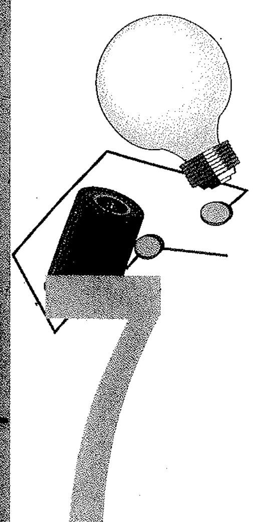
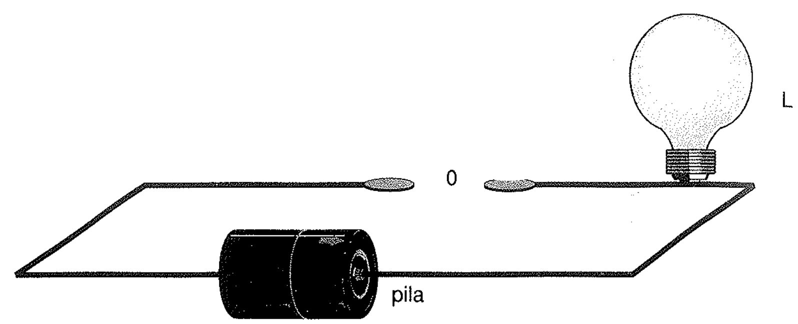


Sui circuiti logici

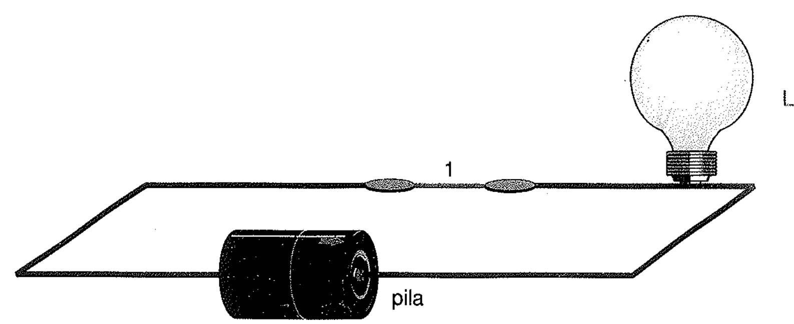
1. Spiegare perché al circuito di fig. 1 si associa sempre il valore 0; come si può descrivere il comportamento di un circuito con «interruttore 0»?

Figura 1
L'interruttore 0



2. Spiegare perché al circuito di fig. 2 si associa sempre il valore 1; come si può descrivere il comportamento di un circuito con «interruttore 1»?

Figura 2
L'interruttore 1



3. Descrivere con l'opportuno connettivo e con una tabella il comportamento del circuito che si ottiene applicando l'invertitore all'interruttore 0.

4. Descrivere con l'opportuno connettivo e con una tabella il comportamento del circuito che si ottiene applicando l'invertitore all'interruttore 1.

5. Dopo aver svolto gli esercizi 1 e 2, disegnare un circuito che presenti un interruttore a e l'interruttore 1 disposti in serie; descrivere con l'opportuno connettivo e con una tabella il comportamento del circuito.

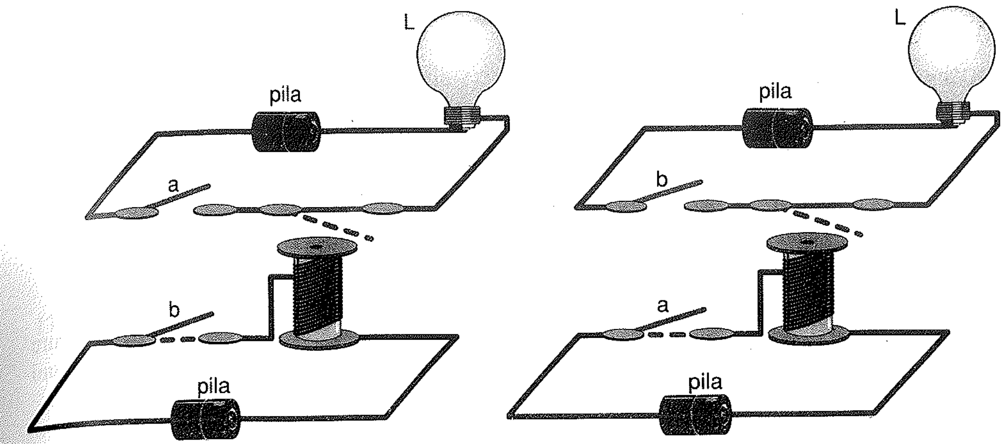
6. Dopo aver svolto gli esercizi 1 e 2, disegnare un circuito che presenti un interruttore a e l'interruttore 1 disposti in parallelo; descrivere con l'opportuno connettivo e con una tabella il comportamento del circuito.

7. Dopo aver svolto gli esercizi 1 e 2, disegnare un circuito che presenti un interruttore a e l'interruttore 0 disposti in serie; descrivere con l'opportuno connettivo e con una tabella il comportamento del circuito.

8. Dopo aver svolto gli esercizi 1 e 2, disegnare un circuito che presenti un interruttore a e l'interruttore 0 disposti in parallelo; descrivere con l'opportuno connettivo e con una tabella il comportamento del circuito.

9. Descrivere con gli opportuni connettivi e con i simboli grafici introdotti nelle figure 7, 8, 9 del paragrafo 1 (pp. 298-299), i due circuiti rappresentati in fig. 3.

Figura 3
Due circuiti da descrivere

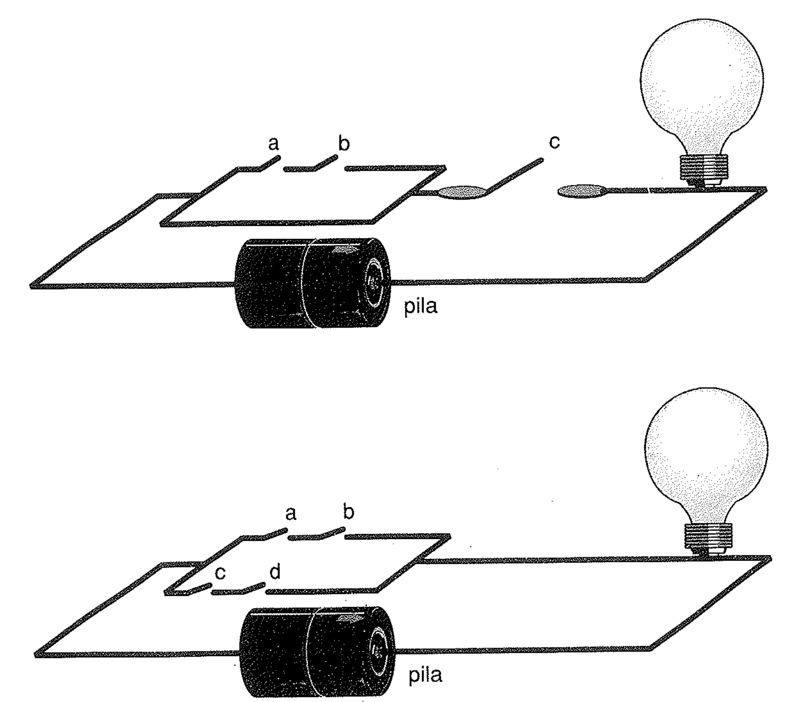


3*a* 3*b*

10. Descrivere con gli opportuni connettivi e con i simboli grafici introdotti nelle figure 7, 8, 9 del paragrafo 1, i due circuiti rappresentati in fig. 4.

Figura 4
Due circuiti da descrivere

4*a*



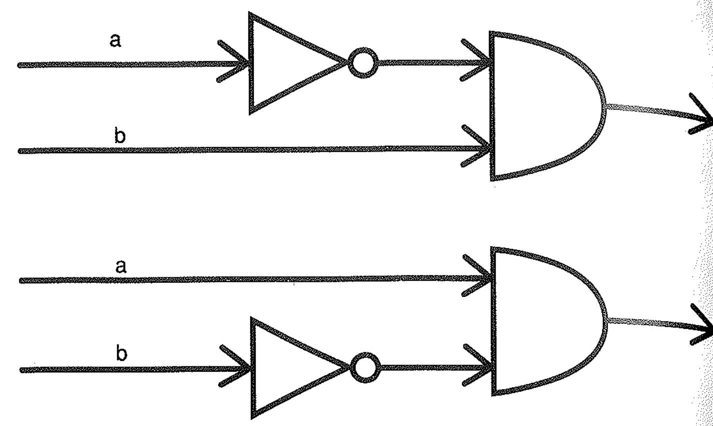
4*b*

11. La fig. 5 rappresenta due circuiti logici con i simboli grafici introdotti nelle figure 7, 8, 9 del paragrafo 1; descrivere il comportamento del circuito con gli opportuni connettivi e con una tabella.

Figura 5
Due circuiti logici da descrivere

5*a*

5*b*

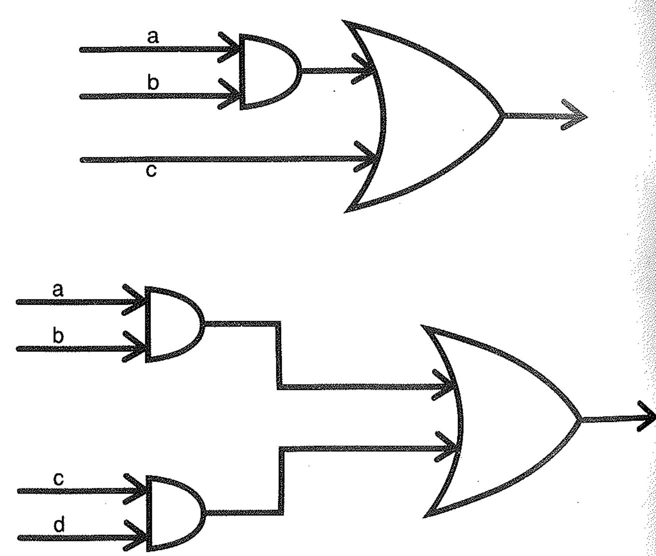


12. La fig. 6 rappresenta due circuiti logici con i simboli grafici introdotti nelle figure 7, 8, 9 del paragrafo 1; descrivere il comportamento del circuito con gli opportuni connettivi e con una tabella.

Figura 6
Due circuiti logici da descrivere

6*a*

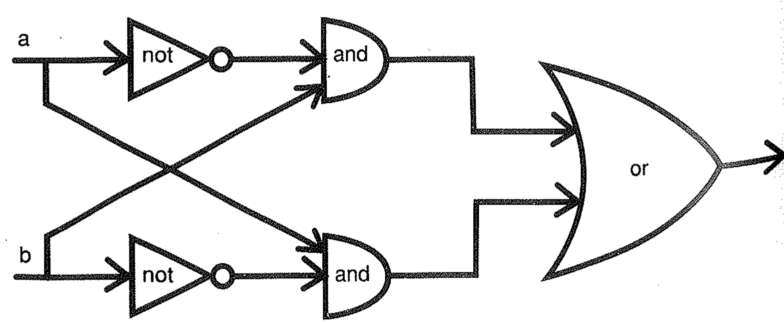
6*b*



13. Scrivere la tabella di «o esclusiva».

14. Spiegare perché il circuito descritto in fig. 7 realizza l'operazione «o esclusiva»; descrivere i vari casi che si possono presentare.

Figura 7
Circuito logico «exor»



Sulla logica

Sulle proposizioni

15. Esaminare i seguenti discorsi ed individuarvi le frasi che sono proposizioni, motivando la scelta.

I. «Ieri ero assente, ma la frequenza a scuola è molto importante, perciò oggi sono presente».
II. «Oggi piove, ma l'ombrello è una cosa antipatica, perciò ora non ho l'ombrello».
III. «Il professore di italiano è troppo severo: mi ha dato 5, perché ho scritto il tema senza punteggiatura».

16. Esaminare i seguenti discorsi ed individuarvi le frasi che sono proposizioni, motivando la scelta.

I. «La musica rock è bella: ieri ho sentito musica per 4 ore».
II. «Ieri ho comprato un paio di scarpe che sono molto belle».
III. «Questi pantaloni sono neri, perciò non sono di moda».

17. Scrivere almeno tre frasi che sono proposizioni ed altrettante che non sono proposizioni.

Sulle proposizioni semplici e composte

18. Esaminare le proposizioni indicate nella tabella seguente e completarla seguendo gli esempi svolti.

Proposizione da esaminare	È semplice?		Proposizioni di cui è composta	Connettivo
«5 è minore di 6»	~~SI~~	NO	×	×
«5 non è minore di 6»	SI	~~NO~~	*p*: «5 è minore di 6»	non
«5 è minore di 6 e maggiore di 4»	SI	~~NO~~	*p*: «5 è minore di 6» *q*: «5 è maggiore di 4»	e
«Un poligono regolare ha i lati e gli angoli uguali»	SI	NO		
«Un rettangolo è un poligono regolare»	SI	NO		
«Un rettangolo non è un poligono regolare»	SI	NO		
«Un poligono irregolare ha i lati o gli angoli disuguali»	SI	NO		
«Nel prodotto $a \cdot b$ vale 0 il fattore a o il fattore b»	SI	NO		
«Il prodotto $a \cdot b$ vale 0»	SI	NO		

19. Scrivere almeno due proposizioni semplici; scrivere le proposizioni ottenute dalle precedenti con il connettivo «non».

20. Scrivere due proposizioni semplici; scrivere la proposizione che si ottiene componendo le due precedenti con il connettivo «e».

21. Scrivere due proposizioni semplici; scrivere la proposizione che si ottiene componendo le due precedenti con il connettivo «o».

Sul connettivo «non»

22. Esaminare il valore di verità delle proposizioni seguenti; scrivere, accanto ad ogni proposizione, V se la proposizione è vera e F se la proposizione è falsa.
p: «Un rettangolo ha quattro lati»;
q: «Un rettangolo ha i quattro lati uguali»;
r: «Un rettangolo ha i quattro angoli uguali».
Scrivere le proposizioni $\sim p$, $\sim q$, $\sim r$ ed esaminarne il valore di verità.

23. Esaminare il valore di verità delle proposizioni seguenti; scrivere, accanto ad ogni proposizione, V se la proposizione è vera e F se la proposizione è falsa.
a: «L'opposto di –3 è 3»;
b: «Il reciproco di –3 è 3».
Scrivere le proposizioni $\sim a$, $\sim b$ ed esaminarne il valore di verità.

24. Esaminare il valore di verità delle seguenti proposizioni; scrivere, accanto ad ogni proposizione, V se la proposizione è vera e F se la proposizione è falsa.
p: «L'opposto di 0 è 0»;
q: «Il reciproco di 0 è 0»;
r: «Il reciproco di 0 non esiste».
Scrivere le proposizioni $\sim$p , $\sim$q , $\sim$r ed esaminarne il valore di verità.

25. Esaminare il valore di verità delle proposizioni seguenti; scrivere, accanto ad ogni proposizione, V se la proposizione è vera e F se la proposizione è falsa.
p: «Il quadrato di un numero negativo ha segno positivo»;
q: «25 è il quadrato del numero –5»;
r: «–25 è il quadrato del numero –5».
Scrivere le proposizioni $\sim p$, $\sim q$, $\sim r$ ed esaminarne il valore di verità.

26. Esaminare il valore di verità delle proposizioni seguenti; scrivere, accanto ad ogni proposizione, V se la proposizione è vera e F se la proposizione è falsa.
p: «Il cubo di un numero negativo ha segno negativo»;
q: «–8 è il cubo del numero –2»;
r: «8 è il cubo del numero –2».
Scrivere le proposizioni $\sim p$, $\sim q$, $\sim r$ ed esaminarne il valore di verità.

27. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, scrivere le proposizioni $\sim\sim p$, $\sim\sim q$, $\sim\sim r$ ed esaminarne il valore di verità.

28. Scrivere la tavola di verità del connettivo «$\sim\sim$», cioè della «doppia negazione» e spiegare qual è l'effetto di due negazioni.

Sul connettivo «e»

29. Esaminare le proposizioni composte indicate nella tabella seguente e completarla seguendo l'esempio svolto.

Proposizione composta	Proposizione P	Proposizione Q	P$\wedge$Q
«1 è l'elemento neutro rispetto all'addizione e alla moltiplicazione»	1 è l'elemento neutro rispetto all'addizione F	1 è l'elemento neutro rispetto alla moltiplicazione V	F
«Un poligono regolare ha i lati e gli angoli uguali»			
«Un rettangolo ha i lati e gli angoli uguali»			
«5 è minore di 6 e maggiore di 4»			
«3 e 5 sono numeri pari»			
«Quadrato e rettangolo sono pentagoni»			

30. Scrivere due proposizioni vere e formare la proposizione composta con il connettivo «e»; la proposizione composta è vera?

31. Scrivere due proposizioni false e formare la proposizione composta con il connettivo «e»; la proposizione composta è vera?

32. Scrivere una proposizione falsa ed una vera; formare la proposizione composta con il connettivo «e». La proposizione composta è vera?

Sul connettivo «o»

33. Esaminare le proposizioni composte indicate nella tabella seguente e completarla seguendo l'esempio svolto.

Proposizione composta	Proposizione P	Proposizione Q	P$\vee$Q
«1 è l'elemento neutro rispetto all'addizione o alla moltiplicazione»	1 è l'elemento neutro rispetto all'addizione F	1 è l'elemento neutro rispetto alla moltiplicazione V	V
«Un poligono regolare ha i lati o gli angoli uguali»			
«Un rettangolo ha i lati o gli angoli uguali»			
«9 è il quadrato di 3 o di –3»			
«Un quadrato ha i lati o gli angoli disuguali»			
«Un quadrato ha cinque o sei lati»			

34. Una linea d'autobus ha, in una certa strada, una fermata facoltativa: l'autobus si ferma quando c'è qualcuno che vuole scendere o qualcuno che vuole salire. In questo caso si usa «o» in senso inclusivo oppure esclusivo?

35. In Italia è ammesso agli esami di licenza media chi ha la licenza elementare o chi ha compiuto 23 anni. In questo caso si usa «o» in senso inclusivo oppure esclusivo?

36. Nella frase «Un numero razionale è positivo o negativo» si usa «o» in senso inclusivo oppure esclusivo?

37. Nella frase «Mi iscrivo al liceo classico o al liceo scientifico» si usa «o» in senso inclusivo oppure esclusivo?

38. Esaminare la proposizione seguente:
«Oggi vado a piedi o in autobus».
Elencare i casi in cui la proposizione è vera, considerando «o» in senso inclusivo.
Elencare i casi in cui la proposizione è vera, considerando «o» in senso esclusivo.

39. Esaminare la proposizione seguente:
«Paola ha imparato l'inglese a scuola o ha trascorso un lungo periodo in Inghilterra».
Elencare i casi in cui la proposizione è vera, considerando «o» in senso inclusivo.
Elencare i casi in cui la proposizione è vera, considerando «o» in senso esclusivo.

40. Spiegare la differenza fra «o inclusiva» e «o esclusiva»; compilare le tabelle di entrambi i connettivi e confrontarle.

41. Scrivere due proposizioni vere e formare la proposizione composta con il connettivo «o inclusiva»; la proposizione composta è vera?

42. Ripetere l'esercizio precedente valendosi del connettivo «o esclusiva».

43. Scrivere due proposizioni false e formare la proposizione composta con il connettivo «o inclusiva»; la proposizione composta è vera?

44. Ripetere l'esercizio precedente valendosi del connettivo «o esclusiva».

45. Scrivere una proposizione falsa ed una vera; formare la proposizione composta con il connettivo «o inclusiva». La proposizione composta è vera?

46. Ripetere l'esercizio precedente valendosi del connettivo «o esclusiva».

Riflettere su tutti i connettivi

47. Sono date le seguenti proposizioni:
p: «Ieri ho studiato matematica tutto il pomeriggio»;
q: «Oggi ho avuto una valutazione sufficiente in matematica».
Scrivere le seguenti proposizioni utilizzando i simboli logici:
I. «Ieri non ho studiato matematica tutto il pomeriggio».
II. «Oggi non ho avuto una valutazione sufficiente in matematica».
III. «Ieri ho studiato matematica tutto il pomeriggio e perciò oggi ho avuto una valutazione sufficiente in matematica».
Elencare i casi in cui ogni proposizione è vera.

48. A partire dalle proposizioni p, q indicate nell'esercizio precedente, scrivere le seguenti proposizioni utilizzando i simboli logici:
I. «Ieri non ho studiato matematica tutto il pomeriggio, tuttavia oggi ho avuto una valutazione sufficiente in matematica».
II. «Ieri ho studiato matematica tutto il pomeriggio, ma, malgrado ciò, oggi non ho avuto una valutazione sufficiente in matematica».
III. «Ieri non ho studiato matematica tutto il pomeriggio e perciò oggi non ho avuto una valutazione sufficiente in matematica».
Elencare i casi in cui ogni proposizione è vera.

49. Sono date le seguenti proposizioni:
p: «Il quadrato di –4 vale 16»;
q: «–16 è il quadrato di –4».
Scrivere le seguenti proposizioni utilizzando i simboli logici:
I. «Non è vero che il quadrato di –4 vale 16».
II. «Non è vero che –16 è il quadrato di –4».
III. «Il quadrato di –4 vale 16 e perciò –16 è il quadrato di –4».
Indicare le proposizioni vere.

50. A partire dalle proposizioni p, q indicate nell'esercizio precedente, scrivere le seguenti proposizioni utilizzando i simboli logici:
I. «Non è vero che –16 è il quadrato di –4, dato che il quadrato di – 4 vale 16».
II. « –16 è il quadrato di –4, dato che non è vero che il quadrato di –4 vale 16».
III. «Non è vero che –16 è il quadrato di –4, dato che non è vero che il quadrato di –4 vale 16».
Indicare le proposizioni vere.

51. Sono date le seguenti proposizioni:
p: «0 è l'opposto di 0»;
q: «0 è il reciproco di 0».
Scrivere le seguenti proposizioni utilizzando i simboli logici:
I. «Non è vero che 0 è l'opposto di 0».
II. «Non è vero che 0 non è l'opposto di 0».
III. «0 è l'opposto o il reciproco di 0».
Indicare le proposizioni vere.

52. A partire dalle proposizioni p, q indicate nell'esercizio precedente, scrivere le seguenti proposizioni utilizzando i simboli logici:
I. «Non è vero che 0 è il reciproco di 0».
II. «Non è vero che 0 non è il reciproco di 0».
III. «0 è l'opposto e il reciproco di 0».
Indicare le proposizioni vere.

53. A partire dalle proposizioni p, q indicate nell'esercizio 51, scrivere le seguenti proposizioni utilizzando i simboli logici:
I. «0 è il reciproco di 0, ma non è vero che 0 è l'opposto di 0».
II. «0 è il reciproco ma non l'opposto di 0».
III. «Non è vero che 0 è l'opposto o il reciproco di 0».
Indicare le proposizioni vere.

54. A partire dalle proposizioni p, q indicate nell'esercizio 51, scrivere le seguenti proposizioni utilizzando i simboli logici:
I. «0 è l'opposto, ma non il reciproco di 0».
II. «Non è vero che 0 è l'opposto e il reciproco di 0».
III. «0 non è né l'opposto né il reciproco di 0».
Indicare le proposizioni vere.

55. Sono date le seguenti proposizioni:
a: «Questa mattina ero assente alla lezione di fisica».
b: «Oggi pomeriggio studio la lezione sul testo».
Scrivere le seguenti proposizioni composte utilizzando il linguaggio ordinario:
$\sim a \quad \sim b \quad a \wedge b \quad a \vee b$
Dire in quali casi ogni proposizione composta è vera.

56. A partire dalle stesse proposizioni a, b indicate nell'esercizio precedente, scrivere le seguenti proposizioni composte utilizzando il linguaggio ordinario:
$\sim a \wedge b \quad a \wedge \sim b \quad \sim a \wedge \sim b \quad \sim(a \wedge b)$
Dire in quali casi ogni proposizione composta è vera.

57. A partire dalle stesse proposizioni a, b indicate nell'esercizio 55, scrivere le seguenti proposizioni composte utilizzando il linguaggio ordinario:

$\sim a \vee b \quad a \vee \sim b \quad \sim a \vee \sim b \quad \sim(a \vee b)$

Dire in quali casi ogni proposizione composta è vera.

58. Sono date le seguenti proposizioni:
a: «Un triangolo isoscele ha due lati uguali»;
b: «Un triangolo isoscele ha due angoli uguali».
Scrivere le seguenti proposizioni composte utilizzando il linguaggio ordinario:

$\sim a \quad \sim b \quad a \wedge b \quad a \vee b$

Indicare le proposizioni vere.

59. A partire dalle stesse proposizioni indicate nell'esercizio precedente, scrivere le seguenti proposizioni composte utilizzando il linguaggio ordinario:

$\sim a \vee a \quad \sim b \vee b$

Quale caratteristica presentano le due proposizioni?

60. A partire dalle stesse proposizioni a, b indicate nell'esercizio 58, scrivere le seguenti proposizioni composte utilizzando il linguaggio ordinario:

$a \wedge \sim a \quad b \wedge \sim b$

Quale caratteristica presentano le due proposizioni?

61. A partire dalle stesse proposizioni a, b indicate nell'esercizio 58, scrivere le seguenti proposizioni composte utilizzando il linguaggio ordinario:

$\sim a \wedge b \quad a \wedge \sim b \quad \sim a \wedge \sim b \quad \sim(a \wedge b)$

Indicare le proposizioni vere.

62. A partire dalle stesse proposizioni a, b indicate nell'esercizio 58, scrivere le seguenti proposizioni composte utilizzando il linguaggio ordinario:

$\sim a \vee b \quad a \vee \sim b \quad \sim a \vee \sim b \quad \sim(a \vee b)$

Indicare le proposizioni vere.

63. Scrivere la tavola di verità della proposizione $\sim a \wedge a$. Quale caratteristica presenta la tavola di verità?

64. Scrivere la tavola di verità della proposizione $\sim a \wedge b$.

65. Scrivere la tavola di verità della proposizione $a \wedge \sim b$.

66. Scrivere la tavola di verità della proposizione $\sim a \wedge \sim b$.

67. Scrivere la tavola di verità della proposizione $\sim a \vee a$. Quale caratteristica presenta la tavola di verità?

68. Scrivere la tavola di verità della proposizione $\sim a \vee b$.

69. Scrivere la tavola di verità della proposizione $a \vee \sim b$.

70. Scrivere la tavola di verità della proposizione $\sim a \vee \sim b$.

71. Scrivere la tavola di verità della proposizione $\sim(a \wedge b)$, spiegando la differenza fra le formule $\sim a \wedge b$ e $\sim(a \wedge b)$.

72. Scrivere la tavola di verità della proposizione $\sim(a \vee b)$, spiegando la differenza fra le formule $\sim a \vee b$ e $\sim(a \vee b)$.

73. Scrivere la tavola di verità della proposizione $(\sim a \wedge b) \vee (a \wedge \sim b)$; verificare che la tavola realizza la disgiunzione «o esclusiva» fra le proposizioni a, b.

74. Sono date le seguenti proposizioni:
a: «Un rettangolo ha i lati uguali».
b: «Un rettangolo ha gli angoli uguali».
c: «Un rettangolo ha le diagonali uguali».
Scrivere le seguenti proposizioni composte utilizzando il linguaggio ordinario:

$a \wedge b \wedge c \quad a \vee b \vee c$

Indicare le proposizioni vere.

75. A partire dalle stesse proposizioni a, b, c indicate nell'esercizio precedente, scrivere le seguenti proposizioni composte utilizzando il linguaggio ordinario:

$a \vee (b \wedge c) \quad a \wedge (b \vee c)$

Indicare le proposizioni vere.

Sugli insiemi

Proposizioni e insiemi

76. È dato un insieme quando è stabilito un criterio per decidere se un oggetto appartiene o no all'insieme. Questo criterio può essere espresso con una frase che deve essere una proposizione, cioè una frase che può essere solo vera o falsa.
Esaminare gli enunciati seguenti e decidere quali individuano un insieme, motivando la scelta.
I. «Gli alunni della classe che sono intelligenti».
II. «Gli alunni della classe che oggi portano gli occhiali».
III. «Le regioni italiane che sono ricche».
IV. «Le regioni italiane che sono bagnate dal mare».

77. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, esaminare le frasi seguenti e decidere quali individuano un insieme, motivando la scelta.
I. «I numeri».
II. «I numeri razionali».
III. «I poligoni che hanno pochi lati».
IV. «I poligoni che hanno meno di 6 lati».

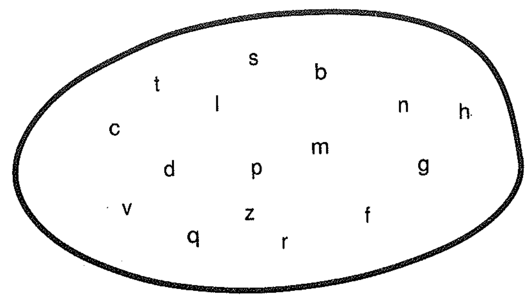
78. Un insieme può anche essere dato elencandone gli elementi, che abitualmente vengono racchiusi fra due parentesi graffe; individuare i criteri che portano a costruire i seguenti insiemi:
A≡{Sicilia, Sardegna}
B≡{aprile, giugno, settembre, novembre}

79. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, individuare i criteri che portano a costruire i seguenti insiemi:
C≡{a, e, i, o, u}
D≡{0, 1, 2, 3, 4}

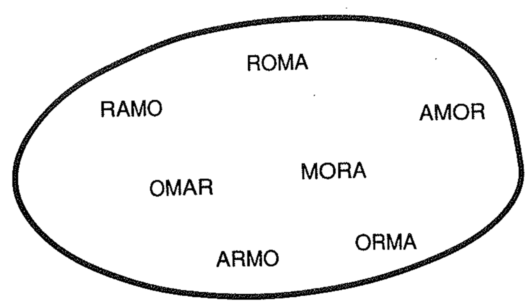
80. Un insieme può anche essere dato per mezzo di un grafico, chiamato *diagramma di Venn*: si disegna una curva chiusa, come se fosse un immaginario recinto che racchiude tutti gli elementi dell'insieme.
Individuare i criteri che portano a costruire gli insiemi visualizzati nella fig. 8.

Figura 8
Due insiemi da esaminare

8*a*



8*b*



81. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, rappresentare con un diagramma di Venn gli insiemi descritti negli esercizi 78 e 79.

82. Per esprimere il fatto che un oggetto appartiene a un dato insieme, si usa il simbolo «$\in$», che si legge «appartiene»; così la proposizione «3 è un numero naturale», si può anche esprimere in una delle due forme seguenti:
«3 appartiene all'insieme dei numeri naturali» «$3 \in N$»
Riprendere gli insiemi C e D descritti nell'esercizio 79 e riscrivere le seguenti proposizioni valendosi del simbolo «$\in$»:
«u è una vocale»;
«2 è un numero naturale minore di 5».

83. Esaminare le seguenti formule:

$10 \in N \quad -1 \notin N \quad -1 \in Z \quad 10 \in Z$

dove:
- la lettera N contrassegna l'insieme dei numeri naturali;
- la lettera Z contrassegna l'insieme dei numeri interi;
- il simbolo $\in$ significa «appartiene»;
- il simbolo $\notin$ significa «non appartiene».

Tradurre le formule in proposizioni e stabilire quali proposizioni sono vere e quali false.

84. Ripetere l'esercizio precedente, a partire dalle seguenti formule:

$0{,}5 \notin Z \quad 0{,}5 \in Q \quad -1 \in Q \quad 10 \in Q$

dove la lettera Q contrassegna l'insieme dei numeri razionali.

85. L'esercizio 83 conduce a richiamare una proprietà degli insiemi N e Z: i naturali fanno parte degli interi, cioè N è un *sottoinsieme* di Z. In altre parole l'insieme Z degli interi contiene l'insieme N dei naturali; questa situazione si esprime con il simbolo «$\supset$», che si legge «contiene».
Tradurre le seguenti formule in proposizioni e stabilire quale proposizione è vera e quale è falsa:

$N \supset Z \quad Z \supset N$

86. Ripetere l'esercizio 85 a partire dalle formule seguenti, che riguardano l'insieme N dei naturali, l'insieme Z degli interi e l'insieme Q dei razionali:

$Z \supset Q \quad Q \supset Z \quad N \supset Q \quad Q \supset N$

87. Considerare l'insieme N dei numeri naturali e l'insieme P dei numeri naturali pari; collegare gli insiemi P e N con il simbolo «$\supset$».

88. Considerare l'insieme I dei triangoli isosceli e l'insieme E dei triangoli equilateri; collegare gli insiemi I e E con il simbolo «$\supset$».

89. Un insieme molto particolare è «l'insieme vuoto», indicato convenzionalmente con il simbolo $\varnothing$: è l'insieme che non contiene elementi e può quindi essere definito in molti modi. Ecco qualche esempio:
- l'insieme degli uomini che hanno 300 anni;
- l'insieme dei triangoli con tre angoli retti;
- l'insieme dei numeri naturali più piccoli di 0.

Scrivere qualche altro criterio che descriva l'insieme vuoto.

90. Un altro insieme da esaminare è «l'insieme universo», indicato spesso con il simbolo U, che si introduce quando si considerano tanti sottoinsiemi di uno stesso insieme U; ecco qualche esempio:
- lavorando con l'insieme N dei naturali e l'insieme Z degli interi, si può dire che l'insieme U è l'insieme dei razionali;
- lavorando con l'insieme I dei triangoli isosceli e l'insieme E dei triangoli equilateri, si può dire che l'insieme U è l'insieme dei triangoli.

Descrivere qualche altra situazione, in cui si trattano dei sottoinsiemi di uno stesso insieme universo.

91. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, indicare un insieme universo che sia adatto a ciascuno dei seguenti elenchi di insiemi:
I. l'insieme A dei quadrati, l'insieme B dei rettangoli, l'insieme C dei rombi;
II. l'insieme M dei trapezi, l'insieme N dei parallelogrammi;
III. l'insieme P dei numeri pari, l'insieme D dei numeri dispari.

Scoprire errori

92. Le formule seguenti sono *errate*; scoprire gli errori e correggerli.

$N \supset 3 \quad Z \in Q \quad N \in Q \quad Z \supset -1$

93. Le formule seguenti descrivono delle proposizioni che sono tutte false; scrivere le corrispondenti proposizioni vere, sia utilizzando il linguaggio ordinario che valendosi dei simboli appropriati.

$1 \notin Q \qquad -1 \notin Q \qquad -1 \in N \qquad -\frac{3}{2} \in Z$

Intersezione di due insiemi

94. Completare la tabella, indicando l'intersezione delle coppie di insiemi.

Insieme P	Insieme Q	P∩Q
Rombi	Rettangoli	
Poligoni equilateri	Poligoni equiangoli	
Triangoli rettangoli	Triangoli isosceli	
Triangoli isosceli	Triangoli equilateri	
Triangoli rettangoli	Triangoli equilateri	
Parallelogrammi	Trapezi	

95. Completare la tabella, indicando l'intersezione delle coppie di insiemi.

Insieme P	Insieme Q	P∩Q
Numeri razionali positivi	Numeri razionali minori di 1	
Numeri interi negativi	Numeri interi maggiori di –2	
Numeri interi negativi	Numeri interi maggiori di 3	
Numeri interi positivi	Numeri interi maggiori di 3	
Numeri naturali	Numeri naturali dispari	
Numeri naturali pari	Numeri naturali dispari	

96. Considerare due insiemi a scelta e determinarne l'intersezione.

97. È dato un insieme A, sottoinsieme di un insieme universo U, e l'insieme vuoto ∅; determinare il risultato delle seguenti operazioni, motivando la risposta:

$A \cap U \qquad A \cap \varnothing$

Unione di due insiemi

98. Completare la tabella, indicando l'unione delle coppie di insiemi.

Insieme P	Insieme Q	P∪Q
Rombi	Rettangoli	
Poligoni equilateri	Poligoni equiangoli	
Triangoli rettangoli	Triangoli isosceli	
Triangoli isosceli	Triangoli equilateri	
Triangoli rettangoli	Triangoli equilateri	
Parallelogrammi	Trapezi	

99. Completare la tabella, indicando l'unione delle coppie di insiemi.

Insieme P	Insieme Q	P∪Q
Numeri razionali positivi	Numeri razionali minori di 1	
Numeri interi negativi	Numeri interi maggiori di –2	
Numeri interi negativi	Numeri interi maggiori di 3	
Numeri interi positivi	Numeri interi maggiori di 3	
Numeri naturali	Numeri naturali dispari	
Numeri naturali pari	Numeri naturali dispari	

100. Considerare due insiemi a scelta e determinarne l'unione.

101. È dato un insieme A, sottoinsieme di un insieme universo U, e l'insieme vuoto ∅; determinare il risultato delle seguenti operazioni, motivando la risposta:

$A \cup U \qquad A \cup \varnothing$

Sul complementare di un insieme

102. Completare la tabella seguente indicando il complementare di ogni insieme A rispetto al corrispondente insieme universo U.

Insieme A	Universo U	$\overline{A}$
Quadrati	Rettangoli	
Quadrati	Rombi	
Rettangoli	Parallelogrammi	
Triangoli equilateri	Triangoli isosceli	
Poligoni regolari	Poligoni equilateri	
Poligoni regolari	Poligoni equiangoli	

103. Completare la tabella seguente tindicando il complementare di ogni insieme A rispetto al corrispondente insieme universo U.

Insieme A	Universo U	$\overline{A}$
Numeri pari	Numeri naturali	
Numeri naturali	Numeri interi	
Interi	Numeri razionali	
Numeri razionali negativi	Numeri razionali	
Numeri decimali periodici	Numeri razionali	
Numeri primi	Numeri naturali	

104. Considerare un insieme a scelta e determinarne il complementare rispetto ad un opportuno insieme universo.

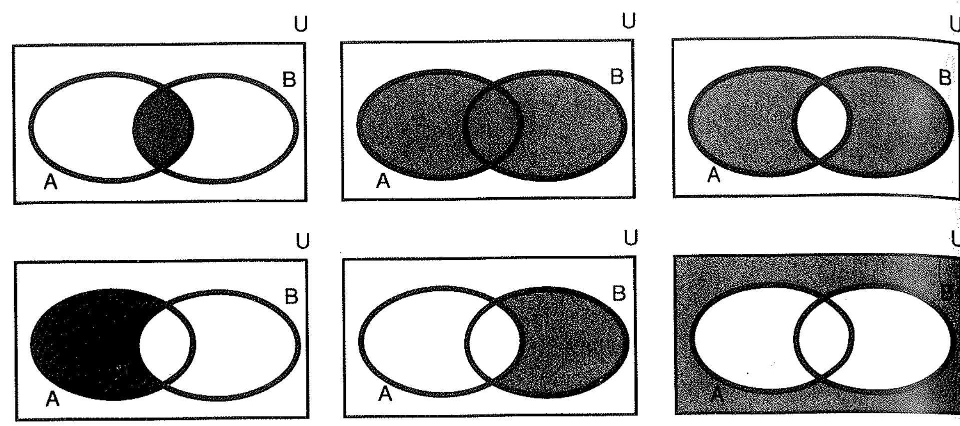
105. È dato un insieme qualunque A, sottoinsieme di un insieme universo U; che cosa si ottiene considerando il complementare del complementare di A? Motivare la risposta.

Su tutte le operazioni fra insiemi

106. Esaminare gli insiemi rappresentati in fig. 9 ed elencare gli elementi contenuti nelle zone grigie.

Figura 9
Descrivere gli elementi che compaiono nella parte grigia

A: insieme degli alunni assenti oggi
B: insieme degli alunni assenti ieri
U: insieme degli alunni della classe



107. Sono dati i seguenti insiemi:

A: l'insieme dei triangoli di area 6 cm^2;
R: l'insieme dei triangoli rettangoli;
U: l'insieme dei triangoli.

Scrivere le operazioni da eseguire per ottenere i seguenti insiemi:

I. l'insieme dei triangoli che non sono rettangoli;
II. l'insieme dei triangoli che non hanno l'area di 6 cm^2;
III. l'insieme dei triangoli rettangoli con l'area di 6 cm^2.

Rappresentare tutti gli insiemi con un diagramma di Venn.

108. Ancora a partire dagli insiemi A, R, U indicati nell'esercizio precedente, scrivere le operazioni da eseguire per ottenere i seguenti insiemi:

I. l'insieme dei triangoli che hanno l'area di 6 cm^2, ma non sono rettangoli;
II. l'insieme dei triangoli rettangoli che non hanno l'area di 6 cm^2;
III. l'insieme dei triangoli che non sono rettangoli e non hanno l'area di 6 cm^2.

Rappresentare tutti gli insiemi con un diagramma di Venn.

109. Sono dati i seguenti insiemi:

M: l'insieme dei multipli di 3;
D: l'insieme dei divisori di 12;
U: l'insieme dei numeri naturali minori di 20.

Scrivere le operazioni da eseguire per ottenere i seguenti insiemi:

I. l'insieme dei numeri che sono multipli di 3 o divisori di 12;
II. l'insieme dei numeri che non sono multipli di 3 o non sono divisori di 12;
III. l'insieme dei numeri che non sono né multipli di 3 né divisori di 12.

Rappresentare tutti gli insiemi con un diagramma di Venn.

110. Ancora a partire dagli insiemi M, D, U indicati nell'esercizio precedente, scrivere le operazioni da eseguire per ottenere i seguenti insiemi:

I. l'insieme dei numeri che sono divisori di 12 senza essere multipli di 3;
II. l'insieme dei numeri che sono multipli di 3 senza essere divisori di 12;
III. l'insieme dei numeri che non sono contemporaneamente multipli di 3 e divisori di 12.

Rappresentare tutti gli insiemi con un diagramma di Venn.

111. Sono dati i seguenti insiemi:

A: l'insieme dei multipli di 2;
B: l'insieme dei multipli di 5;
U: l'insieme dei numeri naturali divisori di 100.

Rappresentare con un diagramma di Venn gli insiemi assegnati e gli insiemi seguenti:

$\overline{A}$ $\overline{B}$ $A\cap B$ $A\cup B$

112. A partire dagli stessi insiemi A, B, U indicati nell'esercizio precedente, descrivere e rappresentare con un diagramma di Venn i seguenti insiemi:

$\overline{A}\cap B$ $A\cap\overline{B}$ $\overline{A}\cap\overline{B}$ $\overline{A\cap B}$

113. A partire dagli stessi insiemi A, B, U indicati nell'esercizio 111, descrivere e rappresentare con un diagramma di Venn i seguenti insiemi:

$\overline{A}\cup B$ $A\cup\overline{B}$ $\overline{A}\cup\overline{B}$ $\overline{A\cup B}$

114. Sono dati i seguenti insiemi:

A: l'insieme dei numeri pari;
B: l'insieme dei numeri primi;
U: l'insieme dei naturali minori di 10.

Rappresentare con un diagramma di Venn gli insiemi assegnati e i seguenti insiemi:

$\overline{A}$ $\overline{B}$ $A\cap B$ $A\cup B$

115. A partire dagli stessi insiemi A, B, U indicati nell'esercizio precedente, descrivere e rappresentare con un diagramma di Venn i seguenti insiemi:

$\overline{A}\cap B$ $A\cap\overline{B}$ $\overline{A}\cap\overline{B}$ $\overline{A\cap B}$

116. A partire dagli stessi insiemi A, B, U indicati nell'esercizio 114, descrivere e rappresentare con un diagramma di Venn i seguenti insiemi:

$\overline{A}\cup B$ $A\cup\overline{B}$ $\overline{A}\cup\overline{B}$ $\overline{A\cup B}$

117. A partire dagli stessi insiemi A, B, U indicati nell'esercizio 114, descrivere il risultato delle seguenti operazioni:

$A\cap\overline{A}$ $B\cap\overline{B}$

118. A partire dagli stessi insiemi A, B, U indicati nell'esercizio 114, descrivere il risultato delle seguenti operazioni:

$A\cup\overline{A}$ $B\cup\overline{B}$

119. Spiegare perché l'operazione $A\cap\overline{A}$ dà sempre lo stesso risultato, qualunque sia l'insieme A considerato.

120. Spiegare perché l'operazione $A\cup\overline{A}$ dà sempre lo stesso risultato, qualunque sia l'insieme A considerato.

121. Sono dati i seguenti insiemi:
A: l'insieme dei numeri dispari;
B: l'insieme dei numeri multipli di 3;
U: l'insieme dei numeri naturali minori di 20.
Rappresentare con un diagramma di Venn il seguente insieme:

$(\overline{A}\cap B) \cup (A\cap\overline{B})$

Descrivere l'insieme con una proposizione. Verificare che nella proposizione compare il connettivo «o esclusiva».

122. Sono dati i seguenti insiemi:
A: l'insieme dei multipli di 4;
B: l'insieme dei multipli di 3;
C: l'insieme dei numeri pari;
U: l'insieme dei numeri naturali minori di 20.
Descrivere e rappresentare con un diagramma di Venn i seguenti insiemi:

$A\cap B\cap C \quad A\cup B\cup C$

123. A partire dagli stessi insiemi A, B, C, U indicati nell'esercizio precedente, descrivere e rappresentare con un diagramma di Venn i seguenti insiemi:

$A\cap(B\cup C) \quad A\cup(B\cap C)$

Sull'algebra di Boole

124. Spiegare il significato delle espressioni

$a+0 \quad a\cdot 0$

nell'algebra delle proposizioni e compilarne le corrispondenti tavole di verità. Esaminare i casi particolari $a=0$, $a=1$.

125. Spiegare il significato delle espressioni

$a+0 \quad a\cdot 0$

nell'algebra degli insiemi e determinarne il risultato.
Esaminare i casi particolari $a=0$, $a=1$.

126. Spiegare il significato delle espressioni

$a+1 \quad a\cdot 1$

nell'algebra delle proposizioni e compilarne le corrispondenti tavole di verità. Esaminare i casi particolari $a=0$, $a=1$.

127. Spiegare il significato delle espressioni

$a+1 \quad a\cdot 1$

nell'algebra degli insiemi e determinarne il risultato.
Esaminare i casi particolari $a=0$, $a=1$.

128. Disegnare i due circuiti che realizzano le espressioni seguenti:

$a+\overline{a} \quad a\cdot\overline{a}$

Descrivere il comportamento di ciascun circuito.
Esaminare i casi particolari $a=0$, $a=1$.

129. Spiegare il significato delle espressioni

$a+\overline{a} \quad a\cdot\overline{a}$

nell'algebra delle proposizioni e compilarne le corrispondenti tavole di verità. Esaminare i casi particolari $a=0$, $a=1$.

130. Spiegare il significato delle espressioni

$a+\overline{a} \quad a\cdot\overline{a}$

nell'algebra degli insiemi e determinarne il risultato. Esaminare i casi particolari $a=0$, $a=1$.

Sulle proprietà dell'algebra di Boole

131. Disegnare i due circuiti che realizzano le espressioni seguenti:

$a+b \quad b+a$

Descrivere il comportamento dei circuiti e spiegare come si verifica che vale la proprietà commutativa dell'addizione. Esaminare i casi particolari $b=0$, $b=1$.

132. Disegnare i due circuiti che realizzano le espressioni seguenti:

$a\cdot b \quad b\cdot a$

Descrivere il comportamento dei circuiti e spiegare come si verifica che vale la proprietà commutativa della moltiplicazione. Esaminare i casi particolari $b=0$, $b=1$.

133. Interpretare nell'algebra delle proposizioni le due formule:

$a+b \quad b+a$

Spiegare come si verifica che vale la proprietà commutativa dell'addizione, portando anche qualche opportuno esempio.

134. Interpretare nell'algebra delle proposizioni le due formule:

$a\cdot b \quad b\cdot a$

Spiegare come si verifica che vale la proprietà commutativa della moltiplicazione, portando anche qualche opportuno esempio.

135. Disegnare i due circuiti che realizzano le espressioni seguenti:

$(a+b)+c \quad a+(b+c)$

Descrivere il comportamento dei circuiti e spiegare come si verifica che vale la proprietà associativa dell'addizione. Esaminare i casi particolari $b=c=0$, $b=c=1$.

136. Disegnare i due circuiti che realizzano le espressioni seguenti:

$(a\cdot b)\cdot c \quad a\cdot(b\cdot c)$

Descrivere il comportamento dei circuiti e spiegare come si verifica che vale la proprietà associativa della moltiplicazione. Esaminare i casi particolari $b=c=0$, $b=c=1$.

137. Interpretare nell'algebra delle proposizioni le due formule:

$(a+b)+c \quad a+(b+c)$

Spiegare come si verifica che vale la proprietà associativa dell'addizione, portando anche qualche opportuno esempio.

138. Interpretare nell'algebra delle proposizioni le due formule:

$(a\cdot b)\cdot c \quad a\cdot(b\cdot c)$

Spiegare come si verifica che vale la proprietà associativa della moltiplicazione, portando anche qualche opportuno esempio.

139. Disegnare i due circuiti che realizzano le espressioni seguenti:

$a\cdot(b+c)$ $\quad a\cdot b+a\cdot c$

Descrivere il comportamento dei circuiti e spiegare come si verifica che vale la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione. Esaminare i casi particolari $b=c=0$, $b=c=1$.

140. Interpretare nell'algebra delle proposizioni le due formule:

$a\cdot(b+c)$ $\quad a\cdot b+a\cdot c$

Spiegare come si verifica che vale la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione, portando anche qualche esempio opportuno.

141. Disegnare i due circuiti che realizzano le espressioni seguenti:

$a+(b\cdot c)$ $\quad (a+b)\cdot(a+c)$

Descrivere il comportamento dei circuiti e spiegare come si verifica che vale la proprietà distributiva dell'addizione rispetto alla moltiplicazione. Esaminare i casi particolari $b=c=0$, $b=c=1$.

142. Interpretare nell'algebra delle proposizioni le due formule:

$a+(b\cdot c)$ $\quad (a+b)\cdot(a+c)$

Spiegare come si verifica che vale la proprietà distributiva dell'addizione rispetto alla moltiplicazione, portando anche qualche opportuno esempio.

Sviluppo di espressioni nell'algebra di Boole

143. Verificare che nell'algebra di Boole risulta:

$a+a=a$ $\quad a+(a\cdot b)=a\cdot(a+b)$

Interpretare le identità dal punto di vista insiemistico e logico.

144. Disegnare i due circuiti che realizzano le espressioni:

$a+(a\cdot b)$ $\quad a\cdot(a+b)$

Descrivere il comportamento dei due circuiti.

145. Verificare che nell'algebra di Boole risulta:

$a+(a\cdot b)=a\cdot(1+b)$ $\quad a+(a\cdot b)=a$

Interpretare le identità dal punto di vista insiemistico e logico.

146. Sviluppare le seguenti espressioni:

$a+(a\cdot 1)$ $\quad a+(a\cdot 0)$

Interpretare i risultati dal punto di vista insiemistico e logico.

147. Sviluppare le seguenti espressioni:

$1+(1\cdot b)$ $\quad 0+(0\cdot b)$

Interpretare i risultati dal punto di vista insiemistico e logico.

148. Disegnare i due circuiti che realizzano le espressioni:

$a+(\bar{a}\cdot b)$ $\quad a+b$

Descrivere il comportamento dei due circuiti.

149. Verificare che nell'algebra di Boole risultano sempre vere le due uguaglianze seguenti:

$a+(\bar{a}\cdot b)=(a+b)\cdot(a+\bar{a})$ $\quad a+(\bar{a}\cdot b)=a+b$

Interpretare le identità dal punto di vista insiemistico e logico.

150. Sviluppare le seguenti espressioni:

$a+(\bar{a}\cdot 1)$ $\quad a+(\bar{a}\cdot 0)$

Interpretare i risultati dal punto di vista insiemistico e logico.

Sulle leggi di De Morgan

151. Verificare che nell'algebra di Boole risulta:

$\overline{\bar{a}\cdot b}=a+\bar{b}$ $\quad \overline{\bar{a}+b}=a\cdot\bar{b}$

Interpretare le identità dal punto di vista insiemistico e logico.

152. Verificare che nell'algebra di Boole risulta:

$\overline{a\cdot\bar{b}}=\bar{a}+b$ $\quad \overline{a+\bar{b}}=\bar{a}\cdot b$

Interpretare le identità dal punto di vista insiemistico e logico.

153. Verificare che nell'algebra di Boole risulta:

$\overline{a\cdot b+\bar{a}}=a\cdot\bar{b}$

Interpretare l'identità dal punto di vista insiemistico e logico.

154. Verificare che nell'algebra di Boole risulta:

$\overline{a+b\cdot\bar{a}}=a+\bar{b}$

Interpretare l'identità dal punto di vista insiemistico e logico.

155. Verificare che nell'algebra di Boole risulta:

$\overline{a\cdot b}+\bar{a}+b=1$

Interpretare l'identità dal punto di vista insiemistico e logico.

156. Verificare che nell'algebra di Boole risulta:

$a\cdot(\bar{a}+b)\cdot(\bar{a}+\bar{b})=0$

Interpretare l'identità dal punto di vista insiemistico e logico.

157. Verificare che nell'algebra di Boole risulta:

$\overline{a+b}+a\cdot\bar{b}+a\cdot b=a+\bar{b}$

Interpretare l'identità dal punto di vista insiemistico e logico.