riscrivere le uguaglianze assegnate negli esercizi n. 173 e 174 completandole con i corretti quantificatori.

189. Riscrivere le uguaglianze assegnate nell'esercizio n. 175, completandole con i corretti quantificatori.

Equazioni e insiemi numerici

190. Esaminare le seguenti equazioni e dire quali sono impossibili nell'insieme Q dei razionali, motivando la scelta.

$2x=2x+1$ $\quad$ $2x=-2x+1$ $\quad$ $-3(x-2)=-3x+2$ $\quad$ $-3x=3(2-x)$

191. Esaminare le seguenti equazioni e dire quali sono impossibili nell'insieme Z degli interi, motivando la scelta.

$2x+1=0$ $\quad$ $2x+4=0$ $\quad$ $2(x+1)=2x$ $\quad$ $-3x=3(2+x)$

192. Esaminare le seguenti equazioni e dire quali sono impossibili nell'insieme N dei naturali, motivando la scelta.

$2x+1=0$ $\quad$ $2x+4=0$ $\quad$ $2x-4=0$ $\quad$ $-3x=3(2-x)$

193. Scrivere almeno tre equazioni impossibili nell'insieme Q dei razionali.

194. Scrivere almeno tre equazioni impossibili nell'insieme Z degli interi.

195. Scrivere almeno tre equazioni impossibili nell'insieme N dei naturali.

196. Scrivere le tabelle che descrivono l'addizione e la moltiplicazione fra i numeri della settimana e risolvere i seguenti quesiti:
a. risolvere in quell'insieme le seguenti equazioni:

$x+3=0$ $\quad$ $x+1=3$ $\quad$ $2x=0$ $\quad$ $3x=4$ $\quad$ $2x=1$

b. scrivere almeno tre equazioni impossibili in quell'insieme.

197. Scrivere le tabelle che descrivono l'addizione e la moltiplicazione fra i numeri dell'orologio e risolvere i seguenti quesiti:
a. considerare in quell'insieme le equazioni assegnate nell'esercizio 196 e dire se qualche equazione risulta impossibile, motivando la risposta;
b. determinare la soluzione delle equazioni risolubili;
c. scrivere almeno tre equazioni impossibili in quell'insieme.

198. Scrivere le tabelle che descrivono l'addizione e la moltiplicazione fra i resti della divisione per 6 e risolvere i seguenti quesiti:
a. considerare in quell'insieme le equazioni assegnate nell'esercizio 196 e dire se qualche equazione risulta impossibile, motivando la risposta;
b. determinare la soluzione delle equazioni risolubili;
c. scrivere almeno tre equazioni impossibili in quell'insieme.

199. Scrivere le tabelle che descrivono l'addizione e la moltiplicazione fra i resti della divisione per 5 e risolvere i seguenti quesiti:
a. considerare in quell'insieme le equazioni assegnate nell'esercizio 196 e dire se qualche equazione risulta impossibile, motivando la risposta;
b. determinare la soluzione delle equazioni risolubili;
c. scrivere almeno tre equazioni impossibili in quell'insieme.

Equazioni di 1° grado con coefficienti letterali

200. Basandosi sull'esempio delle prime tre righe, completare la tabella inserendo:
- nella colonna contrassegnata da «C I» il coefficiente dell'incognita;
- nella colonna contrassegnata da «T N» il termine noto;
- nella colonna contrassegnata da «Non risolubile» il valore della lettera che rende l'equazione non risolubile;
- nella colonna contrassegnata da «Soluzione» la soluzione dell'equazione letterale.

Equazione	C I	T N	Non risolubile	Soluzione
$2kx+k-3=0$ ossia $2kx=3-k$	$2k$	$3-k$	per $2k=0$ ossia per $k=0$ l'equazione è impossibile	$x=\dfrac{3-k}{2k}$
$\dfrac{x}{10m}+\dfrac{2x}{5m}=m$ ossia $\dfrac{1}{2m}x=m$	$\dfrac{1}{2m}$	m	per $2m=0$, ossia per $m=0$ non esiste $\dfrac{1}{2m}$	$x=2m^2$
$3ax-a=6x+5$ ossia $(3a-6)x=a+5$	$3a-6$	$a+5$	per $3a-6=0$ ossia per $a=3$ l'equazione è impossibile	$x=\dfrac{a+5}{3a-6}$
$ax-2a=3$ ossia				
$\dfrac{2x}{k}-\dfrac{4x}{3k}=5k$ ossia				
$2mx-3m=4x+7$ ossia				
	$4a$	$-a+2$		
	$-4b$	$\dfrac{3}{b}$		
	$2k-3$	$4k+5$		

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **201** al n. **211** considerare la lettera x come incognita e risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare il valore della lettera per cui l'equazione non è risolubile;
b. risolvere l'equazione.

201. $2ax-3=0$ $\quad\left[x=\dfrac{3}{2a}\right]$

202. $4bx-3b=7$ $\quad\left[x=\dfrac{7+3b}{4b}\right]$

203. $\dfrac{2}{3}mx+\dfrac{3}{2}m=\dfrac{7}{6}$ $\quad\left[x=\dfrac{7-9m}{4m}\right]$

204. $\dfrac{x}{4k}-\dfrac{3}{4}=\dfrac{3x}{2k}-2k$ $\quad\left[x=\dfrac{8k^2-3k}{5}\right]$

205. $\dfrac{3x}{5m}+\dfrac{7}{10}=m-\dfrac{2x}{5m}$ $\quad\left[x=\dfrac{10m^2-7m}{10}\right]$

206. $\dfrac{4x}{3a}-\dfrac{5}{6}=\dfrac{4}{3}a+\dfrac{3x}{2a}$ $\quad[x=-8a^2-5a]$

207. $2x-3=kx-k$ $\quad\left[x=\dfrac{3-k}{2-k}\right]$

208. $2ax+5=3a-7x$ $\quad\left[x=\dfrac{3a-5}{2a+7}\right]$

209. $mx-\dfrac{3}{2}=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{m}{2}$ $\quad\left[x=\dfrac{2m+6}{4m-3}\right]$

210. $m-\dfrac{3}{2}x=\dfrac{3}{4}+\dfrac{mx}{2}$ $\quad\left[x=\dfrac{4m-3}{6+2m}\right]$

211. $2mx+\dfrac{m}{3}=\dfrac{5}{3}+\dfrac{x}{3}$ $\quad\left[x=\dfrac{5-m}{6m-1}\right]$

Risolvere gli esercizi dal n. **212** al n. **217**, tenendo presente anche lo svolgimento del seguente esempio. Determinare il valore di m per cui ha la soluzione $x=2$ l'equazione:

$$3mx+1=4x-m$$

Si sostituisce il numero 2 a x e si ottiene:

$$6m+1=8-m \quad \text{ossia} \quad 7m=7$$

Si trova che l'ultima uguaglianza è vera solo se risulta:

$$m=1$$

Si conclude che l'equazione richiesta si ottiene considerando 1 al posto di m nell'equazione data; si tratta cioè dell'equazione:

$$3x+1=4x-1$$

212. Esaminare la seguente equazione:

$$12mx-2m=8x+5$$

Risolvere i seguenti quesiti, considerando come incognita la lettera x:
a. determinare il valore di m per cui l'equazione è impossibile;
b. risolvere l'equazione;
c. determinare il valore di m per cui l'equazione ha la soluzione $x=0$;
d. determinare il valore di m per cui l'equazione ha la soluzione $x=1$.

213. Ripetere l'esercizio 212 a partire dalla seguente equazione:

$$3mx-5=mx-m$$

214. Ripetere l'esercizio 212 a partire dalla seguente equazione:

$$2mx+\frac{2}{3}=mx-\frac{m}{3}$$

215. Ripetere l'esercizio 212 a partire dalla seguente equazione:

$$2mx-\frac{4}{5}=\frac{2m}{5}-3x$$

216. Ripetere l'esercizio 212 a partire dalla seguente equazione:

$$\frac{5}{6}x+\frac{3m}{2}=\frac{2mx}{3}-1$$

217. Ripetere l'esercizio 212 a partire dalla seguente equazione:

$$\frac{5}{6}mx-\frac{3}{2}=\frac{2}{3}x+m$$

218. Esaminare la seguente equazione:

$3pq-4=0$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. considerare come incognita la lettera q e stabilire in quale caso l'equazione è impossibile;
b. risolvere l'equazione rispetto alla lettera q;
c. considerare come incognita la lettera p e stabilire in quale caso l'equazione è impossibile;
d. risolvere l'equazione rispetto alla lettera p.

[(b) $q=\frac{4}{3p}$; (d) $p=\frac{4}{3q}$]

219. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$2pq+5=0$ [$q=\frac{-5}{2p}$; $p=\frac{-5}{2q}$]

220. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$pq+2=p$ [$q=\frac{p-2}{p}$; $p=\frac{-2}{q-1}$]

221. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$2pq-3=4q$ [$q=\frac{3}{2p-4}$; $p=\frac{4q+3}{2q}$]

222. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$2pq-p=4$ [$q=\frac{4+p}{2p}$; $p=\frac{4}{2q-1}$]

223. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$3pq+q=6$ [$q=\frac{6}{3p+1}$; $p=\frac{6-q}{3q}$]

224. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$4pq-p=2q$ [$q=\frac{p}{4p-2}$; $p=\frac{2q}{4q-1}$]

225. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$5pq=q+4p$ [$q=\frac{4p}{5p-1}$; $p=\frac{q}{5q-4}$]

Collegamento con il capitolo 6

Gli esercizi dal n. **226** al n. **247** richiedono anche di applicare varie nozioni di calcolo letterale esposte nel capitolo 6.

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **226** al n. **235**, considerare la lettera x come incognita e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare il valore della lettera per cui l'equazione non è risolubile;
b. risolvere l'equazione.

226. $2kx-3(k-1)=kx-2k$ [$x=\frac{k-3}{k}$]

227. $4mx-(m+2)x=(m-2)(x+1)$ [$x=\frac{m-2}{2m}$]

228. $(4+3a)x+4=a-(2a-4)x$ [$x=\frac{a-4}{5a}$]

229. $\frac{x+b}{b}-\frac{x-b}{2b}=2+\frac{x}{3b}$ [$x=3b$]

230. $\frac{x+h}{3h}-\frac{3-x}{h}=0$ [$x=\frac{9-h}{4}$]

231. $\frac{x-n}{3n}-\frac{x+n}{3n}=1-\frac{x}{2n}$ [$x=\frac{10}{3}n$]

232. $3kx-2(x+k)=(k+1)(x-1)$ [$x=\frac{k-1}{2k-3}$]

233. $(k+1)x+5(k-1)=9(k-1)-3(k+1)x$ [$x=\frac{k-1}{k+1}$]

234. $3(m+1)x-7m=3m+10-7(m+1)x$ [$x=1$]

235. $3x-(a+2)x=(1-a)x+2a$ [impossibile per $a\neq0$]

236. Esaminare la seguente equazione:

$3(1+m)x+3=m-(2m-3)x$

Risolvere i seguenti quesiti, considerando come incognita la lettera x:

a. determinare il valore della lettera per cui l'equazione è impossibile;
b. risolvere l'equazione;
c. determinare il valore della lettera per cui l'equazione ha la soluzione $x=0$;
d. determinare il valore della lettera per cui l'equazione ha la soluzione $x=-1$.

237. Ripetere l'esercizio 236 a partire dalla seguente equazione:

$(2+x)(m-1)+(m+1)(x-1)=2m-1$

238. Ripetere l'esercizio 236 a partire dalla seguente equazione:

$2(1+m)x=m(x-2)+2(x+2m-3)$

239. Ripetere l'esercizio 236 a partire dalla seguente equazione:

$(m+3)x+2(m-1)x=x+m+2$

240. Ripetere l'esercizio 236 a partire dalla seguente equazione:

$(m-2)x+(m+2)x+(m+2)^2=(m+2)(m-2)$

241. Ripetere l'esercizio 236 a partire dalla seguente equazione:

$(2m-1)x+(2m+1)x+(2m+1)^2=(2m+1)(2m-1)$

242. Esaminare la seguente equazione:

$pq+q(2p-1)+q-4=0$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. considerare come incognita la lettera q e stabilire in quale caso l'equazione è impossibile;
b. risolvere l'equazione rispetto alla lettera q;
c. considerare come incognita la lettera p e stabilire in quale caso l'equazione è impossibile;
d. risolvere l'equazione rispetto alla lettera p. [(b) $q=\frac{4}{3p}$; (d) $p=\frac{4}{3q}$]

243. Ripetere l'esercizio 242 a partire dalla seguente equazione:

$3pq+q(2p-3)=5-3q$ $\left[\, q=\frac{1}{p}\, ;\; p=\frac{1}{q}\,\right]$

244. Ripetere l'esercizio 242 a partire dalla seguente equazione:

$p\left(q-\frac{1}{2}\right)+q\left(p+\frac{1}{2}\right)=p+q+1$ $\left[\, q=\frac{3p+2}{4p-1}\, ;\; p=\frac{q+2}{4q-3}\,\right]$

245. Ripetere l'esercizio 242 a partire dalla seguente equazione:

$\frac{2}{3}p(q+3)-\frac{4}{3}q(6-p)=4q-2p+8$ $\left[\, q=\frac{4-2p}{p-6}\, ;\; p=\frac{4+6q}{q+2}\,\right]$

246. Ripetere l'esercizio 242 a partire dalla seguente equazione:

$(p-3)(4-2q)-(p+3)(4+2q)=4p(1+q)$ $\left[\, q=\frac{-p-6}{2p}\, ;\; p=\frac{-6}{2q+1}\,\right]$

247. Ripetere l'esercizio 242 a partire dalla seguente equazione:

$(2p+1)(2q-1)-3q(4-p)=(2-p)(2-q)$ $\left[\, q=\frac{5}{6p-8}\, ;\; p=\frac{8q+5}{6q}\,\right]$

Problemi che conducono a risolvere equazioni di 1° grado con coefficienti letterali

Problemi di geometria piana

248. Un rettangolo ha area S ed un lato lungo b; calcolare la lunghezza c dell'altro lato. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$\left[\, c=\frac{S}{b}\,\right]$

249. Un parallelogramma ha area S ed un lato lungo b; calcolare l'altezza h relativa al lato. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$\left[\, h=\frac{S}{b}\,\right]$

250. Un parallelogramma ha area S e l'altezza relativa ad un lato lunga h; calcolare la lunghezza b di quel lato. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$\left[\, b=\frac{S}{h}\,\right]$

251. Un triangolo ha area S ed un lato lungo b; calcolare l'altezza h relativa al lato. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$\left[\, h=\frac{2S}{b}\,\right]$

252. Un triangolo ha area S e l'altezza relativa ad un lato lunga h; calcolare la lunghezza b di quel lato. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$\left[\, b=\frac{2S}{h}\,\right]$

253. Un triangolo ABC, rettangolo in A, ha i cateti lunghi b, c e l'ipotenusa lunga a; calcolare la lunghezza h dell'altezza relativa all'ipotenusa. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema a partire dal triangolo che ha i cateti lunghi 6 e 8 e l'ipotenusa lunga 10.

$\left[\, h=\frac{bc}{a}\,\right]$

254. Un trapezio ha area S e le due basi lunghe b e c; calcolare la lunghezza h dell'altezza del trapezio. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema nel caso in cui il trapezio ha le basi lunghe 6 e 8 e l'area 70.

$\left[\, h=\frac{2S}{b+c}\,\right]$

255. Un trapezio ha area S, una base lunga b e l'altezza lunga h; calcolare la lunghezza c dell'altra base del trapezio. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema nel caso in cui il trapezio ha una base lunga 6, l'altezza lunga 10 e l'area 80.

$\left[\, h=\frac{2S-hb}{h}\,\right]$

256. Un rombo ha area S ed una diagonale lunga b; calcolare la lunghezza c dell'altra diagonale. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$\left[\, c=\frac{2S}{b}\,\right]$

257. Un deltoide ha area S ed una diagonale lunga b; calcolare la lunghezza c dell'altra diagonale. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$\left[\, c=\frac{2S}{b}\,\right]$

258. È dato un segmento MN lungo b. Determinare su MN un punto P in modo che il quadrato costruito su MP e il triangolo equilatero costruito su PN abbiano lo stesso perimetro.

$\left[\, \mathrm{MP}=\frac{3b}{7}\,\right]$

259. È dato un segmento AB lungo p. Determinare sul prolungamento di AB dalla parte di B un punto C in modo che il quadrato costruito su BC e il triangolo equilatero costruito su AC abbiano lo stesso perimetro. $[\, \mathrm{BC}=3p\,]$

260. È dato un segmento MN lungo b. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare su MN un punto P in modo che, costruiti i due triangoli equilateri MPQ e PNR, la differenza fra il perimetro di MPQ e il perimetro di PNR sia uguale al doppio di MN;
b. spiegare perché è indeterminato il problema seguente: determinare la posizione di P in modo che la somma dei perimetri dei due triangoli equilateri MPQ e PNR sia uguale al triplo di MN.

$\left[\, \text{(a) MP}=\frac{3+2b}{6}\,\right]$

261. È dato un segmento AB lungo p. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare su AB un punto C in modo che, costruiti i due quadrati di lato AC e CB, la differenza fra il perimetro del primo quadrato e il perimetro del secondo sia uguale al triplo di AB;
b. spiegare perché è impossibile il problema seguente: determinare la posizione di C in modo che la somma dei perimetri dei due quadrati sia uguale al doppio di AB.

$\left[\, \text{(a) AC}=\frac{7}{8}p\,\right]$

262. È dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo m e il lato BC lungo n. Determinare un punto P sul lato AD e un punto Q sul lato BC, in modo che BQ sia il doppio di AP e che valga S l'area del trapezio ABQP.

$\left[\, \mathrm{AP}=\frac{2S}{3m}\,\right]$

263. In un quadrato ABCD di lato b si conduce una retta parallela al lato AB, che divide il quadrato in due rettangoli. A quale distanza dal lato AB si deve tracciare la retta, se si vuole che uno dei rettangoli abbia area tripla dell'altro?

$\left[\, \frac{3}{4}b\,\right]$

Problemi di geometria analitica

264. L'insieme di tutte le rette di pendenza –2 ha equazione:

$y=-2x+q$

Determinare l'ascissa del punto in cui ogni retta incontra l'asse delle x.
Interpretare graficamente il risultato ottenuto.

$[x=\frac{q}{2}]$

265. L'insieme di tutte le rette di pendenza $\frac{1}{2}$ ha equazione:

$y=-\frac{1}{2}x+q$

Determinare l'ascissa del punto in cui ogni retta incontra l'asse delle x.
Interpretare graficamente il risultato ottenuto. $[x=2q]$

266. L'insieme di tutte le rette che passano per il punto A(0; –3) ha equazione:

$y=mx-3$

Determinare l'ascissa del punto in cui ogni retta incontra l'asse delle x.
Interpretare graficamente il risultato ottenuto.

$[x=\frac{3}{m}]$

267. L'insieme di tutte le rette che passano per il punto A $\left(0; -\frac{1}{3}\right)$ ha equazione:

$y=mx-\frac{1}{3}$

Determinare l'ascissa del punto in cui ogni retta incontra l'asse delle x.
Interpretare graficamente il risultato ottenuto.

$[x=\frac{1}{3m}]$

Problemi di fisica

268. L'intensità I della corrente che attraversa un filo conduttore di resistenza R varia al variare della tensione V ai capi del filo secondo la legge di Ohm, che è la seguente:

$V=RI$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di V e R, ricavare I;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

269. Dopo aver risolto il problema 268, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di V e I, ricavare R;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

270. Il movimento di un corpo che procede con accelerazione costante è regolato dalla legge:

$v=at+q$

dove si indica:
- con v la velocità del corpo;
- con t il tempo che trascorre;
- con a l'accelerazione;
- con q la velocità iniziale del corpo.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di v, q, a, ricavare t;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

271. Dopo aver risolto il problema 270, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di v, q, t, ricavare a;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

272. Dopo aver risolto il problema 270, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di v, a, t, ricavare q;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

273. Una sottile sbarretta, che inizialmente si trova alla temperatura di 0°, viene riscaldata e perciò si allunga; in tal caso la lunghezza della sbarretta varia secondo la legge della dilatazione termica lineare, che è la seguente:

$L'=L(1+\alpha T)$

dove si indica:
- con L' la lunghezza della sbarretta alla temperatura T;
- con L la lunghezza della sbarretta alla temperatura di 0°;
- con T la temperatura a cui viene portata la sbarretta;
- con α un coefficiente collegato alla scelta del materiale.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di L', L, α, ricavare T;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

274. Dopo aver risolto il problema 273, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di L', α, T, ricavare L;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

275. Dopo aver risolto il problema 273, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di L', L, T, ricavare α;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

276. Un aereo con i serbatoi che contengono C litri di carburante potrà volare un numero m di minuti dati dalla seguente legge:

$C=d+mv+a$

dove si indica:
- con d il numero di litri consumati per il decollo;
- con a il numero di litri consumati per l'atterraggio;
- con v il numero di litri necessari per 1 minuto di volo.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di C, d, a, v, ricavare m;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

277. Dopo aver risolto il problema 276, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di C, d, a, m, ricavare v;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

278. Dopo aver risolto il problema 276, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di C, d, v, m, ricavare a;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

279. Dopo aver risolto il problema 275, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissato il valore di C, a, v, m, ricavare d;
b. specificare in quale caso il problema non è risolubile;
c. scrivere un problema che conduca a risolvere il quesito (a).

Risolvere sistemi di due equazioni in due incognite con il metodo di sostituzione

Negli esercizi dal n. **280** al n. **285** sono dati un sistema e tre coppie di numeri; fra le tre coppie scegliere quella che è soluzione del sistema, motivando la scelta.

280. $\begin{cases} y=0 \\ y=x-4 \end{cases}$ (0; 0) (4; 0) (0; 4)

281. $\begin{cases} x=0 \\ y=x+3 \end{cases}$ (0; 0) (3; 0) (0; 3)

282. $\begin{cases} y=2 \\ y=2x-4 \end{cases}$ (2; 0) (0; 2) (0; 0)

283. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2x+2 \end{cases}$ (0; 0) (1; 0) (0; 1)

284. $\begin{cases} x=-2 \\ y=2x+1 \end{cases}$ (–2; –3) (–3; –2) (–2; –2)

285. $\begin{cases} y=x \\ y=3x-2 \end{cases}$ (1; 1) (–1; –1) (0; 1)

Risolvere con il metodo di sostituzione i sistemi dati negli esercizi dal n. **286** al n. **304**; verificare che la soluzione ottenuta è esatta.

286. $\begin{cases} y=x+5 \\ x=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2 \\ y=2x-4 \end{cases}$ [(–1; 4); (3; 2)]

287. $\begin{cases} 3x-4y+5=0 \\ x=1 \end{cases}$ $\begin{cases} y=0 \\ y=7x-14 \end{cases}$ [(1; 2); (2; 0)]

288. $\begin{cases} 3x=24 \\ 2x-y=11 \end{cases}$ $\begin{cases} x+4y=-1 \\ 5y=-5 \end{cases}$ [(8; 5); (3; –1)]

289. $\begin{cases} 4x+16=0 \\ 3x-2y=2 \end{cases}$ $\begin{cases} 8x-5y=58 \\ 3y+6=0 \end{cases}$ [(–4; –7); (6; –2)]

290. $\begin{cases} -2y-6=0 \\ x+y=4 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-y=3 \\ -4x+8=0 \end{cases}$ [(7; –3); (2; 1)]

291. $\begin{cases} y=2x \\ y=4x+8 \end{cases}$ $\begin{cases} y=-3x \\ y=-x+2 \end{cases}$ [(–4; –8); (–1; 3)]

292. $\begin{cases} y=2x \\ y=-3x \end{cases}$ $\begin{cases} y=4x \\ y=-5x \end{cases}$ [(0; 0); (0; 0)]

293. $\begin{cases} y=x-1 \\ y=5-x \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x-5 \\ y=3-2x \end{cases}$ [(3; 2); (2; –1)]

294. $\begin{cases} y=\frac{3}{2}x-2 \\ y=9-4x \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{2} \\ y=5x-7 \end{cases}$ [(2; 1); (2; 3)]

295. $\begin{cases} y=-2x+8 \\ x=\frac{1}{2}y-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=10-2y \\ y=3x-9 \end{cases}$ [(1; 6); (4; 3)]

296. $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \\ x=4y-4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=3y-5 \\ y=19-4x \end{cases}$ [$(-2; \frac{1}{2})$; (4; 2)]

297. $\begin{cases} 2x-8y=-8 \\ 3x-y=10 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=13 \\ x-2y=-2 \end{cases}$ [(4; 2); (8; 5)]

298. $\begin{cases} 5x+y=-4 \\ 3x+5y=24 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{2}{3}x-y=6 \\ 5x+y=11 \end{cases}$ [(–2; 6); (3; –4)]

299. $\begin{cases} 5x+y=-7 \\ 3x+\frac{7}{3}y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{3}{2}x-y=-\frac{1}{2} \\ 4x+3y=10 \end{cases}$ [(–2; 3); (1; 2)]

300. $\begin{cases} x+\frac{3}{2}y=-\frac{5}{2} \\ 6x+5y=-3 \end{cases}$ $\begin{cases} x+\frac{1}{3}y=3 \\ 5x-2y=4 \end{cases}$ [(2; –3); (2; 3)]

301. $\begin{cases} x-3y=1 \\ 0{,}75x-y=2 \end{cases}$ $\begin{cases} 7x-5y=3 \\ 0{,}5x+y=7 \end{cases}$ [(4; 1); (4; 5)]

302. $\begin{cases} x+0{,}6y=-1{,}4 \\ 0{,}6x-0{,}1y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} 0{,}5x-0{,}3y=-1 \\ -x+7y=34 \end{cases}$ [(1; –4); (1; 5)]

303. $\begin{cases} 0{,}25x-0{,}5y=-1 \\ 0{,}6x+y=-0{,}2 \end{cases}$ $\begin{cases} x-0{,}4y=0{,}8 \\ 1{,}5x+0{,}5y=4{,}5 \end{cases}$ [(–2; 1); (2; 3)]

304. $\begin{cases} x-1{,}5y=-0{,}5 \\ 0{,}5x+y=1{,}5 \end{cases}$ $\begin{cases} 0{,}6x+0{,}2y=1 \\ x-1{,}5y=3{,}5 \end{cases}$ [(1; 1); (2; –1)]

Risolvere sistemi di due equazioni in due incognite con la regola di Cramer

Esaminare i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **305** al n. **315** e risolvere i seguenti quesiti:
a. individuare i sistemi impossibili o indeterminati;
b. risolvere i sistemi risolubili con la regola di Cramer.

305. $\begin{cases} 3x+5y=24 \\ 2x-4y=-28 \end{cases}$ $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x-4y=-28 \end{cases}$ [(–2; 6); imp.]

306. $\begin{cases} 4x+10y=-2 \\ 2x+5y=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} 8x+3y=13 \\ 2x+5y=-1 \end{cases}$ [ind.; (2; –1)]

307. $\begin{cases} -2x+3y=4 \\ 7x-8y=-9 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 4x-6y=4 \end{cases}$ [(1; 2); ind.]

308. $\begin{cases} 3x-4y=-31 \\ 5x+6y=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 4x-6y=0 \end{cases}$ [(–5; 4); imp.]

309. $\begin{cases}3x-4y=3\\6x-8y=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}3x-4y=3\\2x-5y=-5\end{cases}$ $\qquad$ [imp.; (5; 3)]

310. $\begin{cases}4x+5y=7\\8x+10y=14\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}4x+5y=7\\7x+3y=-5\end{cases}$ $\qquad$ [ind.; (–2; 3)]

311. $\begin{cases}3x-4y=3\\2x-5y=-5\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}6x-8y=6\\-9x+12y=-9\end{cases}$ $\qquad$ [(5.; 3); ind.]

312. $\begin{cases}7x+2y=4\\14x+4y=4\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}7x+2y=4\\5x-4y=30\end{cases}$ $\qquad$ [imp.; (2; –5)]

313. $\begin{cases}3x+4y=8\\2x-3y=-23\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}3x+4y=8\\-9x-12y=-24\end{cases}$ $\qquad$ [(–4; 5); ind.]

314. $\begin{cases}-0{,}5x+0{,}3y=1\\5x-3y=10\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}4x+7y=8\\5x-3y=10\end{cases}$ $\qquad$ [imp.; (2; 0)]

315. $\begin{cases}3x+5y=15\\0{,}6x+y=3\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}3x+5y=15\\7x-2y=-6\end{cases}$ $\qquad$ [ind.; (0; 3)]

Esaminare i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **316** al n. **327** e risolvere i seguenti quesiti:

a. riscrivere ciascun sistema nella forma più adatta all'applicazione della regola di Cramer;
b. individuare i sistemi impossibili o indeterminati;
c. risolvere i sistemi risolubili con la regola di Cramer.

316. $\begin{cases}5y-4x+8=0\\10-5x-3y=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}40+8y-4x=0\\2y-x+5=0\end{cases}$ $\qquad$ [(2; 0); imp.]

317. $\begin{cases}3y-7x+9=0\\6+2y+3x=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}2y-x+5=0\\30+8y-4x=0\end{cases}$ $\qquad$ [(0; –3); imp.]

318. $\begin{cases}3+y-2x=0\\3y-6x+9=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}1+5x-6y=0\\9y-10x=0\end{cases}$ $\qquad$ [ind.; $(\frac{3}{5};\frac{2}{3})$]

319. $\begin{cases}1+y-2x=0\\9+3y-6x=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}3-5y-6x=0\\5-9x-7y=0\end{cases}$ $\qquad$ [imp.; $(\frac{4}{3}; -1)$]

320. $\begin{cases}3-3y-\frac{1}{2}x=0\\4y+\frac{1}{6}x-3=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}y+x-2=0\\4-2x-2y=0\end{cases}$ $\qquad$ [$(2; -\frac{2}{3})$; ind.]

321. $\begin{cases}\frac{1}{3}y-4x+1=0\\3-\frac{2}{3}y-2x=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}2-x-y=0\\1-3x-3y=0\end{cases}$ $\qquad$ [$(\frac{1}{2}; 3)$; imp.]

322. $\begin{cases}\frac{2}{3}x-1-y=0\\2x-3-3y=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}9y+8x=0\\\frac{1}{2}-2x-3y=0\end{cases}$ $\qquad$ [ind.; $(-\frac{3}{4};\frac{2}{3})$]

323. $\begin{cases}y-1-\frac{2}{3}x=0\\y-4-\frac{2}{3}x=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}\frac{3}{5}y-1-3x=0\\y-1-\frac{5}{3}x=0\end{cases}$ $\qquad$ [imp.; $(-\frac{1}{5};\frac{2}{3})$]

324. $\begin{cases}1{,}2y-0{,}6-x=0\\x-0{,}6-0{,}6y=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}1{,}2y+0{,}6x-1=0\\0{,}3x+0{,}6y-0{,}5=0\end{cases}$ $\qquad$ [(1,8; 2); ind.]

325. $\begin{cases}5{,}25y+1{,}75-x=0\\1{,}4y+3{,}5-0{,}4x=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}1{,}4y+1-0{,}4x=0\\0{,}7y-0{,}2x=0\end{cases}$ $\qquad$ [(22,75; 4); imp.]

326. $\begin{cases}x-1{,}9-0{,}6y=0\\3{,}8-2x+1{,}2y=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}2x-5-0{,}6y=0\\x-1{,}9-0{,}6y=0\end{cases}$ $\qquad$ [ind.; (3,1; 2)]

327. $\begin{cases}0{,}2y-0{,}3x+0{,}4=0\\y-1{,}5x=0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}0{,}2y-0{,}3x+0{,}4=0\\0{,}8y-0{,}4x-1=0\end{cases}$

[imp.; (3,25; 2,875)]

Collegamento con il capitolo 6

Risolvere con il metodo che si ritiene più opportuno i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **328** al n. **357**, dopo aver svolto i calcoli indicati, tenendo presenti anche le nozioni esposte nei paragrafi 1 e 2 di questo capitolo e nel capitolo 6.

328. $\begin{cases}3x+y-x=6-y\\4x-3y=2x+y\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}4x-y+5=y+x+1\\x-9=1-5y\end{cases}$ $\qquad$ [(2; 1); (0; 2)]

329. $\begin{cases}3x+2y+4=4+y\\6x-y-3=x+8y-3\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}4x-5y+2=x-14\\4x+y-2=3x-y\end{cases}$ $\qquad$ [(0; 0); (–2; 2)]

330. $\begin{cases}y-x-2=3x+y+2\\3x+y-2=2x-4y+2\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}3x+2y-1=x+y-3\\y-x+3=9x+1\end{cases}$ $\qquad$ [(–1; 1); (0; –2)]

331. $\begin{cases}5+x=y\\7x-y+17=3x+2y\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}6x-4=y-1\\3x+3y=8-2x+2y\end{cases}$ $\qquad$ [(–2; 3); (1; 3)]

332. $\begin{cases}x-3y=2x+1\\4x+3y=3x-5\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}x+y=4-y\\3x-5=7-6y\end{cases}$ $\qquad$ [imp.; ind.]

333. $\begin{cases}3x-7-4(x+3y)=-64\\12(2x+y)+4x+9=-15\end{cases}$ $\qquad$ [(–3; 5)]

334. $\begin{cases}2(2x+3y)=3(2x-3y)+10\\4x-3y=8(3y-x)+3\end{cases}$ $\qquad$ [$(\frac{5}{2}; 1)$]

335. $\begin{cases}2(x-3y)=5(4y+x+1)\\3(4x+7y)=2(3x-16y-5)\end{cases}$ $\qquad$ [$(-\frac{5}{3}; 0)$]

336. $\begin{cases}2(x-1)+10=3(y+1)\\3(x+1)=2(y-1)\end{cases}$ $\qquad$ [(–1; 1)]

337. $\begin{cases} 2(x+y)+11=3(x-y) \\ 3(x-y)=4(x+y)+13 \end{cases}$ [(1; –2)]

338. $\begin{cases} 4(2y-1)=3(3x+5) \\ 8(3+2y)=-6(7-3x) \end{cases}$ [impossibile]

339. $\begin{cases} 4(2y+1)=3(3x-5) \\ 12(1+2y)=-9(5-3x) \end{cases}$ [indeterminato]

340. $\begin{cases} 1{,}5(0{,}5x-0{,}5y)-0{,}25(x-y)=1{,}75 \\ 0{,}2(2x+y)-0{,}1(5x-2y)-1{,}45=0 \end{cases}$ [(9,5; 6)]

341. $\begin{cases} 0{,}2(x-3y)-0{,}5(4y+x)=0{,}75 \\ 0{,}4x+5{,}3y=-1 \end{cases}$ [(–2,5; 0)]

342. $\begin{cases} 0{,}4(x+2)=0{,}125(y-3) \\ 0{,}8(3x+2y)=1{,}5x+y \end{cases}$ [(–2; 3)]

343. $\begin{cases} x=\dfrac{y-4}{3}+1 \\ y+\dfrac{1}{3}=\dfrac{x+4}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x+\dfrac{y-3}{6}=0 \\ 3x+\dfrac{2}{3}y=2 \end{cases}$ [(0; 1); (0; 3)]

344. $\begin{cases} x=\dfrac{2x+y}{2} \\ y=\dfrac{3(x-1)}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x+y-3}{2}+x+5=0 \\ \dfrac{x-y-1}{3}+y=0 \end{cases}$ [(1; 0); (–3; 2)]

345. $\begin{cases} \dfrac{3x-y}{2}+\dfrac{x-4y}{5}=3 \\ 17x-13y=15 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{4x-5y}{6}+\dfrac{3x-2y}{8}=3 \\ \dfrac{25}{2}x-13y=36 \end{cases}$ [imp.; ind.]

346. $\begin{cases} \dfrac{5x-8}{4}+\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{19}{2} \\ \dfrac{x+y}{2}-\dfrac{2x+15}{9}=9 \end{cases}$ [(6; 18)]

347. $\begin{cases} \dfrac{2-2x}{5}+\dfrac{2y-1}{3}=1 \\ \dfrac{5-3y+x}{7}=x-y+1 \end{cases}$ [(1; 2)]

348. $\begin{cases} \dfrac{x+7y}{2}-\dfrac{5x-3y}{3}=8 \\ 2x-3y-\dfrac{x-6y}{3}=-6 \end{cases}$ [(–3; 1)]

349. $\begin{cases} x+\dfrac{2y-2x}{3}-\dfrac{2y}{5}=2 \\ \dfrac{3x+6}{4}+y-2+\dfrac{3x+3y}{7}=9 \end{cases}$ [(2; 5)]

350. $\begin{cases} \dfrac{3x+3y}{2}+x-y=4 \\ \dfrac{x-y}{2}-\dfrac{3x+3y}{14}=2 \end{cases}$ [(2; –2)]

351. $\begin{cases} x+y-1+\dfrac{3y}{2}+5=0 \\ 4y-2x+3-\dfrac{20y+2}{3}-1=0 \end{cases}$ [(6; –4)]

352. $\begin{cases} \dfrac{3}{2}x+y-x-\dfrac{3y}{5}=3 \\ \dfrac{3x+6}{4}+y-2+\dfrac{3x+3y}{7}=9 \end{cases}$ [(2; 5)]

353. $\begin{cases} 3x+y-1-\dfrac{4x-2y+2}{2}=-2 \\ x-6y+2-\dfrac{10(x+y)+5}{3}=5 \end{cases}$ [(2; –1)]

354. $\begin{cases} \dfrac{x+2}{3}+\dfrac{3x-2y}{5}=\dfrac{y+5}{2} \\ 2x+3y+\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{x-6}{5} \end{cases}$ [(1; –1)]

355. $\begin{cases} 2\left(5-\dfrac{x-y+1}{3}\right)-3(x-2y)=5 \\ \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2x-3y+15}{2}\right)+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3x-y}{4}+6\right)=7 \end{cases}$ [(3; 1)]

356. $\begin{cases} 3(x-y)-(x-y)=7 \\ \dfrac{2x+y}{5}-2\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{5}\right)+\dfrac{12}{5}=0 \end{cases}$ [impossibile]

357. $\begin{cases} \dfrac{1}{2}(3y-x)+\dfrac{1}{2}(3y+x)=2 \\ \dfrac{3}{4}(3y+x)+\dfrac{3}{4}(3y-x)=3 \end{cases}$ [indeterminato]

Risolvere sistemi di più equazioni in più incognite con il metodo di sostituzione

Negli esercizi dal n. **358** al n. **360** sono dati un sistema di tre equazioni in tre incognite e tre terne di numeri; fra le tre terne scegliere quella che è soluzione del sistema, motivando la scelta.

358. $\begin{cases} 3x+y-z+2=0 \\ 5y+3z+1=0 \\ 7x-1=2z \end{cases}$ (1; –2; 3) (3; 1; –2) (0; 0; 0)

359. $\begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x-y+z=3 \\ x+2y-z=2 \end{cases}$ (3; 2; 1) (1; 2; 3) (1; 0; 0)

360. $\begin{cases} 2x+2y-z=0 \\ x+y+z=3 \\ 3x-3y+2z=1 \end{cases}$ (0; 2; 0) (1; 0; 2) (0; 1; 2)

Negli esercizi dal n. **361** al n. **363** sono dati un sistema di quattro equazioni in quattro incognite e due quaterne di numeri; fra le due quaterne scegliere quella che è soluzione del sistema, motivando la scelta.

361. $\begin{cases} x+y+2z+3t=-1 \\ x+2z=4 \\ y-3t=1 \\ 2x+y+z-t=4 \end{cases}$ (2; –2; 1; –1) (–2; 2; –1; 1)

362. $\begin{cases} x+2y-z+3t=2 \\ 2x-y+3z+t=9 \\ x+3y+z-2t=10 \\ 3x+y+2z-t=11 \end{cases}$ (1; 2; 0; 0) (1; 2; 3; 0)

363. $\begin{cases} x=z+t \\ y=x-2t \\ x+y=2 \\ 3x+3y-3z=-1 \end{cases}$ (2; 0; 1; 1) (1; 2; 0; 0)

Risolvere con il metodo di sostituzione i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **364** al n. **388**; verificare che la soluzione ottenuta è esatta.

364. $\begin{cases} y-z=0 \\ x-z=1 \\ y+z=0 \end{cases}$ [(1; 0; 0)]

365. $\begin{cases} x-z=0 \\ y-z=1 \\ x+z=0 \end{cases}$ [(0; 1; 0)]

366. $\begin{cases} x-y+z=0 \\ x+y-z=2 \\ x+y+z=2 \end{cases}$ [(1; 1; 0)]

367. $\begin{cases} z=2x+y \\ y=2x+3z-14 \\ x+y+z=9 \end{cases}$ [(1; 3; 5)]

368. $\begin{cases} x-2y+3z=5 \\ 2x+y-2z=-9 \\ 21x-2y-z=-47 \end{cases}$ [ind.]

369. $\begin{cases} x+2y+3z=6 \\ 3x+2y+z=6 \\ y+2z=6 \end{cases}$ [imp.]

370. $\begin{cases} x+y+z=9 \\ x-y+z=1 \\ 3y-z=8 \end{cases}$ [(1; 4; 4)]

371. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x+y-z=2 \\ x-3y+2z=0 \end{cases}$ [(1; 1; 1)]

372. $\begin{cases} 2x+y+z=1 \\ 3x+y+2z=2 \\ 4x-y+3z=1 \end{cases}$ [(–1; 1; 2)]

373. $\begin{cases} 2x+y-z=0 \\ x-y+2z=7 \\ 3x+2y-2z=-1 \end{cases}$ [(1; 2; 4)]

374. $\begin{cases} x+2y-3z=-4 \\ 2x-3y+z=-1 \\ 3x-y-2z=-5 \end{cases}$ [ind.]

375. $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+y-z=6 \\ x-y+2z=-5 \end{cases}$ [(1; 2; –2)]

376. $\begin{cases} x-y+z=-1 \\ x+2y-z=8 \\ 3x-y+2z=3 \end{cases}$ [(2; 3; 0)]

377. $\begin{cases} 2x+y+z=1 \\ 4x-y+z=-5 \\ -x+y+2z=5 \end{cases}$ [(–1; 2; 1)]

378. $\begin{cases} 3x-y-z=8 \\ x+y=1 \\ 2y-z=-1 \end{cases}$ [(2; –1; –1)]

379. $\begin{cases} x+2y+z=3 \\ -2x+y-2z=-1 \\ y+z=4 \end{cases}$ [(–2; 1; 3)]

380. $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=1 \\ y-t=0 \\ x-y+z+t=0 \end{cases}$ [(0; 1; 0; 1)]

381. $\begin{cases} x+y=1 \\ t+2z=-2 \\ x+z-t=0 \\ x+y+z+t=0 \end{cases}$ [(1; 0; –1; 0)]

382. $\begin{cases} x+y=0 \\ 2z+t=-3 \\ z-3t=2 \\ x-y+z+t=0 \end{cases}$ [(1; –1; –1; –1)]

383. $\begin{cases} x-z=4 \\ t-z=2 \\ x+t=2 \\ x+y-z+t=4 \end{cases}$ [(2; 0; –2; 0)]

384. $\begin{cases} x+y=0 \\ z+t=0 \\ z-y=1 \\ x-y+z+t=2 \end{cases}$ [(1; –1; 0; 0)]

385. $\begin{cases} x+z=2 \\ y-t=1 \\ z+t=1 \\ x+y+z+t=1 \end{cases}$ [(0; 0; 2; –1)]

386. $\begin{cases} x-z=0 \\ y+t=-2 \\ y+z=0 \\ x-y+z-t=4 \end{cases}$ [(1; –1; 1; –1)]

387. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ y+z-t=1 \\ x+z-t=1 \\ x-y+t=1 \end{cases}$ [(1; 1; 1; 1)]

388. $\begin{cases} 2x+z=7 \\ y-t=2 \\ 2x-2z-3t=4 \\ x+2y+z+t=8 \end{cases}$ [(3; 2; 1; 0)]

Sistemi equivalenti

389. Scrivere almeno quattro sistemi che abbiano la soluzione (0; 0).

390. Scrivere almeno quattro sistemi che abbiano la soluzione (1; 0).

391. Scrivere almeno quattro sistemi che abbiano la soluzione (0; 1).

392. Scrivere almeno quattro sistemi che abbiano la soluzione (1; 1).

393. Scrivere almeno quattro sistemi che abbiano la soluzione (–1; 1).

394. Scrivere almeno quattro sistemi che abbiano la soluzione (1; –1).

395. Scrivere almeno quattro sistemi che abbiano la soluzione (0; –1).

396. Scrivere almeno quattro sistemi che abbiano la soluzione (–1; 0).

397. Scrivere almeno tre sistemi che abbiano la soluzione (0; 0; 1).

398. Scrivere almeno tre sistemi che abbiano la soluzione (1; 0; 0).

399. Scrivere almeno tre sistemi che abbiano la soluzione (0; 1; 0).

400. Scrivere almeno tre sistemi che abbiano la soluzione (1; 0; 1).

401. Scrivere almeno tre sistemi che abbiano la soluzione (1; 1; 0).

402. Scrivere almeno tre sistemi che abbiano la soluzione (0; 1; 1).

403. Scrivere almeno tre sistemi che abbiano la soluzione (1; 1; 1).

404. Scrivere almeno tre sistemi che abbiano la soluzione (–1; 1; –1).

405. Scrivere almeno tre sistemi che abbiano la soluzione (1; –1; 1).

406. Scrivere almeno due sistemi che abbiano la soluzione (0; 1; 0; 1).

407. Scrivere almeno due sistemi che abbiano la soluzione (1; 0; 1; 0).

408. Scrivere almeno due sistemi che abbiano la soluzione (1; 1; 0; 0).

409. Scrivere almeno due sistemi che abbiano la soluzione (0; 0; 1; 1).

410. Scrivere almeno due sistemi che abbiano la soluzione (1; 0; 0; 1).

411. Scrivere almeno due sistemi che abbiano la soluzione (1; 1; 1; 1).

412. Scrivere almeno tre sistemi di due equazioni in due incognite impossibili.

413. Scrivere almeno tre sistemi di due equazioni in due incognite indeterminati.

Risolvere con il metodo di addizione i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **414** al n. **431**.

414. $\begin{cases} x-y=-2 \\ x+y=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=3 \end{cases}$ [(1; 3); (1; –2)]

415. $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 4x-3y=11 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-2y=6 \\ 3x-2y=2 \end{cases}$ [(2; –1); (–4; –7)]

416. $\begin{cases} 4x+2y=14 \\ 3x+2y=13 \end{cases}$ $\begin{cases} 2y+3x=3 \\ 4y-3x=-12 \end{cases}$ [(1, 5); $(2; -\frac{3}{2})$]

417. $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 2x-y=7 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x+2y=20 \\ 2x+2y=14 \end{cases}$ [(2; –3); (2; 5)]

418. $\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 3x-3y=12 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x-2y=8 \\ 4x+2y=28 \end{cases}$ $\left[\,(3, -1);\ \left(\frac{9}{2};\ 5\right)\,\right]$

419. $\begin{cases} 4x+2y=6 \\ 12x-2y=10 \end{cases}$ $\begin{cases} 9x-3y=5 \\ 15x+3y=3 \end{cases}$ $\left[\,(1, 1);\ \left(\frac{1}{3};\ -\frac{2}{3}\right)\,\right]$

420. $\begin{cases} x+y+z=0 \\ 4x+2y+z=-1 \\ 9x+3y+z=0 \end{cases}$ $[\,(1;\ -4;\ 3)\,]$

421. $\begin{cases} 8x-6y+z=-1 \\ 6x-8y-z=-13 \\ x-3y+5z=22 \end{cases}$ $[\,(0;\ 1;\ 5)\,]$

422. $\begin{cases} 4x-y+5z=-4 \\ 3x+2y+3z=6 \\ 6x-y-3z=6 \end{cases}$ $[\,(1;\ 3;\ -1)\,]$

423. $\begin{cases} 2x-3y-2z=-1 \\ 4x+y-z=8 \\ 20x-9y+5z=36 \end{cases}$ $[\,(2;\ 1;\ 1)\,]$

424. $\begin{cases} x+3y-3z=2 \\ \frac{3}{2}x+\frac{3}{8}y+2z=\frac{4}{3} \\ 2x+3y-3z=\frac{5}{2} \end{cases}$ $\left[\,\left(\frac{1}{2};\ \frac{2}{3};\ \frac{1}{6}\right)\,\right]$

425. $\begin{cases} \frac{2}{5}x-\frac{1}{3}y+\frac{1}{15}z=\frac{1}{5} \\ \frac{2}{3}x+\frac{5}{6}y-\frac{1}{2}z=0 \\ \frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y-\frac{1}{6}z=-\frac{1}{10} \end{cases}$ $\left[\,\left(\frac{1}{2};\ \frac{1}{5};\ 1\right)\,\right]$

426. $\begin{cases} 2x+y-z+4t=1 \\ 2x-3y-z-5t=-16 \\ 3x-3y+2z-2t=-5 \\ x+y+z+t=5 \end{cases}$ $[\,(-1;\ 2;\ 3;\ 1)\,]$

427. $\begin{cases} 3x-2z+t=-3 \\ x+2y+3t=-7 \\ 4x+y-z=1 \\ y+3z+4t=-3 \end{cases}$ $[\,(1;\ -1;\ 2;\ -2)\,]$

428. $\begin{cases} 3x+2y-z+3t=4 \\ 2x-y+3z+t=9 \\ x+3y+z-2t=10 \\ 3x+y+2z-t=11 \end{cases}$ $[\,(1;\ 2;\ 3;\ 0)\,]$

429. $\begin{cases} 2x+y-z+4t=1 \\ 2x-3y-z-5t=-16 \\ 3x-3y+2z-2t=-5 \\ 4y+9t=17 \end{cases}$ [ind.]

430. $\begin{cases} 2x+y-z+4t=1 \\ 3x-3y+2z-2t=-5 \\ 2x-3y-z-5t=-16 \\ x-4y+3z-6t=2 \end{cases}$ [imp.]

431. $\begin{cases} x+y+z+t=1 \\ 3x+2y+z=1 \\ 27x+9y+3z+t=0 \\ 27x+6y+z=0 \end{cases}$ $\left[\,\left(\frac{1}{2};\ -\frac{13}{4};\ 6;\ -\frac{9}{4}\right)\,\right]$

Confrontare i metodi per risolvere un sistema

Esaminare i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **432** al n. **437** e risolvere i seguenti quesiti:

a. indicare il metodo più adatto per risolvere ciascun sistema, scegliendo fra il metodo di sostituzione, la regola di Cramer e il metodo di addizione;
b. risolvere il sistema con il metodo scelto;
c. risolvere il sistema con gli altri metodi e confrontare il numero di calcoli eseguiti nei vari casi.

432. $\begin{cases} 6y+9x=18 \\ 4y-3x=12 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=5 \end{cases}$ $[\,(0, 3);\ (3;\ -2)\,]$

433. $\begin{cases} y=2x-4 \\ x+3y=9 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x+2y=2 \\ 7x+14y=28 \end{cases}$ $\left[\,(3;\ 2);\ \left(-\frac{2}{3};\ \frac{7}{3}\right)\,\right]$

434. $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 2x+6y=8 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-3y=0 \\ \frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y=\frac{1}{6} \end{cases}$ $\left[\,(1;\ 1);\ \left(\frac{1}{2};\ \frac{1}{3}\right)\,\right]$

435. $\begin{cases} x=3-3y \\ 8y+3x=8 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 3x+2y=6 \end{cases}$ $[\,(0;\ 1);\ (4;\ -3)\,]$

436. $\begin{cases} 4x+3y=4 \\ y=3-3x \end{cases}$ $\begin{cases} x+2y=1 \\ x-2y=5 \end{cases}$ $[\,(1;\ 0);\ (3;\ -1)\,]$

437. $\begin{cases} y=2x-1 \\ 4x-2y=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x+6y=10 \end{cases}$ [imp.; ind.]

Problemi che conducono a risolvere sistemi di 1° grado

Problemi di geometria analitica

Determinare le coordinate del punto d'intersezione delle rette assegnate negli esercizi dal n. **438** al n. **447**; verificare i risultati ottenuti tracciando il grafico delle rette date.

438. $(r)\ y=\frac{4}{5}x-\frac{1}{5}$ $(s)\ y=0$ $\left[\,\left(\frac{1}{4};\ 0\right)\,\right]$

439. $(r)\ y=2x-5$ $(s)\ y=3$ $[\,(4;\ 3)\,]$

440. $(r)\ y=3x$ $(s)\ y=-\frac{1}{3}x$ $[\,(0;\ 0)\,]$

441. $(r)\ y=-2x$ $(s)\ y=-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}$ $[\,(-3;\ 6)\,]$

442. $(r)\ y=\frac{2}{3}x$ $(s)\ y=-x-5$ $[\,(-3;\ -2)\,]$

443. $(r)\ y=x+2$ $(s)\ y=\frac{1}{2}x+2$ $[\,(0;\ 2)\,]$

444. $(r)\ y=x-2$ $(s)\ y=\frac{1}{2}x-1$ $[\,(2;\ 0)\,]$

445. $(r)\ y=x-3$ $(s)\ y=-x+5$ $[\,(4;\ 1)\,]$

446. $(r)\ y=-2x+4$ $(s)\ y=3x+9$ $[\,(-1;\ 6)\,]$

447. $(r)\ y=-\frac{1}{2}x+1$ $(s)\ y=\frac{3}{2}x-1$ $\left[\,\left(1;\ \frac{1}{2}\right)\,\right]$

448. I lati di un triangolo ABC si trovano sulle rette che hanno le seguenti equazioni:

$y=-x+4$ $\quad$ $y=2x-2$ $\quad$ $y=-10x-14$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le coordinate dei vertici del triangolo;
b. determinare le coordinate dei punti D, E, F in cui l'asse delle x incontra i lati del triangolo;
c. completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

[A(2; 2); B(–1; 4); C(–2; 6)]

449. I lati di un triangolo ABC si trovano sulle rette di equazioni:

$y=x-2$ $\quad$ $y=-2x+4$ $\quad$ $y=10x+16$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le coordinate dei vertici del triangolo;
b. determinare le coordinate dei punti D, E, F in cui l'asse delle y incontra i lati del triangolo;
c. completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

[A(2; 0); B(–1; 6); C(–2; –4)]

450. I lati di un triangolo ABC si trovano sulle rette di equazioni:

$y=-\frac{1}{3}x$ $\quad$ $y=3x-10$ $\quad$ $y=x$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché le equazioni permettono di stabilire che il triangolo è rettangolo;
b. determinare le coordinate dei vertici del triangolo;
c. completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

[A(0; 0); B(3; –1); C(5; 5)]

451. Ripetere l'esercizio 450 a partire dalle rette che hanno le seguenti equazioni:

$y=\frac{1}{3}x+\frac{10}{3}$ $\quad$ $y=-3x$ $\quad$ $y=x$ $\quad$ [A(0; 0); B(–1; 3); C(5; 5)]

452. I lati di un quadrilatero ABCD si trovano sulle rette che hanno le seguenti equazioni:

$y=\frac{3}{2}x$ $\quad$ $y=\frac{3}{2}x-6$ $\quad$ $x=4$ $\quad$ $y=-\frac{1}{2}x$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché le equazioni delle rette permettono di stabilire che il quadrilatero è un trapezio;
b. calcolare le coordinate dei vertici del trapezio;
c. completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

[A(4; 0); B(4; 6); C(0; 0); D(3; –1,5)]

453. Ripetere l'esercizio 452 a partire dalle rette che hanno le seguenti equazioni:

$y=\frac{2}{3}x$ $\quad$ $y=\frac{2}{3}x+4$ $\quad$ $y=4$ $\quad$ $y=-2x$

[A(0; 4); B(6; 4); C(0; 0); D(–1,5; 3)]

454. I lati di un quadrilatero ABCD si trovano sulle rette di equazioni:

$y=2x$ $\quad$ $y=2x+6$ $\quad$ $y=-x$ $\quad$ $y=-x+6$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché le equazioni delle rette permettono di stabilire che il quadrilatero è un parallelogramma;
b. calcolare le coordinate dei vertici del parallelogramma;
c. completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

[A(0; 0); B(–2; 2); C(0; 6); D(2; 4)]

455. Ripetere l'esercizio 454 a partire dalle rette di equazioni:

$y=\frac{1}{2}x$ $\quad$ $y=\frac{1}{2}x-3$ $\quad$ $y=-x$ $\quad$ $y=-x+6$

[A(0; 0); B(2; –2); C(6; 0); D(4; 2)]

456. I lati di un quadrilatero ABCD si trovano sulle rette di equazioni:

$y=\frac{3}{2}x$ $\quad$ $y=\frac{3}{2}x-6$ $\quad$ $x=4$ $\quad$ $y=-\frac{2}{3}x$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché le equazioni delle rette permettono di stabilire che il quadrilatero è un trapezio rettangolo;
b. determinare le coordinate dei vertici del trapezio;
c. completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

[A(4; 0); B(4; 6); C(0; 0); D(2,4; –1,6)]

457. I lati di un quadrilatero ABCD si trovano sulle rette di equazioni:

$y=2x+5$ $\quad$ $y=2x$ $\quad$ $y=-\frac{1}{2}x$ $\quad$ $y=-\frac{1}{2}x+5$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché le equazioni delle rette permettono di stabilire che il quadrilatero è un rettangolo;
b. determinare le coordinate dei vertici del rettangolo;
c. completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

[A(0; 0); B(2; 4); C(0; 5); D(–2; 1)]

458. I lati di un quadrilatero ABCD si trovano sulle rette di equazioni:

$y=x$ $\quad$ $y=x+4$ $\quad$ $y=-x$ $\quad$ $y=-x+4$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché le equazioni delle rette permettono di stabilire che il quadrilatero è un rettangolo;
b. determinare le coordinate dei vertici del rettangolo;
c. determinare l'equazione e la lunghezza delle diagonali e spiegare come si può concludere che il rettangolo è un quadrato;
d. completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

[A(0; 0); B(2; 2); C(0; 4); D(–2; 2)]

459. Scrivere l'equazione della retta che passa per i punti:

A(1; 3) $\quad$ B(2; 5)

tenendo presente che:

I. l'equazione della retta deve essere del tipo $y=mx+q$;
II. la retta deve passare per A e perciò le coordinate di A debbono soddisfare l'equazione, cioè deve risultare:

$3=m\cdot 1+q$

III. la retta deve passare per B e perciò le coordinate di B debbono soddisfare l'equazione, cioè deve risultare:

$5=m\cdot 2+q$

IV. la retta deve passare per A e per B, cioè le condizioni (II), (III) debbono essere tutte e due soddisfatte, perciò i coefficienti m, q si ottengono risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} m+q=3 \\ 2m+q=5 \end{cases}$$

[$y=2x+1$]

Dopo aver svolto l'esercizio 459, scrivere l'equazione delle rette che passano per i punti assegnati negli esercizi dal n. **460** al n. **465**, completando lo svolgimento di ogni esercizio con un accurato grafico.

460. A(1; 1) B(2; −2) [$y=-3x+2$]

461. A(2; 4) B(4; 5) [$y=\frac{1}{2}x+3$]

462. A(−2; 7) B(−1; 4) [$y=-3x+1$]

463. A(1; 3) B(3; 4) [$y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$]

464. A(1; 4) B(4; 5) [$y=\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}$]

465. A(−7; 7) B(−5; 4) [$y=-\frac{3}{2}x-\frac{7}{2}$]

466. Dopo aver svolto l'esercizio 459, risolvere il seguente problema: è dato il triangolo che ha per vertici i punti:

A(4; 2) B(6; 4) C(2; 8)

determinare le equazioni dei lati e verificare che il triangolo è rettangolo.

[$y=-x+10$; $y=x-2$; $y=-2x+14$]

467. Dopo aver svolto l'esercizio 459, risolvere il seguente problema: è dato il triangolo che ha per vertici i punti:

A(2; 4) B(4; 6) C(8; 2)

determinare le equazioni dei lati e verificare che il triangolo è rettangolo.

[$y=-x+10$; $y=x+2$; $y=-\frac{1}{2}x+7$]

Problemi di geometria piana

Risolvere i problemi assegnati negli esercizi dal n. **468** al n. **487** percorrendo tappe analoghe a quelle seguite per risolvere i problemi che conducono ad equazioni di 1° grado, e cioè:

I. visualizzare il problema con opportuni disegni;
II. scegliere le incognite;
III. precisare le limitazioni delle incognite;
IV. tradurre il problema in un sistema che leghi i dati alle incognite;
V. risolvere il sistema;
VI. controllare che la soluzione ottenuta sia esatta.

468. Un rettangolo ha il perimetro lungo 30 ed una dimensione che è i $\frac{2}{3}$ dell'altra.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare le dimensioni del rettangolo;
b. calcolare l'area S del rettangolo;
c. indicare con x e y le dimensioni del rettangolo, rappresentare sul piano cartesiano le due equazioni e la soluzione del sistema.

[(b) $S=18$; (c) $y=-x+30$; $y=\frac{2}{3}x$]

469. Un rettangolo ha il perimetro lungo 30 ed una dimensione che è $\frac{1}{4}$ dell'altra.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare le dimensioni del rettangolo;
b. calcolare l'area S del rettangolo;
c. indicare con x e y le dimensioni del rettangolo, rappresentare sul piano cartesiano le due equazioni e la soluzione del sistema.

[(b) $S=100$; (c) $y=-x+30$; $y=\frac{1}{4}x$]

470. Spiegare perché è indeterminato il seguente problema, analogo a quelli proposti negli esercizi 468 e 469: calcolare le dimensioni di un rettangolo che ha il perimetro lungo 30.
Visualizzare le soluzioni del sistema sul piano cartesiano.

471. Un triangolo ha l'altezza relativa ad un lato che è i $\frac{3}{5}$ del lato e la somma del lato e della relativa altezza che vale 24.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare il lato e la corrispondente altezza del triangolo;
b. calcolare l'area S del triangolo;
c. cambia l'area del triangolo, se si lasciano inalterati i dati del problema, ma si modifica la forma del triangolo?

[(b) $S=67{,}5$]

472. In un rombo, la differenza delle diagonali vale 16 e addizionando $\frac{1}{3}$ della diagonale minore con i $\frac{3}{8}$ della diagonale maggiore si ottiene 40.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare le due diagonali del rombo;
b. calcolare l'area S del rombo.

[(b) $S=1536$]

473. Un trapezio isoscele ABCD ha gli angoli adiacenti alla base maggiore AB ampi 60°; si sa inoltre che:
- la somma dei lati obliqui con la base minore DC vale 96;
- la base minore DC è i $\frac{2}{3}$ del lato obliquo.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché la base maggiore è uguale alla somma della base minore con il lato obliquo;
b. determinare i lati del trapezio.

[(b) AD=CB=36; DC=24; AB=60]

474. Spiegare perché è indeterminato il seguente problema, analogo a quello proposto nell'esercizio 473.
Determinare i lati di un trapezio isoscele ABCD, sapendo soltanto che:
- la somma dei lati obliqui con la base minore DC vale 96;
- la base minore DC è i $\frac{2}{3}$ del lato obliquo.

475. Un trapezio ha l'altezza lunga 7, la base maggiore tripla della base minore e l'area che vale 98; determinare le basi del trapezio.

[7; 21]

476. Spiegare perché è indeterminato il seguente problema, analogo a quello proposto nell'esercizio 475.
Determinare le basi di un trapezio che ha l'altezza lunga 7 e l'area che vale 98.
Visualizzare le soluzioni del sistema sul piano cartesiano.

477. Un trapezio rettangolo ha il lato obliquo che forma con la base maggiore un angolo di 45°.
Si sa inoltre che:
- la somma delle basi è 40;
- la somma dei $\frac{5}{6}$ dell'altezza e dei $\frac{3}{4}$ della base maggiore vale 44.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare le basi e l'altezza del trapezio;
b. determinare l'area S del trapezio. [(b) S=480]

478. Determinare le basi b e b' e l'altezza h di un trapezio che ha:
- area 76;
- la differenza delle basi che è uguale al doppio dell'altezza;
- la somma delle basi che vale 38. [b=23; b'=15; h=4]

479. Spiegare perché è indeterminato il seguente problema, analogo a quello proposto nell'esercizio 478: determinare le basi e l'altezza di un trapezio, che ha:
- area 76;
- la somma delle basi che vale 38.

480. Determinare la base maggiore b, la base minore b' e l'altezza h di un trapezio che ha:
- l'area che vale 312;
- la somma delle basi che vale 52;
- l'altezza che si ottiene addizionando $\frac{1}{4}$ della base b a $\frac{1}{5}$ della base b'.

[b=32; b'=20; h=12]

481. Calcolare l'ampiezza degli angoli interni di un triangolo ABC, ricordando che la somma di tali angoli vale 180° e sapendo che:
- l'angolo $\hat{A}$ è i $\frac{4}{3}$ dell'angolo $\hat{B}$;
- l'angolo $\hat{C}$ supera di 30° l'angolo $\hat{B}$. [$\hat{A}$=60°; $\hat{B}$=45°; $\hat{C}$=75°]

482. Calcolare l'ampiezza degli angoli interni di un triangolo ABC, ricordando che la somma di tali angoli vale 180° e sapendo che:
- l'angolo $\hat{C}$ supera di 15° la metà dell'angolo $\hat{B}$;
- l'angolo $\hat{A}$ è i $\frac{5}{4}$ dell'angolo $\hat{B}$.

[$\hat{A}$=75°; $\hat{B}$=60°; $\hat{C}$=45°]

483. Calcolare l'ampiezza degli angoli interni di un triangolo ABC, ricordando che la somma di tali angoli vale 180° e sapendo che:
- l'angolo $\hat{C}$ supera di 30° la somma di $\hat{A}$ e $\hat{B}$;
- l'angolo $\hat{A}$ è i $\frac{3}{2}$ dell'angolo $\hat{B}$.

[$\hat{A}$=45°; $\hat{B}$=30; $\hat{C}$=105°]

484. Spiegare perché è indeterminato il seguente problema, analogo a quelli proposti negli esercizi 481–483: calcolare l'ampiezza degli angoli interni di un triangolo ABC, ricordando che la somma di tali angoli vale 180° e sapendo che $\hat{A}$ è i $\frac{3}{2}$ di $\hat{B}$.

485. Determinare gli angoli interni di un quadrilatero convesso ABCD, ricordando che la somma di tali angoli vale 360° e sapendo che:
- l'angolo $\hat{B}$ è doppio dell'angolo $\hat{A}$;
- l'angolo $\hat{D}$ è triplo dell'angolo $\hat{C}$;
  la somma degli angoli $\hat{A}$ e $\hat{B}$ vale 240°. [$\hat{A}$=80°; $\hat{B}$=160°; $\hat{C}$=30°; $\hat{D}$=90°]

486. Determinare gli angoli interni di un quadrilatero convesso ABCD, ricordando che la somma di tali angoli vale 360° e sapendo che:
- $\hat{B}$ è la somma dei $\frac{3}{4}$ di $\hat{C}$ con i $\frac{2}{3}$ dell'angolo $\hat{D}$;
- la somma degli angoli $\hat{B}$ e $\hat{C}$ vale 180°;
- $\hat{B}$ è i $\frac{5}{4}$ di $\hat{C}$. [$\hat{A}$=120°; $\hat{B}$=100°; $\hat{C}$=80°; $\hat{D}$=60°]

487. È dato un quadrilatero convesso ABCD che presenta le seguenti caratteristiche:
- è inscritto in un cerchio;
- i prolungamenti dei lati AD e BC s'incontrano in un punto M formando un angolo di 43°;
- i prolungamenti dei lati AB e DC s'incontrano in un punto N formando un angolo di 21°.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché la somma di due angoli opposti del quadrilatero vale 180°;
b. determinare l'ampiezza di tutti gli angoli interni del quadrilatero.

[(b) $\hat{A}$=58°; $\hat{B}$=79°; $\hat{C}$=122°; $\hat{D}$=101°]

Problemi di aritmetica

488. Scrivere la frazione equivalente a 5, sapendo che la somma di numeratore e denominatore vale 72.

[$\frac{60}{12}$]

489. Scrivere la frazione equivalente a 3, sapendo che la differenza fra il numeratore ed il denominatore vale 4.

[$\frac{6}{2}$]

490. Scrivere la frazione equivalente a $\frac{1}{7}$, sapendo che la differenza fra il denominatore ed il numeratore vale 18.

[$\frac{3}{21}$]

491. Scrivere a frazione equivalente a $\frac{9}{7}$, sapendo che la somma di numeratore e denominatore vale 32.

[$\frac{18}{14}$]

492. Determinare una frazione sapendo che:
- la frazione diventa equivalente a 1 se si aumenta il numeratore di 1 e, contemporaneamente, si diminuisce il denominatore di 1;
- la frazione diventa equivalente a 4 se al numeratore si aggiunge il denominatore e al denominatore si sottrae il numeratore.

[$\frac{3}{5}$]

493. Determinare una frazione sapendo che:
- la frazione diventa equivalente a $\frac{3}{4}$ se si aumenta il numeratore e il denominatore di 1;
- la frazione diventa equivalente a $\frac{2}{3}$ se si diminuisce il numeratore e il denominatore di 1.

[$\frac{5}{7}$]

494. Determinare una frazione sapendo che:
- la frazione diventa equivalente a 5 se si aggiunge 5 al numeratore e si sottrae 3 al denominatore;
- la frazione diventa equivalente a 1 se si aggiunge 3 al denominatore e si sottrae 5 al numeratore.

[$\frac{15}{7}$]

495. Determinare un numero di due cifre sapendo che:
- la somma delle cifre è 8;
- dividendo il numero per la cifra delle unità si ottiene come quoziente 4 e come resto 2. [26]

496. Determinare un numero di tre cifre sapendo che:
- la somma delle cifre è 11;
- la cifra delle unità è doppia di quella delle decine;
- scambiando la cifra delle decine con quella delle centinaia si ottiene un altro numero che supera il numero dato di 90. [236]

Problemi di fisica

497. Due treni partono da due città (A e B) e percorrono nello stesso verso due binari rettilinei.
Si sa che:
- il treno 1, che parte da A, viaggia alla velocità di 300 km/h;
- il treno 2, che parte da B, viaggia alla velocità 250 km/h;
- la distanza fra le due città è di 100 km.

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il treno 1 si allontana da A seguendo la legge:

$s=300t$

e il treno 2 si allontana da A seguendo la legge:

$s=100+250t$

b. determinare dove e quando s'incontrano i due treni;
c. visualizzare il problema sul piano cartesiano.

[(b) i treni s'incontrano dopo 2 ore, a 600 km da A]

498. Due treni partono da due città (A e B) e percorrono in verso opposto due binari rettilinei.
Si sa che:
- il treno 1, che parte da A, viaggia alla velocità di 300 km/h;
- il treno 2, che parte da B, viaggia alla velocità 250 km/h;
- la distanza fra le due città è di 275 km.

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il treno 1 si allontana da A seguendo la legge:

$s=300t$

mentre il treno 2 si avvicina a A seguendo la legge:

$s=275-250t$

b. determinare dove e quando s'incontrano i due treni;
c. visualizzare il problema sul piano cartesiano.

[(b) i treni s'incontrano dopo mezz'ora, a 150 km da A]

499. Due sassi A e B vengono lanciati contemporaneamente nelle vicinanze della Terra e si sa che:
- il sasso A viene lanciato verso il basso con una velocità iniziale di 10 m/s;
- il sasso B viene lanciato verso l'alto con una velocità iniziale di 29,6 m/s;

Rispondere ai seguenti quesiti:

a. spiegare perché la velocità v del sasso A aumenta seguendo la legge:

$v=9{,}8t+10$

mentre la velocità v del sasso B diminuisce seguendo la legge:

$v=-9{,}8t+29{,}6$

b. calcolare dopo quanto tempo i due sassi raggiungono la stessa velocità;
c. visualizzare il problema sul piano cartesiano.

[(b) dopo 1 secondo]

500. Un autocarro che pesa 4000 kg è fermo su un viadotto AB lungo 800 metri, a 160 metri da uno dei due pilastri; risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché lo sforzo x sostenuto dal pilastro A e lo sforzo y sostenuto dal pilastro B si ottengono risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} x+y=4000 \\ 800x=160\cdot 4000 \end{cases}$$

b. determinare gli sforzi sostenuti dai due pilastri.

[(b) $x=800$; $y=3200$]

501. Un trapezio da circo è formato da una sbarra AB lunga 1,2 metri, sostenuta da due funi agganciate in alto; un acrobata del peso di 75 kg si sospende nel punto H distante 80 cm dall'estremo A. Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché lo sforzo x sostenuto dalla fune agganciata in A e lo sforzo y sostenuto dalla fune agganciata in B si ottengono risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} x+y=75 \\ 1{,}2x=0{,}4\cdot 75 \end{cases}$$

b. determinare gli sforzi sostenuti dalle due funi.

[(b) $x=25$; $y=50$]

502. Il rombo di un cannone, propagandosi nello stesso verso in cui soffia il vento, percorre in 1 secondo 344,64 metri; propagandosi nel verso opposto a quello in cui soffia il vento, percorre invece 336,12 metri. Indicata con x la velocità del suono e con y quella del vento, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché x e y si trovano risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} 344{,}64=x+y \\ 336{,}12=x-y \end{cases}$$

b. determinare la velocità del suono e del vento.

[(b) $x=340{,}38$; $y=4{,}26$]

503. Una nave percorre in un'ora 30 km quando il vento è favorevole e solo 18 quando il vento è contrario. In un giorno di vento variabile, la nave percorre 240 km in 10 ore. Per quante ore il vento è stato favorevole e per quante contrario?

[5 favorevole e 5 contrario]

Problemi di economia

504. Tenendo presenti le considerazioni svolte nella scheda «I sistemi di 1° grado nell'economia» (p. 414), determinare il prezzo di equilibrio di un televisore, tenendo presenti i seguenti dati, risultato di un'indagine di mercato:

Prezzo (in milioni)	Domanda (in migliaia)	Offerta (in migliaia)
1,5	2,4	2,6
1,7	2	3

[p=1,450]

505. Riprendere le nozioni sulle interdipendenze settoriali esposte nella scheda «I sistemi di 1° grado nell'economia» ed esaminare i dati della seguente tabella, che descrive l'economia di un paese:

	Agricoltura	Industria	Servizi	Lavoro
Agricoltura	0,25	0,125	0,25	2
Industria	0,5	0,25	0,5	4
Servizi				4

La tabella si legge così: per produrre una quantità unitaria (per esempio 1 tonnellata) di prodotto agricolo, occorrono:
- 0,25 della produzione agricola;
- 0,125 della produzione industriale;
- 0,25 di servizi;
- 2 giornate di lavoro.

Utilizzare la tabella per stabilire i prezzi nella più semplice economia pianificata, prevedendo cioè che:
- in ogni settore i ricavi eguaglino le spese;
- le giornate di lavoro siano retribuite a tutti con lo stesso salario.

In particolare, indicare:
- con x il prezzo unitario dei prodotti agricoli;
- con y il prezzo unitario dei prodotti industriali;
- con z il prezzo unitario dei servizi;
- con w il salario di una giornata di lavoro.

Spiegare perché il problema è indeterminato.

506. Dopo aver svolto il problema 505, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissare il salario w=50 dollari e determinare i prezzi x, y, z;
b. di quanto aumentano i prezzi se il salario passa da 50 a 60 dollari?

[(a) x=300; y=600; z=200]

507. Dopo aver svolto il problema 505, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissare il prezzo x=150 dollari e determinare i prezzi y, z ed il salario w;
b. di quanto aumentano i prezzi se il prezzo x passa da 150 a 160 dollari?

[(a) y=300; z=100; w=25]

508. Dopo aver svolto il problema 505, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissare il prezzo y=900 dollari e determinare i prezzi x, z ed il salario w;
b. di quanto aumentano i prezzi se il prezzo y passa da 900 a 910 dollari?

[(a) x=450; z=300; w=75]

509. Dopo aver svolto il problema 505, risolvere i seguenti quesiti:
a. fissare il prezzo z=160 dollari e determinare i prezzi x, y ed il salario w;
b. di quanto aumentano i prezzi se il prezzo z passa da 160 a 170 dollari?

[(a) x=240; y=480; w=40]

Problemi vari

510. È stata prescritta una dieta che deve dare ogni giorno 2000 calorie e 90 grammi di proteine; 100 grammi di carne danno 220 calorie e 20 grammi di proteine, mentre 100 grammi di pasta condita danno 600 calorie e 12 grammi di proteine; quanti grammi di pasta e quanti di carne si debbono mangiare?

[circa 200 g di pasta e 300 g di carne]

511. Dopo aver svolto l'esercizio 510, tenere presente che una dieta equilibrata deve prevedere l'apporto di molte altre sostanze; per esempio, si può provare a prevedere anche l'apporto giornaliero di almeno 1 g di calcio. Descrivere come cambia la dieta se vi si aggiunge il latte, sapendo che 100 g di latte contengono circa 0,1 g di calcio e forniscono circa 3,5 g di proteine e 70 calorie, mentre il calcio è presente in quantità trascurabili nella pasta e nella carne.

[1 kg di latte, 180 g di carne e 150 g di pasta]

512. Una soluzione A contiene lo 0,2% di acido e un'altra soluzione B contiene lo 0,35% dello stesso acido; si debbono preparare 15 grammi di una soluzione contenente lo 0,25% di acido. Quanti grammi di ciascuna soluzione occorre mescolare? [10 g di A, 5 g di B]

513. È data l'equazione di 1° grado:

$$mx-n=nx+2$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. stabilire in quale caso l'equazione è indeterminata;
b. stabilire in quali casi l'equazione è impossibile;
c. stabilire in quali casi l'equazione ha soluzione x=0.

[(a) m=–2; n=–2 (b) m=n; n≠–2 (c) n=–2; m≠n]

514. È data l'equazione di 1° grado:

$$ax-3b=2bx-3$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. stabilire in quale caso l'equazione è indeterminata;
b. stabilire in quali casi l'equazione è impossibile;
c. stabilire in quali casi l'equazione ha soluzione x=0.

[(a) a=2; b=1 (b) a=2b; b≠1 (c) b=1; a≠2b]

515. È data l'equazione di 1° grado:

$$2hx+4k=3kx+8$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. stabilire in quale caso l'equazione è indeterminata;
b. stabilire in quali casi l'equazione è impossibile;
c. stabilire in quali casi l'equazione ha soluzione x=0.

[(a) k=2, h=3; (b) 2h=3k, k≠2; (c) k=2, 2h≠3k]

Problemi antichi

516. *Problema tratto da un testo cinese del II secolo a.C.*
Ci sono stati tre raccolti: uno buono, uno mediocre ed uno cattivo. Due covoni di buon raccolto danno una giara di grano più la quantità di grano prodotta da un covone di raccolto mediocre. Tre covoni di raccolto mediocre danno una giara più la quantità prodotta da un covone di cattivo raccolto. Infine quattro covoni di cattivo raccolto danno una giara più la quantità prodotta da un covone di buon raccolto. Qual è la quantità di grano prodotta da un covone di ciascun raccolto?

[$\frac{17}{23}$ buono; $\frac{11}{23}$ mediocre; $\frac{10}{23}$ cattivo]

517. *Problema posto dal matematico greco Diofanto (III secolo d.C.)*
Trovare quattro numeri interi, tali che, addizionandone tre in tutti i modi possibili, si ottengano i numeri 22, 24, 27, 20. [4; 7; 9; 11]

518. *Problema tratto da un'antologia greca del VI secolo d.C.*
Una corona d'oro, rame, stagno e ferro pesa 60 mine. L'oro e il rame insieme ne pesano i $\frac{2}{3}$, l'oro e lo stagno insieme i $\frac{3}{4}$, l'oro e il ferro insieme i $\frac{3}{5}$; trovare i pesi di oro, rame, stagno e ferro. [30,5; 9,5; 14,5; 5,5]

519. *Problema tratto da un testo europeo del XV secolo*
Due mercanti di vino entrano a Parigi, uno con 64 botti di vino e l'altro con 20 botti. Poiché non hanno abbastanza denaro per pagare i diritti doganali, il primo paga 5 botti di vino e 40 franchi, mentre il secondo paga 2 botti di vino e riceve 40 franchi di resto. Qual è il prezzo di una botte di vino ed il diritto doganale su ogni botte? [prezzo=110; diritto=10]

Sistemi di 1° grado con coefficienti letterali

Un sistema con i coefficienti letterali si può esaminare basandosi sul procedimento mostrato nel seguente esempio, in cui si considera il sistema:

$$\begin{cases} kx-y=k \\ x-y=2 \end{cases}$$

- Basandosi sulla regola di Cramer si calcola il determinante dei coefficienti e si ottiene:

$$\begin{vmatrix} k & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -k+1$$

- Si ricorda che il sistema non è risolubile se vale 0 il determinante dei coefficienti e perciò si trova che:

  il sistema non è risolubile se risulta $-k+1=0$, cioè $k=1$

- Si calcolano gli altri due determinanti necessari per calcolare la soluzione del sistema, e cioè:

$$\begin{vmatrix} k & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -k+2 \qquad \begin{vmatrix} k & k \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2k-k=k$$

- Si conclude che, per qualunque valore di $k\neq1$, la soluzione del sistema è:

$$x=\frac{2-k}{1-k} \qquad y=\frac{k}{1-k}$$

Esaminare i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **520** al n. **533**, risolvendo i seguenti quesiti:
a. determinare il valore della lettera per cui il sistema non è risolubile;
b. calcolare la soluzione del sistema.

520. $\begin{cases} kx-y=k \\ x-y=0 \end{cases}$ [(b) $(\frac{k}{k-1};\frac{k}{k-1})$]

521. $\begin{cases} x+y=k \\ 2x+y=2k \end{cases}$ [(b) $(k;0)$]

522. $\begin{cases} x+y=h \\ x-y=h-2 \end{cases}$ [(b) $(h-1;1)$]

523. $\begin{cases} x+y=2m \\ x-y=2 \end{cases}$ [(b) $(m+1;m-1)$]

524. $\begin{cases} x+ky=3k \\ 2x-3ky=k \end{cases}$ [(b) $(2k;1)$]

525. $\begin{cases} x+by=2b \\ x+2by=3b \end{cases}$ [(b) $(b;1)$]

526. $\begin{cases} x+y=m+1 \\ 3x+y=3m-3 \end{cases}$ [(b) $(m-2;3)$]

527. $\begin{cases} x-ay=a \\ 2x+ay=5a \end{cases}$ [(b) $(2a;1)$]

528. $\begin{cases} kx-y=1 \\ k^2x-(k+1)y=1 \end{cases}$ [(b) $(1;k-1)$]

529. $\begin{cases} (b+1)x-(b-1)y=4b \\ x+y=2b \end{cases}$ [(b) $(b+1;b-1)$]

530. $\begin{cases} (a+1)x-y=2a \\ (a-1)x+y=2a^2 \end{cases}$ [(b) $(a+1;a^2+1)$]

531. $\begin{cases} (1+b)x-y=2b \\ (1-b)x+y=2 \end{cases}$ [(b) $(b+1;b^2+1)$]

532. $\begin{cases} (1-k)x-ky=1-2k \\ kx+(k+1)y=2k \end{cases}$ [(b) $(1-k;k)$]

533. $\begin{cases} (m-1)x-my=2m \\ x+my=0 \end{cases}$ [(b) $(2;-\frac{2}{m})$]

Problemi che conducono a risolvere sistemi di 1° grado con coefficienti letterali

Problemi di geometria analitica

534. L'insieme di tutte le rette che passano per O ha equazione:

$y=mx$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare le coordinate del punto in cui ciascuna retta incontra la retta d'equazione:

   $y=x+2$

b. determinare il valore di m per cui il problema non è risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore numerico a piacere a m;
d. visualizzare graficamente i risultati ottenuti.

[(a) $(\frac{2}{m-1};\frac{2m}{m-1})$]

535. L'insieme di tutte le rette che passano per O ha equazione:

$y=mx$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare le coordinate del punto in cui ciascuna retta incontra la retta d'equazione:

   $y=2$

b. determinare il valore di m per cui il problema non è risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore numerico a piacere a m;
d. visualizzare graficamente i risultati ottenuti.

[(a) $(\frac{2}{m};2)$]

536. L'insieme di tutte le rette che passano per A(0; 2) ha equazione:

$y=mx+2$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare le coordinate del punto in cui ciascuna retta incontra la retta d'equazione:

$y=-2x+3$

b. determinare il valore di m per cui il problema non è risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore numerico a piacere a m;
d. visualizzare graficamente i risultati ottenuti.

[(a) $\left(\frac{1}{m+2}; 2+\frac{2}{m+2}\right)$]

537. L'insieme di tutte le rette che passano per A(0; 2) ha equazione:

$y=mx+2$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare le coordinate del punto in cui ciascuna retta incontra la retta d'equazione:

$y=3$

b. indicare il valore di m per cui il problema non è risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore nume-rico a piacere a m;
d. visualizzare graficamente i risultati ottenuti.

[(a) $\left(\frac{1}{m}; 3\right)$]

538. L'insieme di tutte le rette parallele alla retta r, d'equazione $y=-2x+2$, ha equazione:

$y=-2x+q$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare le coordinate del punto in cui ciascuna retta incontra la retta d'equazione:

$y=2x-1$

b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore numerico a piacere a q;
d. visualizzare graficamente i risultati ottenuti.

[(a) $\left(\frac{q+1}{4}; \frac{q+1}{2}-1\right)$]

539. L'insieme di tutte le rette parallele alla retta r, d'equazione $y=-2x+2$, ha equazione:

$y=-2x+q$

a. determinare le coordinate del punto in cui ciascuna retta incontra la retta d'equazione:

$y=-1$

b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore numerico a piacere a q;
d. visualizzare graficamente i risultati ottenuti.

[(a) $\left(\frac{q+1}{2}; -1\right)$]

Problemi di geometria piana

540. Un rettangolo ha il perimetro lungo 30 ed una dimensione che è k volte l'altra; risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare le dimensioni del rettangolo;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore a piacere alla lettera k.

[(a) $\frac{15}{k+1}$; $\frac{15k}{k+1}$]

541. Un triangolo ha l'altezza relativa ad un lato che è k volte il lato e la somma del lato e della relativa altezza che vale s; risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare il lato e la relativa altezza;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile.
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore a piacere alla lettera k.

[(a) $\frac{s}{k+1}$; $\frac{ks}{k+1}$]

542. Un triangolo isoscele ABC presenta le seguenti caratteristiche:
- il perimetro vale $8k$;
- la differenza fra il lato CB e la base AB vale k.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare i lati del triangolo;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore a piacere alla lettera k. [(a) AB=$2k$; BC=AC=$3k$]

543. In un rombo la differenza delle diagonali vale 16 e addizionando k volte la diagonale minore y alla diagonale maggiore x si ottiene 40; risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare le due diagonali del rombo;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore a piacere alla lettera k.

[(a) $\frac{16k+40}{k+1}$; $\frac{24}{k+1}$]

544. Un trapezio rettangolo ABCD ha il lato obliquo BC che forma con la base maggiore AB un angolo di 45°; si sa inoltre che:
- la somma delle basi è 40;
- la somma di k volte l'altezza AD con la base maggiore vale 44.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare le basi e l'altezza del trapezio;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore a piacere alla lettera k.

[(a) AD= $\frac{48}{2k+1}$; DC= $\frac{40k-4}{2k+1}$; AB= $\frac{44+40k}{2k+1}$]

545. Un trapezio rettangolo ABCD ha il lato obliquo BC che forma con la base maggiore AB un angolo di 45°; si sa inoltre che:
- la somma delle basi è 20;
- la somma dell'altezza AD con k volte la base maggiore vale 22.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare le basi e l'altezza del trapezio;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare, assegnando un valore a piacere alla lettera k.

[(a) AD= $\frac{44-20k}{k+2}$; DC= $\frac{20k-2}{k+2}$; AB= $\frac{42}{k+2}$]

Problemi di aritmetica

546. Di due numeri razionali si sa che si ottiene lo stesso risultato k sia calcolando il loro rapporto che calcolando la loro differenza; risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare il valore di k per cui il problema non è risolubile;
b. individuare tutte le coppie di numeri che risolvono il problema;
c. scrivere tre coppie di numeri che risolvono il problema, assegnando tre valori a piacere alla lettera k.

[(b) $\frac{k}{k-1}$; $\frac{k^2}{k-1}$]

547. Di due numeri razionali si sa che si ottiene lo stesso risultato k sia calcolando il loro rapporto che calcolando la loro somma; risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare il valore di k per cui il problema non è risolubile;
b. individuare tutte le coppie di numeri che risolvono il problema;
c. scrivere tre coppie di numeri che risolvono il problema, assegnando tre valori a piacere alla lettera k.

[(b) $\frac{k}{k+1}$; $\frac{k^2}{k+1}$]

548. Di due numeri razionali si sa che la loro somma vale il triplo della loro differenza k; risolvere i seguenti quesiti:
a. individuare tutte le coppie di numeri che risolvono il problema;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. scrivere tre coppie di numeri che risolvono il problema, assegnando tre valori a piacere alla lettera k. [(a) $2k$; k]

549. Di due numeri razionali si sa che la loro somma vale il doppio della loro differenza k; risolvere i seguenti quesiti:
a. individuare tutte le coppie di numeri che risolvono il problema;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. scrivere tre coppie di numeri che risolvono il problema, assegnando tre valori a piacere alla lettera k.

[(a) $\frac{k}{2}$; $\frac{3k}{2}$]

550. Di due numeri razionali si sa che la loro somma vale k ed il loro rapporto vale 10; risolvere i seguenti quesiti:
a. individuare tutte le coppie di numeri che risolvono il problema;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. scrivere tre coppie di numeri che risolvono il problema, assegnando tre valori a piacere alla lettera k.

[(a) $\frac{k}{11}$; $\frac{10k}{11}$]

551. Di due numeri razionali si sa che la loro somma vale 10 ed il loro rapporto vale k; risolvere i seguenti quesiti:
a. individuare tutte le coppie di numeri che risolvono il problema;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. scrivere tre coppie di numeri che risolvono il problema, assegnando tre valori a piacere alla lettera k.

[(a) $\frac{10}{k+1}$; $\frac{10k}{k+1}$]

552. Di due numeri razionali si sa che la loro differenza vale 10 ed il loro rapporto vale k; risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare il valore di k per cui il problema non è risolubile;
b. individuare tutte le coppie di numeri che risolvono il problema;
c. scrivere tre coppie di numeri che risolvono il problema, assegnando tre valori a piacere alla lettera k.

[(b) $\frac{10}{k-1}$; $\frac{10k}{k-1}$]

553. Di due numeri razionali si sa che la loro differenza vale k ed il loro rapporto vale 10; risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare il valore di k per cui il problema non è risolubile;
b. individuare tutte le coppie di numeri che risolvono il problema;
c. scrivere tre coppie di numeri che risolvono il problema, assegnando tre valori a piacere alla lettera k.

[(b) $\frac{k}{9}$; $\frac{10k}{9}$]

Problemi di fisica

554. Due treni partono da due città (A e B) e percorrono nello stesso verso due binari rettilinei; si sa che:
- il treno 1, che parte da A, viaggia alla velocità di 300 km/h;
- il treno 2, che parte da B, viaggia alla velocità 250 km/h;
- la distanza AB in kilometri vale d.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare dove e quando s'incontrano i due treni;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare assegnando un valore numerico a piacere alla lettera d.

[(a) i treni s'incontrano dopo $\frac{d}{50}$ ore, a $6d$ km da A]

555. Due treni partono da due città (A e B) e percorrono nello stesso verso due binari rettilinei; si sa che:
- il treno 1, che parte da A, viaggia alla velocità di v km/h;
- il treno 2, che parte da B, viaggia alla velocità v' km/h;
- la distanza AB in kilometri vale d.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare dove e quando s'incontrano i due treni;
b. studiare i casi in cui il problema non è risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare assegnando dei valori numerici a piacere alle lettere v, v', d.

[(a) i treni s'incontrano dopo $\frac{d}{v-v'}$ ore, a $\frac{vd}{v-v'}$ km da A]

556. Dopo aver risolto il problema 555, esaminare, a partire dalla soluzione ottenuta, qualche situazione particolare, come per esempio le seguenti:
- un treno ha velocità doppia dell'altro;
- la velocità di un treno supera quella dell'altro di 50 km/h.

557. Due treni partono da due città (A e B) e percorrono in verso opposto due binari rettilinei; si sa che:
- il treno 1, che parte da A, viaggia alla velocità di 300 km/h;
- il treno 2, che parte da B, viaggia alla velocità 250 km/h;
- la distanza fra le due città in kilometri è d.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare dove e quando s'incontrano i due treni;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare assegnando un valore numerico a piacere alla lettera d.

[(a) i treni s'incontrano dopo $\frac{d}{550}$ ore, a $\frac{6d}{11}$ km da A]

558. Due treni partono da due città (A e B) e percorrono in verso opposto due binari rettilinei; si sa che:
- il treno 1, che parte da A, viaggia alla velocità di v km/h;
- il treno 2, che parte da B, viaggia alla velocità v' km/h;
- la distanza AB in kilometri vale d.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare dove e quando s'incontrano i due treni;
b. studiare i casi in cui il problema non è risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare assegnando dei valori numerici a piacere alle lettere v, v', d.

[(a) i treni s'incontrano dopo $\frac{d}{v+v'}$ ore, a $\frac{vd}{v+v'}$ km da A]

559. Dopo aver risolto il problema 558, esaminare, a partire dalla soluzione ottenuta, qualche situazione particolare, come per esempio le seguenti:
- uno dei treni ha velocità doppia dell'altro;
- la velocità di un treno supera quella dell'altro di 50km/h.

560. Due sassi A e B vengono lanciati contemporaneamente nelle vicinanze della Terra e si sa che:
- A viene lanciato verso il basso con una velocità di k m/s;
- B viene lanciato verso l'alto con una velocità di h m/s.

Rispondere ai seguenti quesiti:
a. calcolare dopo quanto tempo i sassi hanno la stessa velocità;
b. spiegare perché il problema è sempre risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare assegnando dei valori numerici a piacere alle lettere h, k.

[(a) i sassi hanno la stessa velocità dopo $\frac{h-k}{19{,}6}$ secondi]

561. Un autocarro che pesa m kg è fermo su un viadotto AB lungo k metri, ad una distanza di d metri da uno dei due pilastri; risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare gli sforzi sostenuti dai due pilastri;
b. studiare il caso in cui il problema non è risolubile;
c. risolvere il problema in un caso particolare assegnando dei valori numerici a piacere alle lettere m, k, d.

[(a) $\frac{m}{k}d$; $\frac{m}{k}(k-d)$]

562. Dopo aver risolto il problema 561, esaminare, a partire dalla soluzione ottenuta, qualche situazione particolare, come per esempio le seguenti:
- l'autocarro si trova a metà del viadotto;
- passa un autocarro di peso doppio, come si modificano le due forze?
- si deve progettare un viadotto di lunghezza doppia, come si modificano le due forze?

Disequazioni di 1° grado in un'incognita

Proprietà delle disuguaglianze

Esaminare le disuguaglianze assegnate negli esercizi dal n. **563** al n. **569** e, relativamente ad ogni disuguaglianza, risolvere i seguenti quesiti:
a. verificare che la disuguaglianza è vera, basandosi anche sulla rappresentazione dei numeri sulla retta;
b. scrivere altre due disuguaglianze vere ottenute a partire da quella assegnata aggiungendo ai due membri uno stesso numero;
c. scrivere altre due disuguaglianze vere ottenute a partire da quella assegnata moltiplicando i due membri per uno stesso numero positivo;
d. scrivere altre due disuguaglianze vere ottenute a partire da quella assegnata moltiplicando i due membri per uno stesso numero negativo.

563.	$3>0$	$-3<0$
564.	$3>2$	$-3<-2$
565.	$\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}>-\frac{1}{2}$
566.	$\frac{3}{4}<1$	$-\frac{3}{4}>-1$
567.	$\frac{4}{3}>1$	$-\frac{4}{3}<-1$
568.	$\frac{2}{3}>\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}<-\frac{1}{2}$
569.	$\frac{3}{2}<2$	$-\frac{3}{2}>-2$

Esaminare le disuguaglianze assegnate negli esercizi dal n. **570** al n. **575** e, relativamente ad ogni esercizio, risolvere i seguenti quesiti:
a. scegliere le disuguaglianze vere e quelle false, motivando la scelta;
b. modificare il segno di disuguaglianza nelle disuguaglianze false in modo da renderle vere.

570.	$5<3$	$-5<3$	$5<-3$	$-5<-3$
571.	$\frac{1}{5}<\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{5}<\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}>-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{5}>-\frac{1}{3}$
572.	$\frac{4}{3}<2$	$-\frac{4}{3}<2$	$\frac{4}{3}>-2$	$-\frac{4}{3}>-2$
573.	$\frac{3}{4}<\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}<\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}>-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}>-\frac{1}{2}$
574.	$4<5$	$\frac{4}{5}>1$	$1>\frac{5}{4}$	$-4>-5$
575.	$8>6$	$\frac{8}{3}>2$	$2>\frac{3}{2}$	$-4>-3$

Disequazioni equivalenti

Esaminare le disequazioni assegnate negli esercizi dal n. **576** al n. **582** e, relativamente ad ogni disequazione, risolvere i seguenti quesiti:

a. rappresentare sulla retta le soluzioni della disequazione;
b. scrivere altre due disequazioni equivalenti a quella assegnata aggiungendo ai due membri uno stesso numero;
c. scrivere altre due disequazioni equivalenti a quella assegnata moltiplicando i due membri per uno stesso numero positivo;
d. scrivere altre due disequazioni equivalenti a quella assegnata moltiplicando i due membri per uno stesso numero negativo.

576.	$x>0$	$x<0$		
577.	$x>1$	$x>-1$	$x<1$	$x<-1$
578.	$x>2$	$x>-2$	$x<2$	$x<-2$
579.	$x<\frac{1}{2}$	$x<-\frac{1}{2}$	$x>\frac{1}{2}$	$x>-\frac{1}{2}$
580.	$x>\frac{3}{2}$	$x>-\frac{3}{2}$	$x<\frac{3}{2}$	$x<-\frac{3}{2}$
581.	$x>\frac{5}{3}$	$x>-\frac{5}{3}$	$x<\frac{5}{3}$	$x<-\frac{5}{3}$
582.	$x>\frac{7}{3}$	$x>-\frac{7}{3}$	$x<\frac{7}{3}$	$x<-\frac{7}{3}$

Esaminare le disequazioni assegnate negli esercizi dal n. **583** al n. **592** e, relativamente ad ogni esercizio, risolvere i seguenti quesiti:

a. scegliere le disequazioni equivalenti alla prima, motivando la scelta;
b. modificare le disequazioni che non sono equivalenti alla prima, in modo da renderle ad essa equivalenti.

583.	$\mathbf{x>0}$	$x+3>3$	$3x>3$	$-3x>0$	$x-3>-3$
584.	$\mathbf{x<0}$	$x-1<-1$	$-x<0$	$-x>-1$	$x+1<1$
585.	$\mathbf{x>1}$	$x-1>0$	$2x<2$	$-2x>-2$	$x+1>2$
586.	$\mathbf{x<1}$	$x-1>0$	$-x<-1$	$4x>4$	$x+2<3$
587.	$\mathbf{x>-1}$	$x+1>0$	$2x<-2$	$-2x>2$	$x-1>2$
588.	$\mathbf{x<-1}$	$x+1<0$	$-x<1$	$-4x>4$	$x+2<1$
589.	$\mathbf{x>\frac{1}{2}}$	$2x>1$	$x-\frac{1}{2}<0$	$-2x>-1$	$2x-1>0$
590.	$\mathbf{x>-\frac{1}{2}}$	$2x>-1$	$-2x>1$	$x+\frac{1}{2}<0$	$2x+1>0$
591.	$\mathbf{x>\frac{2}{3}}$	$3x>2$	$x-\frac{2}{3}<0$	$-2x>-3$	$3x+2>0$
592.	$\mathbf{x>-\frac{2}{3}}$	$3x>-2$	$-3x>2$	$x+\frac{2}{3}<0$	$3x+2>0$

Risolvere disequazioni di 1° grado in un'incognita

Esaminare le disequazioni assegnate negli esercizi dal n. **593** al n. **641** e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le soluzioni di ogni disequazione, descrivendo il procedimento seguito;
b. rappresentare le soluzioni sulla retta;
c. sostituire a x una delle soluzioni e verificare se si ottiene una disuguaglianza vera.

593.	$x-2>0$	$x-2<0$	$2-x>0$	$2-x<0$
594.	$x+2>0$	$x+2<0$	$-2-x>0$	$-2-x<0$
595.	$x+3>3$	$3<x+3$	$x-8>-8$	$\frac{2}{3}<\frac{2}{3}+x$
596.	$\frac{1}{4}-x>0$	$0<-x+\frac{1}{4}$	$-x+7>3,5$	$3,5<-x+7$
597.	$5-x<5$	$-4>-4-x$	$-x+\frac{3}{4}<\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}>\frac{3}{4}-x$
598.	$-2-x<8$	$-2+x<8$	$7,5>-0,5-x$	$7,5>-0,5+x$
599.	$-3+x>-3$	$\frac{1}{5}-x>\frac{1}{5}$	$-0,5<-0,5+x$	$4,73-x<4,73$
600.	$-\frac{4}{5}<x+\frac{1}{5}$	$0,5<0,5-x$	$1,5>0,5-x$	$-x-0,99>0,01$
601.	$\frac{4}{3}>x+\frac{1}{3}$	$x-\frac{1}{4}>\frac{7}{4}$	$x+\frac{1}{4}<\frac{7}{4}$	$-x+\frac{1}{4}<\frac{7}{4}$
602.	$0,9<x-0,1$	$0,1-x<0,9$	$0,85-x>-0,15$	$0,85+x>0,15$
603.	$-10^2>-x+10^3$	$-x-10^4>-3\cdot10^4$		$x+10^5<-10^5$
604.	$-10^{-2}<-x+10^{-3}$	$-x-10^{-4}>-3\cdot10^{-4}$		$x+10^{-5}>-10^{-}$[illegible]
605.	$-x>0$	$-x<0$		
606.	$2x>0$	$2x<0$	$-2x>0$	$-2x<0$
607.	$\frac{1}{2}x>0$	$\frac{1}{2}x<0$	$-\frac{1}{2}x>0$	$-\frac{1}{2}x<0$
608.	$2x>1$	$2x<1$	$-2x>1$	$-2x<1$
609.	$2x>-1$	$2x<-1$	$-2x>-1$	$-2x<-1$
610.	$\frac{1}{2}x>0$	$\frac{1}{2}x<0$	$-\frac{1}{2}x>0$	$-\frac{1}{2}x<0$
611.	$\frac{1}{2}x>1$	$\frac{1}{2}x<1$	$-\frac{1}{2}x>1$	$-\frac{1}{2}x<1$
612.	$\frac{1}{2}x>-1$	$\frac{1}{2}x<-1$	$-\frac{1}{2}x>-1$	$-\frac{1}{2}x<-1$
613.	$4x>12$	$16<4x$	$4x<20$	$28<4x$
614.	$-3x>12$	$15>-3x$	$-3x<18$	$21<-3x$
615.	$5x<-10$	$-15<5x$	$-5x>50$	$100>-5x$

616.	$-6x>-12$	$-18>-6x$	$-6x<-24$	$-60<-6x$
617.	$8x<8$	$-8<-8x$	$-4x>-4$	$4>4x$
618.	$8x<-8$	$8<-8x$	$4x>-4$	$4>-4x$
619.	$-7x>0$	$0>10x$	$-5x<0$	$0<5x$
620.	$-7x<3$	$-4<10x$	$-5x>8$	$3>9x$
621.	$\frac{5}{2}x>15$	$8>\frac{4}{9}x$	$\frac{3}{4}x<3$	$3<\frac{3}{7}x$
622.	$2x<\frac{1}{5}$	$\frac{4}{3}<3x$	$5x>\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}>2x$
623.	$\frac{5}{2}x>\frac{5}{2}$	$\frac{4}{9}>\frac{4}{9}x$	$\frac{3}{4}x<\frac{3}{4}$	$\frac{3}{7}<\frac{3}{7}x$
624.	$\frac{15}{4}x<-\frac{15}{4}$	$-\frac{14}{9}<\frac{14}{9}x$	$\frac{13}{4}x>-\frac{13}{4}$	$-\frac{12}{7}>\frac{12}{7}x$
625.	$-\frac{7}{27}x<0$	$0<\frac{10}{29}x$	$-\frac{13}{4}x>0$	$0>\frac{15}{7}x$
626.	$\frac{6}{5}x>\frac{12}{10}$	$\frac{4}{9}>\frac{2}{3}x$	$\frac{1}{3}x<\frac{5}{6}$	$\frac{3}{7}<\frac{6}{7}x$
627.	$\frac{5}{8}x<-\frac{3}{4}$	$\frac{7}{2}<-\frac{4}{7}x$	$\frac{3}{4}x>-\frac{5}{4}$	$\frac{3}{8}>-\frac{3}{4}x$
628.	$-\frac{5}{6}x>-\frac{7}{6}$	$-\frac{4}{9}>-\frac{4}{3}x$	$-\frac{3}{4}x<-\frac{7}{4}$	$-\frac{8}{7}<-\frac{5}{7}x$

629.	$7{,}145x<-7{,}145$	$3{,}84<-0{,}5x$	$-15{,}3>-0{,}2x$
630.	$-0{,}01x>-1$	$0{,}0001<-0{,}1x$	$-0{,}0001x<0{,}1$
631.	$2\cdot10^6x<2$	$2\cdot10^6>-10^6x$	$-10^3x>10^4$
632.	$2\cdot10^{-6}x>2$	$2\cdot10^{-6}<-10^{-6}x$	$-10^{-4}x<10^{-3}$
633.	$6x+5<17$	$3x+1>7$	$11>2x+3$
634.	$3x-4>5$	$20<8x-4$	$4x-10<2$
635.	$1-2x<7$	$15>5-5x$	$20-4x>20$
636.	$-6x-5>13$	$-10x-8<12$	$30<-5-7x$
637.	$-14x-8>-36$	$-29<-9-10x$	$-5<-5-20x$
638.	$\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}<\frac{1}{4}x$	$\frac{3}{5}x+\frac{1}{10}>\frac{1}{20}x$	$\frac{5}{6}x>\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$
639.	$\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}>\frac{1}{4}$	$\frac{3}{5}x+\frac{1}{10}<\frac{1}{20}$	$\frac{5}{6}<\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$
640.	$\frac{5}{3}x-\frac{1}{2}<1-\frac{3}{4}x$	$\frac{3}{2}x+\frac{2}{3}>\frac{1}{3}x-3$	$\frac{1}{2}x-2>\frac{1}{2}-2x$
641.	$\frac{1}{3}x-\frac{3}{2}>1-\frac{2}{3}x$	$\frac{3}{4}x+\frac{5}{3}<\frac{5}{4}x-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}x-3<\frac{1}{4}-3x$

Collegamento con il paragrafo 2

Nel paragrafo 2 si è detto che un'equazione è impossibile se si riduce ad un'uguaglianza sempre falsa e perciò non è possibile trovare il numero che, sostituito a x, rende l'uguaglianza vera.
Estendere queste considerazioni alle disequazioni e spiegare perché le disequazioni assegnate negli esercizi dal n. **642** al n. **645** sono tutte *impossibili*.

642.	$2x>2x+3$	$-3x<-3x-1$	$\frac{1}{3}x<\frac{1}{3}x-2$	$-\frac{1}{3}x>-\frac{1}{3}x+1$

643.	$4x+1>4x+3$	$-4x-1<-4x-3$	$-4x-1>-4x+3$
644.	$\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}>\frac{3}{2}x+1$	$-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}>-\frac{3}{2}x+1$	$-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}<-\frac{3}{2}x-1$
645.	$3x-1>2x+x+1$	$-3x-x-2<-4x-5$	$-x-1>-x-x+3-1$

Nel paragrafo 2 si è detto che un'equazione è indeterminata se si riduce ad un'uguaglianza sempre vera e perciò qualunque numero, sostituito a x, rende l'uguaglianza vera.
Estendere queste considerazioni alle disequazioni e spiegare perché le disequazioni assegnate negli esercizi dal n. **646** al n. **649** sono tutte *indeterminate*.

646.	$2x>2x-3$	$-3x>-3x-1$	$\frac{1}{3}x>\frac{1}{3}x-2$	$-\frac{1}{3}x<-\frac{1}{3}x+1$

647.	$4x+1<4x+3$	$-4x-1>-4x-3$	$-4x-1<-4x+3$
648.	$\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}<\frac{3}{2}x+1$	$-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}<-\frac{3}{2}x+1$	$-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}>-\frac{3}{2}x-1$
649.	$3x-1<2x+x+1$	$-3x-x-2>-4x-5$	$-x-1<-x-x+3-1$

650. Scrivere almeno quattro disequazioni impossibili e quattro indeterminate.

Collegamento con i capitoli 1 e 6

Esaminare le disequazioni assegnate negli esercizi dal n. **651** al n. **664** e risolvere i seguenti quesiti:

a. applicare le nozioni esposte nei capitoli 1 e 6, per scrivere le disequazioni in una delle due forme seguenti:

   $px+q<cx+d$ oppure $px+q>cx+d$

b. indicare le disequazioni impossibili o indeterminate;
c. determinare le soluzioni delle disequazioni risolubili e rappresentarle sulla retta;
d. sostituire a x una delle soluzioni a piacere e verificare se si ottiene una disuguaglianza vera.

651.	$\frac{2}{3}x+\frac{1}{6}>\frac{1}{6}-\frac{4}{3}x+2$	$\frac{2}{3}x+\frac{1}{6}<\frac{1}{6}-\frac{4}{3}x+2$
652.	$\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}<1-\frac{3}{8}x-\frac{7}{8}$	$-\frac{3}{8}x-\frac{3}{4}>1-\frac{3}{8}x-\frac{7}{8}$
653.	$2x-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}>\frac{19}{2}-\frac{1}{2}x$	$2x-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}<\frac{19}{2}-\frac{1}{2}x+2x$
654.	$-\frac{2}{3}+\frac{1}{5}x-\frac{1}{5}<-\frac{1}{15}+\frac{1}{5}x-\frac{4}{5}$	$\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}x-2>-\frac{1}{15}+\frac{1}{5}x-\frac{4}{5}$

655. $1+2x-\frac{3}{4}x+\frac{7}{5}>1-\frac{3}{4}x+\frac{7}{5}$ $\qquad$ $1+2x-\frac{3}{4}x+\frac{7}{5}<2x-\frac{3}{4}x+\frac{7}{5}$

656. $\frac{2}{3}x+\frac{1}{5}-\frac{4}{3}x-\frac{6}{5}<\frac{1}{3}x-\frac{9}{5}+\frac{4}{5}$ $\qquad$ $\frac{2}{3}x+\frac{1}{5}-\frac{1}{3}x-\frac{6}{5}>\frac{1}{3}x-\frac{9}{5}+\frac{4}{5}$

657. $4(10-2x)>3(x-5)$ $\qquad$ $2(10-2x)<-4(x-5)$

658. $\frac{1}{3}(6-3x)<\frac{1}{2}(8+2x)$ $\qquad$ $\frac{1}{3}(6-3x)>\frac{1}{2}(8-2x)$

659. $2x+\frac{7}{6}-x>\frac{2}{3}-\frac{3x-1}{2}$ $\qquad$ $-2x+\frac{7}{6}+\frac{1}{2}x<\frac{2}{3}-\frac{3x-1}{2}$

660. $x-2+\frac{x+2}{2}+\frac{x+3}{3}<\frac{11}{6}x$ $\qquad$ $x-2+\frac{x+2}{2}+\frac{x+3}{3}>\frac{11}{6}$

661. $4+\frac{x+3}{2}+\frac{x+7}{3}>\frac{5}{6}$ $\qquad$ $4+\frac{x+3}{2}+\frac{x+7}{3}<\frac{5}{6}x$

662. $0{,}6(x+4)<2-0{,}4(x-1)$ $\qquad$ $0{,}6(x+4)>2+0{,}6(x-1)$

663. $-2{,}4(2x-4)>1+3{,}5(2-x)$ $\qquad$ $-1{,}2(4x-8)<6{,}4+1{,}6(2-3x)$

664. $3{,}2(-x-1)<2-3{,}2(2+x)$ $\qquad$ $3{,}2(x-1)>2-3{,}2(2+x)$

Risolvere le disequazioni assegnate negli esercizi dal n. **665** al n. **684**.

665. $10(x+1)+2x+2<3x+4+8(x+1)$ $\qquad$ [$x>0$]

666. $2(3x+1)-3(2x+1)>4(x-1)+4x+3$ $\qquad$ [$x<0$]

667. $-3(2x-1)+4x-2<10x-5-5(2x-1)$ $\qquad$ [$x>\frac{1}{2}$]

668. $-3(x-5)+2x-2>2(x-1)+4(2x-10)$ $\qquad$ [$x<5$]

669. $0{,}2(x-1)-0{,}25(2x-3)<0{,}5-0{,}1(4x-1)$ $\qquad$ [$x<0{,}5$]

670. $0{,}4(x-1)-1{,}6>1{,}5(x-1)-(x-0{,}5)$ $\qquad$ [$x<-10$]

671. $\frac{\frac{2-x}{3}}{4}+\frac{\frac{5+x}{2}}{3}<2-\frac{3}{2}x$ $\qquad$ [$x<-\frac{9}{2}$]

672. $\frac{x}{2}-\frac{x+\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}+\frac{3x+\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}+\frac{15}{2}>0$ $\qquad$ [$x>-1$]

673. $\frac{\frac{x-3}{2}}{3}+3(x-1)<\frac{x+1}{4}+x+2$ $\qquad$ [$x<3$]

674. $\frac{\frac{x+4}{2}}{5}+5(x-4)+\frac{x-2}{2}>10x-3$ $\qquad$ [$x<-4$]

675. $\frac{1}{6}x-\frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}+\frac{x+\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}-\frac{5}{3}<\frac{x+1}{2}-\frac{x-1}{3}$ $\qquad$ [$x<2$]

676 $\frac{x+1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)>\frac{2x-1}{4}(x+2)+\frac{15}{4}$ $\qquad$ [$x<-7$]

677. $\frac{2-x}{3}-\frac{1}{3}(x+1)+\frac{x}{3}<\frac{x}{3}-\frac{1}{3}(x-3)$ $\qquad$ [$x>-2$]

678. $\frac{x-0{,}1}{0{,}2}+2{,}5>\frac{x-0{,}2}{0{,}4}+7{,}5$ $\qquad$ [$x>2$]

679. $\frac{x+1}{0{,}5}-\frac{2x+2}{2{,}5}<0{,}6$ $\qquad$ [$x<-0{,}5$]

680. $1-\frac{0{,}5(1-x)}{0{,}25}>\frac{0{,}5x+0{,}25}{0{,}75}-4$ $\qquad$ [$x>-2$]

681. $(3{,}6x-1{,}8)\left(2-\frac{1}{3}\right)+(2{,}4x-1{,}2)\left(1+\frac{1}{4}\right)<4{,}5$ $\qquad$ [$x<1$]

682. $(0{,}3x+1{,}2)\left(2-\frac{1}{3}\right)+(0{,}5x+2)\left(1-\frac{1}{6}\right)>\frac{4}{3}-\frac{5}{12}$ $\qquad$ [$x>-3$]

683. $(2{,}3-1{,}4)\frac{x}{3}+(1{,}5-0{,}7)\frac{x}{4}<\frac{3}{5}x-0{,}04$ $\qquad$ [$x>0{,}4$]

684. $x-0{,}2+\left(x-\frac{2}{5}-\frac{x-1}{3}+\frac{1}{2}\right)\left(2-\frac{1}{2}\right)+\frac{21}{20}>0$ $\qquad$ [$x>-\frac{3}{4}$]

Problemi che conducono a risolvere disequazioni di 1° grado in un'incognita

Problemi di geometria analitica

Esaminare le rette assegnate negli esercizi dal n. **685** al n. **690** e, per ciascuna retta, risolvere i seguenti quesiti:

a. tracciare il grafico su un piano cartesiano;
b. determinare il valore dell'ascissa per cui l'ordinata vale 0;
c. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata è positiva;
d. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata è negativa.

685. $y=2x-1$ $\qquad$ $y=-2x+1$

686. $y=x+2$ $\qquad$ $y=-x-2$

687. $y=\frac{1}{2}x-3$ $\qquad$ $y=-\frac{1}{2}x+3$

688. $y=3x+\frac{1}{2}$ $\qquad$ $y=-3x-\frac{1}{2}$

689. $y=\frac{3}{4}x-2$ $\qquad$ $y=-\frac{3}{4}x-2$

690. $y=\frac{4}{3}x+3$ $\qquad$ $y=-\frac{4}{3}x-3$

Esaminare le rette assegnate negli esercizi dal n. **691** al n. **694** e, per ciascuna retta, risolvere i seguenti quesiti:
a. tracciare il grafico su un piano cartesiano;
b. determinare il valore dell'ascissa per cui l'ordinata vale 1;
c. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata è maggiore di 1;
d. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata è minore di 1.

691. $y=2x+1$ $\qquad$ $y=-2x-1$

692. $y=x-2$ $\qquad$ $y=-x+2$

693. $y=\frac{1}{3}x-2$ $\qquad$ $y=-\frac{1}{3}x+2$

694. $y=2x+\frac{1}{3}$ $\qquad$ $y=-2x-\frac{1}{3}$

Esaminare le rette assegnate negli esercizi dal n. **695** al n. **698** e, per ciascuna retta, risolvere i seguenti quesiti:
a. tracciare il grafico su un piano cartesiano;
b. determinare il valore dell'ascissa per cui l'ordinata vale −1;
c. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata è maggiore di −1;
d. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata è minore di −1.

695. $y=4x-1$ $\qquad$ $y=-4x+1$

696. $y=\frac{2}{3}x+5$ $\qquad$ $y=-\frac{2}{3}x-3$

697. $y=\frac{4}{5}x+3$ $\qquad$ $y=-\frac{4}{5}x+3$

698. $y=\frac{5}{4}x-6$ $\qquad$ $y=-\frac{5}{4}x+4$

699. Disegnare sul piano cartesiano le due rette r e s che hanno le seguenti equazioni:

$(r)\ y=2x-3$ $\qquad$ $(s)\ y=x-1$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare l'ascissa del punto comune alle due rette;
b. determinare le ascisse dei punti della retta r che hanno l'ordinata maggiore di quelli della retta s;
b. determinare le ascisse dei punti della retta r che hanno l'ordinata minore di quelli della retta s.

700. Ripetere l'esercizio 699 a partire dalla rette r e s che hanno le seguenti equazioni:

$(r)\ y=2x-1$ $\qquad$ $(s)\ y=4x-2$

701. Ripetere l'esercizio 699 a partire dalla rette r e s che hanno le seguenti equazioni:

$(r)\ y=\frac{1}{3}x+1$ $\qquad$ $(s)\ y=\frac{4}{3}x-2$

Problemi di geometria piana

702. Come si può scegliere una sbarretta che deve essere il terzo lato di un triangolo con gli altri due lati lunghi 3 e 5?
Portare qualche esempio di sbarretta che risolve il problema.

703. Come si può scegliere una sbarretta che deve essere il quarto lato di un quadrilatero con gli altri tre lati lunghi 3, 5 e 7?
Portare qualche esempio di sbarretta che risolve il problema.

704. Tre sbarrette sono lunghe 2, 3, 7; risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché con le sbarrette non si può costruire un triangolo;
b. stabilire la lunghezza x dei segmenti da aggiungere alla sbarretta più corta per costruire un triangolo;
c. stabilire la lunghezza x dei segmenti da togliere alla sbarretta più lunga per costruire un triangolo. [(b) $x>2$; (c) $2<x<7$]

705. Si vuole costruire un triangolo ABC che soddisfi le seguenti condizioni:
- il lato BC è lungo 24;
- il lato AC è la metà di AB.

Stabilire come si deve scegliere la lunghezza del lato AB per poter costruire il triangolo. [AB>16]

706. Si vuole costruire un triangolo ABC che soddisfi le seguenti condizioni:
- il lato AC è lungo 20;
- il lato AB è il triplo di BC.

Stabilire come si deve scegliere la lunghezza del lato BC per poter costruire il triangolo. [BC>5]

707. Quattro sbarrette sono lunghe 2, 3, 4, 12; risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché con le sbarrette non si può costruire un quadrilatero;
b. stabilire la lunghezza x dei segmenti da aggiungere alla sbarretta più corta per costruire un quadrilatero;
c. stabilire la lunghezza x dei segmenti da togliere alla sbarretta più lunga per costruire un quadrilatero. [(b) $x>3$; (c) $3<x<12$]

708. Si vuole costruire un quadrilatero ABCD che soddisfi le seguenti condizioni:
- il lato AB è lungo 35 cm;
- il lato BC è il doppio di DC;
- il lato AD supera BC di 5 cm.

Stabilire come si deve scegliere la lunghezza del lato DC per poter costruire il quadrilatero. [DC>6]

709. Si vuole costruire un quadrilatero ABCD che soddisfi le seguenti condizioni:
- il lato AD è lungo 41 cm;
- il lato DC è il triplo di AB;
- il lato BC è inferiore a DC di 8 cm.

Stabilire come si deve scegliere la lunghezza del lato DC per poter costruire il quadrilatero. [DC>7]

710. È dato un segmento MN lungo 21. Determinare su MN un punto P in modo che il quadrato costruito su MP abbia perimetro maggiore del triangolo equilatero costruito su PN. [MP>9]

711. È dato un segmento AB lungo 4. Determinare sul prolungamento di AB dalla parte di B un punto C in modo che il quadrato costruito su BC abbia perimetro minore del triangolo equilatero costruito su AC. [BC<12]

Problemi di aritmetica

712. Se un numero razionale x è maggiore di 1, che cosa si può dire del suo opposto?

713. Se un numero razionale x è minore di 1, che cosa si può dire del suo opposto?

714. Di un numero razionale x si sa che raddoppiandolo si ottiene un numero più piccolo; risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare tutti i numeri che risolvono il problema;
b. indicare qualche soluzione a piacere. [(a) $x<0$]

715. Di un numero razionale x si sa che dimezzandolo si ottiene un numero più grande; risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare tutti i numeri che risolvono il problema;
b. indicare qualche soluzione a piacere. [(a) $x<0$]

716. Di un numero razionale x si sa che aggiungendovi 1 si ottiene un numero più grande del suo doppio; risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare tutti i numeri che risolvono il problema;
b. indicare qualche soluzione a piacere. [(a) $x<1$]

717. Di un numero razionale x si sa che sottraendovi 1 si ottiene un numero più piccolo della sua metà; risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare tutti i numeri che risolvono il problema;
b. indicare qualche soluzione a piacere. [(a) $x<2$]

Problemi di fisica

718. Un corpo lanciato verso il basso, nelle vicinanze della Terra, si muove con una velocità v che varia al variare del tempo t secondo la legge:

$$v=at+q$$

dove a è l'accelerazione di gravità, che sulla Terra vale circa 9,8 m/s^2, mentre q è la velocità iniziale del corpo.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare dopo quanto tempo il corpo supera la velocità di 26,5 m/s se è lanciato verso il basso nelle vicinanze della Terra con una velocità iniziale di 2 m/s;
b. qual è il tempo necessario se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è circa $\frac{1}{6}$ di quella terrestre? [(a) $t>2{,}5$ s]

719. Dopo aver svolto l'esercizio 718, risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare con quale velocità iniziale un corpo lanciato verso il basso nelle vicinanze della Terra supera la velocità di 100 m/s in 8 secondi;
b. quale deve essere la velocità iniziale se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è circa $\frac{1}{6}$ di quella terrestre? [(a) $q>21{,}6$ m/s]

720. Nel caso in cui un corpo venga lanciato verso l'alto, nelle vicinanze della Terra, in tal caso la legge che regola la velocità è:

$$v=-at+q$$

dove le lettere v, a, t, q hanno lo stesso significato chiarito nell'esercizio 718.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. un corpo viene lanciato verso l'alto con una velocità iniziale di 40 m/s; per quanto tempo il corpo mantiene la sua velocità positiva e perciò procede verso l'alto?
b. per quanto tempo il corpo manterrebbe la sua velocità positiva se il lancio avvenisse sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è circa $\frac{1}{6}$ di quella terrestre? [(a) $t<2{,}04$ s]

721. Dopo aver svolto l'esercizio 720, risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare quale velocità iniziale bisogna imprimere ad un corpo lanciato verso l'alto nelle vicinanze della Terra perché mantenga la sua velocità positiva per 8 secondi.
b. quale dovrebbe essere la velocità iniziale necessaria se lo stesso lancio avvenisse sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è circa $\frac{1}{6}$ di quella terrestre? [(a) $q>78{,}4$ m/s]

722. Una sbarretta, inizialmente alla temperatura di 0°, viene riscaldata e perciò la sua lunghezza varia secondo la legge:

$$L'=L(1+\alpha T)$$

dove si indica:
- con L' la lunghezza della sbarretta alla temperatura T;
- con L la lunghezza della sbarretta alla temperatura di 0°;
- con T la temperatura a cui viene portata la sbarretta;
- con α un coefficiente collegato alla scelta del materiale.

Una sbarra d'acciaio ($\alpha\approx10^{-5}$) ha la lunghezza di 10 m alla temperatura di 0°; per quali temperature la lunghezza della sbarra supera 10,005 m? [$T>50°$]

723. Dopo aver svolto l'esercizio 722, risolvere il seguente problema: quale deve essere la lunghezza iniziale di una sbarra d'acciaio ($\alpha\approx10^{-5}$) perché alla temperatura di 30° abbia una lunghezza superiore a 50,015 m? [$L>50$ m]

Problemi vari

724. Un club offre una tessera annuale dal costo di 50 000 lire che permette di pagare 6000 lire il biglietto in tutti i cinema dove il biglietto costa 10 000 lire.
Data la domanda: «Quante volte bisogna andare al cinema in un anno perché la tessera sia conveniente?», risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare con n il numero di volte che si può andare al cinema in un anno e scegliere fra le seguenti disequazioni quella che descrive il problema, motivando la scelta:

$50\,000+6\,000n<10\,000n$ $\qquad$ $50\,000+6\,000n>10\,000n$

b. risolvere la disequazione per rispondere alla domanda;
c. scegliere una soluzione a piacere e verificare che risponde correttamente alla domanda.

725. Una ditta che affitta biciclette offre due alternative:
A. il pagamento di 30 000 lire più un affitto di 10 000 lire al giorno;
B. un affitto settimanale di 60 000 lire.
Data la domanda: «In quali casi l'alternativa B è migliore della A?», risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare con g il numero di giorni in cui è necessaria la bicicletta e scegliere fra le seguenti disequazioni quella che descrive il problema, motivando la scelta:

$60\,000<10\,000g+30\,000$ $\qquad$ $60\,000<10\,000g+30\,000$

b. risolvere la disequazione per rispondere alla domanda;
c. scegliere una soluzione a piacere e verificare che risponde correttamente alla domanda.

726. Un club offre una tessera annuale dal costo di 40 000 lire che permette di pagare 5000 lire l'affitto di una videocassetta che, senza tessera, costa 20 000 lire.
Data la domanda: «Quante videocassette bisogna affittare in un anno perché la tessera sia conveniente?», risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare con n il numero di videocassette che si possono affittare in un anno e scegliere fra le seguenti disequazioni quella che descrive il problema, motivando la scelta:

$40\,000+5\,000n<20\,000n$ $\qquad$ $40\,000+5\,000n>20\,000n$

b. risolvere la disequazione per rispondere alla domanda;
c. scegliere una soluzione a piacere e verificare che risponde correttamente alla domanda.

727. Una ditta che affitta automobili offre due alternative:
A. il pagamento di 100 000 lire più un affitto di 200 lire al kilometro;
B. il pagamento di 50 000 lire più un affitto di 400 lire al kilometro.
Data la domanda: «In quali casi l'alternativa B è migliore della A?», risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare con x il numero di kilometri che deve percorrere l'auto e scegliere fra le seguenti disequazioni quella che descrive il problema, motivando la scelta:

$100\,000+200x<50\,000+400x$ $\qquad$ $100\,000+200x>50\,000+400x$

b. risolvere la disequazione per rispondere alla domanda;
c. scegliere una soluzione e verificare che risponde correttamente alla domanda.

728. Ad un giovane che vuole vendere enciclopedie vengono offerti due contratti:
A. uno stipendio mensile fisso di 400 000 lire più un premio di 50 000 lire per ogni enciclopedia venduta;
B. uno stipendio mensile fisso di 300 000 lire più un premio di 60 000 lire per ogni enciclopedia venduta.
Data la domanda: «In quali casi l'alternativa B è migliore della A?», risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare con n il numero di enciclopedie vendute in un mese e scegliere fra le seguenti disequazioni quella che descrive il problema, motivando la scelta:

$400\,000+50\,000n<300\,000+60\,000n$ $\qquad$ $400\,000+50\,000n>300\,000+60\,000n$

b. risolvere la disequazione per rispondere alla domanda;
c. scegliere una soluzione e verificare che risponde correttamente alla domanda.

Disequazioni in due incognite

Rappresentare le zone di piano descritte dalle disequazioni assegnate negli esercizi dal n. **729** al n. **733**.

729.	$y\leq 3$	$y\geq 3$	$y\leq 3x$	$y\geq 3x$
730.	$y\leq x+1$	$y\geq x+1$	$y\leq x-1$	$y\geq x-1$
731.	$y\leq -x+1$	$y\geq -x+1$	$y\leq -x-1$	$y\geq -x-1$
732.	$y\leq 2x+3$	$y\geq 2x+3$	$y\leq -2x+3$	$y\geq -2x+3$
733.	$y\leq \frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$	$y\geq \frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$	$y\leq -\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$	$y\geq -\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

Rappresentare le zone di piano definite dai sistemi di disequazioni assegnati negli esercizi dal n. **734** al n. **737**.

734.	$\begin{cases}x\geq -1\\x\leq 0\end{cases}$	$\begin{cases}x\leq 1\\x\geq 0\end{cases}$	$\begin{cases}x\leq -2\\x\geq -4\end{cases}$	$\begin{cases}x\geq 2\\x\leq 4\end{cases}$
735.	$\begin{cases}y\geq -3\\y\leq 0\end{cases}$	$\begin{cases}y\leq 3\\y\geq 0\end{cases}$	$\begin{cases}y\leq -3\\y\geq -5\end{cases}$	$\begin{cases}y\geq 3\\y\leq 5\end{cases}$
736.	$\begin{cases}y\geq x+1\\y\leq x+4\end{cases}$	$\begin{cases}y\geq -x\\y\leq -x+4\end{cases}$	$\begin{cases}y\leq -x\\y\geq -x-4\end{cases}$	$\begin{cases}y\geq -x\\y\leq -x+4\end{cases}$
737.	$\begin{cases}y\geq 4x+2\\y\leq 4x+7\end{cases}$	$\begin{cases}y\geq -4x\\y\leq -4x+3\end{cases}$	$\begin{cases}y\leq -3x\\y\geq -3x-2\end{cases}$	$\begin{cases}y\geq -3x\\y\leq -3x+2\end{cases}$

I sistemi di disequazioni assegnati negli esercizi dal n. **738** al n. **740**. descrivono delle zone poligonali; rappresentare le zone sul piano e determinare le coordinate dei loro vertici.

738.	$\begin{cases}x\geq 1\\x\leq 8\\y\leq 7\\y\geq 2\end{cases}$	$\begin{cases}x\geq 2\\x\leq 10\\y\leq 5\\y\geq 0\end{cases}$	$\begin{cases}y\leq 4\\x\geq -2\\x\leq 2\\y\geq -x\end{cases}$	$\begin{cases}y\leq 10\\y\geq 5\\x\leq 10\\y\leq 3x\end{cases}$
739.	$\begin{cases}y\leq x+3\\y\leq -\frac{1}{2}x+5\\y\geq 2\end{cases}$	$\begin{cases}y\leq x+2\\y\leq -x+6\\y\geq 0\end{cases}$	$\begin{cases}y\leq -2x+6\\y\geq 2x-6\\x\geq 0\end{cases}$	
740.	$\begin{cases}y\leq -2x+8\\x\geq 2\\y\geq 1\\y\leq 3\end{cases}$	$\begin{cases}x\geq 2\\y\geq \frac{1}{2}x\\x\leq 8\\y\leq x+5\end{cases}$	$\begin{cases}y\geq 2\\x\leq 8\\y\leq x+3\\y\geq -x-5\end{cases}$	

Problemi di programmazione lineare

741. Una ditta produce due tipi di televisori:
A. televisori con videoregistratore incorporato;
B. televisori senza videoregistratore.
Per soddisfare la clientela l'industria sa che deve produrre:
- almeno 20 televisori al giorno di tipo A, ma non più di 100;
- non più di 50 televisori al giorno di tipo B.

Si sa inoltre che:
- la ditta non può fabbricare più di 120 televisori al giorno;
- per ogni televisore di tipo A si ricavano 400 000 lire;
- per ogni televisore di tipo B si ricavano 100 000 lire.

Stabilire qual è il massimo ricavo che la ditta può realizzare. [r=42 milioni]

742. Calamità naturali o guerre richiedono di organizzare un «ponte aereo» per evacuare la popolazione di una zona. In generale, le compagnie aeree che mettono a disposizione i loro veicoli sono più di una, con aerei di capacità e costi diversi e si deve scegliere la soluzione più economica; ecco un esempio da esaminare.
Si debbono trasportare 800 persone e 100 tonnellate di bagagli. Una compagnia mette a disposizione 6 aerei di tipo A e ogni aereo può trasportare 100 passeggeri e 20 tonnellate di bagagli al prezzo di 200 milioni. Un'altra compagnia offre 8 aerei di tipo B e ogni aereo può trasportare 200 passeggeri e 10 tonnellate di bagagli al prezzo di 600 milioni.
Stabilire quanti aerei di tipo A e quanti aerei di tipo B conviene noleggiare per trasportare tutte le merci e tutte le persone al costo minimo. [6 A; 1 B]

743. Una piccola industria produce della cioccolata con due ingredienti fondamentali: cacao e latte. La produzione è soggetta alle seguenti condizioni:
- il quantitativo di latte non deve superare 2 volte e mezzo il cacao;
- la miscela di latte e cacao non deve superare il peso di 21 kg;
- si deve impiegare almeno 1 kg, ma non più di 8 kg di cacao.

Sapendo che il costo unitario del cacao è 6, mentre il costo unitario del latte è 1, determinare il costo minimo di produzione della cioccolata. [costo minimo 8,5]

744. Un gruppo di 6 amici deve organizzare un viaggio estivo che preveda almeno 10 giorni in Francia e non più di 20 giorni in Spagna, spendendo per l'alloggio non più di 5 milioni; ecco le informazioni disponibili:
- un giorno in campeggio in Francia costa circa 20 000 lire a persona;
- un appartamento per 6 persone in Spagna costa circa 700 000 lire a settimana.

Organizzare il viaggio che realizza il massimo numero di giorni di vacanza.
[25 giorni in Francia e 20 giorni in Spagna]