

Introduzione al calcolo letterale

1. Esaminare la formula per calcolare l'area S di un parallelogramma:

$$S = b \cdot h$$

Scegliere fra le seguenti due frasi quella che descrive correttamente il significato delle lettere, motivando la scelta.

- I. « b è la base e h è l'altezza del parallelogramma»;
- II. « b indica la misura di un lato e h indica la misura dell'altezza relativa a quel lato».

2. Esaminare la formula per calcolare l'area S di un triangolo:

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

Scegliere fra le seguenti due frasi quella che descrive correttamente il significato delle lettere, motivando la scelta.

- I. « b è la base e h è l'altezza del triangolo»;
- II. « b indica la misura di un lato e h indica la misura dell'altezza relativa a quel lato».

3. Esaminare la formula che descrive il moto rettilineo uniforme:

$$s = v \cdot t$$

Scegliere fra le seguenti due frasi quella che descrive in modo completo il significato delle lettere, motivando la scelta.

- I. « s indica la distanza percorsa, t indica il tempo impiegato a percorrere la distanza s , mantenendo costante la velocità v »;
- II. « s è lo spazio e t è il tempo».

4. Quando si paga un professionista, al costo della prestazione vanno aggiunti i seguenti contributi:

- l'IVA, che è il 19% del costo;
- il contributo integrativo, che è il 2% del costo.

Infine deve essere sottratta al costo la ritenuta d'acconto, che è il 19% del costo.

Se la prestazione costa 1 milione di lire, qual è la somma totale da pagare?

Scrivere una formula che fornisca la somma totale S da pagare per una prestazione che costa c lire.

5. Un alunno ha avuto nei compiti di matematica i seguenti voti: 4 5 7 6

Calcolare la media dei voti.

Scrivere una formula che fornisca la media m di 4 voti a, b, c, d .

6. Scrivere la formula che permette di calcolare l'area S di un rettangolo con i lati lunghi a e b .

Scrivere la formula per calcolare il perimetro P del rettangolo.

Esprimere le due formule scrivendo le frasi che le descrivono correttamente.

Spiegare come si debbono modificare le formule per calcolare l'area ed il perimetro di un quadrato.

7. Scrivere la formula per calcolare l'area S di un trapezio con la base minore lunga a , la base maggiore lunga b e l'altezza lunga h .

Esprimere la formula scrivendo la frase che la descrive correttamente.

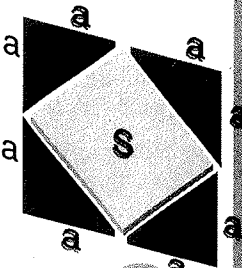
Scrivere la formula nel caso in cui l'altezza è doppia della base minore.

8. Scrivere la formula per calcolare l'area S di un pentagono regolare con il lato lungo b e l'apotema lungo a .

Scrivere la formula per calcolare il perimetro P del poligono.

Esprimere le due formule scrivendo le frasi che le descrivono correttamente.

Spiegare come si debbono modificare le formule per calcolare l'area e il perimetro di un esagono regolare.



6

9. Tradurre in formule le seguenti affermazioni:
- «La proprietà commutativa vale per l'addizione, ma non per la sottrazione».
 - «La proprietà associativa vale per la moltiplicazione, ma non per la divisione».
 - «Nell'insieme dei razionali vale la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione, ma non la proprietà distributiva dell'addizione rispetto alla moltiplicazione».
10. Tradurre in formule le seguenti affermazioni:
- «1 è elemento neutro della moltiplicazione».
 - «0 è elemento neutro dell'addizione».
 - «0 è elemento assorbente della moltiplicazione».
11. Tradurre in formule le seguenti affermazioni:
- «0 non ha reciproco, perché è elemento assorbente della moltiplicazione».
 - «Non si può dividere per 0 perché 0 non ha reciproco».
12. Tradurre in formule le seguenti affermazioni:
- «Per sottrarre due numeri razionali si aggiunge al primo l'opposto del secondo».
 - «Per dividere due numeri razionali si moltiplica il primo per il reciproco del secondo».
13. Tradurre in formule le seguenti affermazioni:
- «vale 0 la somma di un numero e del suo opposto».
 - «vale 1 il prodotto di un numero per il suo reciproco».
14. Esaminare le seguenti operazioni eseguite su numeri dispari:
- somma dei primi 2 dispari $1+3=4=2^2$
 - somma dei primi 3 dispari $1+3+5=9=3^2$
 - somma dei primi 4 dispari $1+3+5+7=16=4^2$
- Quanto vale la somma dei primi 8 dispari?
Scrivere una formula generale che fornisca la somma S dei primi n numeri dispari.
15. Esaminare le seguenti operazioni eseguite sui numeri naturali:
- somma dei cubi dei primi 2 naturali $1^3+2^3=9=3^2=(1+2)^2$
 - somma dei cubi dei primi 3 naturali $1^3+2^3+3^3=36=6^2=(1+2+3)^2$
- Quanto vale la somma dei cubi dei primi 5 numeri naturali?
Scrivere una formula generale che fornisca la somma S dei cubi dei primi n numeri dispari.

La moltiplicazione nel calcolo letterale

16. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

Formula data	Formula più breve	Proprietà applicate
$a \cdot a$	a^2	Definizione di potenza
$x \cdot x$		
$5y \cdot y \cdot y$		
$-3c \cdot c$		
$\frac{3}{4} z \cdot z \cdot z \cdot z$		
	$-8b^3$	
	$3x^2$	

17. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

Formula data	Formula più breve	Proprietà applicate
$\frac{1}{4} a \cdot 4b$	$\left(\frac{1}{4} \cdot 4\right) \cdot a \cdot b = 1 \cdot a \cdot b = ab$	Proprietà della moltiplicazione: commutativa, associativa, 1 elemento neutro
$-5x \cdot \frac{1}{5} y$		
$-3c \cdot \frac{4}{3} a \cdot \frac{1}{4} b$		
$4x \left(-\frac{3}{2}\right) y \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) z$		
	abc	
	$-xyz$	

18. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

Formula data	Formula più breve	Proprietà applicate
$3a \cdot 6a^2$	$(3 \cdot 6) \cdot a \cdot a^2 = 18a^{1+2} = 18a^3$	Commutativa e associativa della moltiplicazione; prodotto di potenze
$-5x^2 \cdot (-2x^2)$		
$-2xy \cdot y^4 \cdot (-3x^2y^2)$		
	$-12x^2y^4z^6$	
	$8ab^3c^5$	
$-3ab^2 \cdot \frac{4}{3} ab^2 \cdot \frac{1}{4} ab^3$		

Scrivere nella forma più breve le formule assegnate negli esercizi dal n. 19 al n. 26.

- | | | | | |
|-----|--------------------------------|---|--|---|
| 19. | $a \cdot a \cdot a$ | $x \cdot x \cdot x \cdot x$ | $y \cdot y \cdot y \cdot y$ | $z \cdot z \cdot z \cdot z$ |
| 20. | $x \cdot x^2$ | $y \cdot y^3$ | $z \cdot z^4$ | $c \cdot c^5$ |
| 21. | $a^2 \cdot a^3 \cdot a$ | $x \cdot x^2 \cdot x^3$ | $y^3 \cdot y^2 \cdot y$ | $z \cdot z^2 \cdot z^2$ |
| 22. | $b^2 \cdot b^2 \cdot b^2$ | $c^3 \cdot c^3 \cdot c^3$ | $y \cdot y \cdot y$ | $z^4 \cdot z^4 \cdot z^4$ |
| 23. | $2a \cdot 3a^2$ | $-3x^2 \cdot 4x$ | $y^3 \cdot (-5y^2)$ | $-2z^2 \cdot (-5z^5)$ |
| 24. | $2c^2 \cdot \frac{3}{2} c$ | $-\frac{3}{2} x^3 \cdot \frac{4}{3} x^2$ | $-z^3 \cdot \left(-\frac{7}{5} z^2\right)$ | $4b^2 \cdot \left(-\frac{5}{4} b^5\right)$ |
| 25. | $2ab \cdot 3ba^2$ | $-3x^2y^2 \cdot 4xy$ | $bc^3 \cdot (-5cb^2)$ | $-2zx^2 \cdot (-5x^3z^4)$ |
| 26. | $4bc^2 \cdot \frac{7}{4} b^2c$ | $-\frac{8}{5} yx^3 \cdot \frac{3}{4} x^2$ | $-xz^3 \cdot \left(-\frac{7}{5} zx^2\right)$ | $-4bx^2 \cdot \left(-\frac{5}{4} xb^5\right)$ |
27. Scrivere almeno due formule che, abbreviate, diano la formula seguente:
 $-3ab^2x^3$
28. Scrivere almeno due formule che, abbreviate, diano la formula seguente:
 $6x^2y^3z^5$
29. Scrivere almeno due formule che, abbreviate, diano la formula seguente:
 $-\frac{1}{2} a^4b^4c^4$
30. Scrivere almeno due formule che, abbreviate, diano la formula seguente:
 $-x^4y^6z^8$

Monomi e moltiplicazione di monomi

Sui monomi

31. Fra le seguenti formule scegliere i monomi motivando la scelta.
 a 0 $-a$ 1 $1-a$ $2a$ $2+a$
32. Fra le seguenti formule scegliere i monomi motivando la scelta.
 $a+b$ ab $-xy$ $x-y$ $4xy$ $xy+4$ xy^4
33. Fra le seguenti formule scegliere i monomi motivando la scelta.
 axy^2 $ax+y^2$ $2x^3y^2z$ $2x^3+y^2z$ $2x^3y^2+z$ xyz
34. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

Monomio	Coefficiente	Grado della 1 ^a lettera	Grado della 2 ^a lettera	Grado complessivo
$5a^2b^4$	5	2	4	$2+4=6$
$-3x^5b^3$				
$-bc^2$	-1	1	3	
xy	1	1	1	
	1	0		
	4	0	0	
$-9b$				
-9				
				5
				1

35. Scrivere due monomi di secondo grado e due di terzo grado.
36. Valendosi delle lettere x, y scrivere tre diversi monomi che abbiano le seguenti caratteristiche:
 - coefficiente -1 ;
 - di secondo grado.
37. Valendosi delle lettere x, z scrivere tre diversi monomi che abbiano le seguenti caratteristiche:
 - coefficiente 1 ;
 - di terzo grado.
38. Valendosi delle lettere y, z scrivere quattro diversi monomi che abbiano le seguenti caratteristiche:
 - coefficiente 2 ;
 - di quarto grado.

Moltiplicazione di monomi

39. Fra i seguenti monomi scegliere quelli scritti in forma ridotta, motivando la scelta.
 $2xx^2$ $2yx^2$ $3xy \cdot 4x^2$ $3xyz^2$ $\frac{1}{2}x \cdot 2y^3z$ xy^3z
40. Fra i seguenti monomi scegliere quelli scritti in forma ridotta, motivando la scelta.
 $-ab^2$ $-4yx^2y$ bc^2cb $2b^2c^3$ $3xayx$ $-5ava$

Scrivere in forma ridotta i prodotti di monomi assegnati negli esercizi dal n. 41 al n. 51, ripetendo il procedimento indicato nel seguente esempio:

Calcolo	Proprietà applicata
$4xy \cdot (-2x^2z) \cdot \left(-\frac{1}{4}y^3\right) =$	
$= (-2) \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot x \cdot x^2 \cdot y \cdot y^3 \cdot z =$	Commutativa della moltiplicazione
$\left[(-2) \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right] \cdot (x \cdot x^2) \cdot (y \cdot y^3) \cdot z =$	Associativa della moltiplicazione
$= 2 \cdot x^{1+2} \cdot y^{1+3} \cdot z =$	Prodotto di potenze di uguale base
$2x^3y^4z$	

41. $10a^2b^2c \cdot 2a^2b \cdot 3ac^2$ $3abcd \cdot 4a^2b^2c^2d$
42. $6xy^2 \cdot 8x^2z^2 \cdot 3xz^3$ $2xy \cdot 3xzt \cdot 2yt \cdot z$
43. $5a^2b^2c^3 \cdot 3a^2b \cdot 2abc$ $6a^2 \cdot 3b^2 \cdot 2c^2 \cdot \frac{1}{6}d$
44. $-a^2b^2c^2 \cdot \frac{2}{3}abc \cdot 3a^2b$ $3a^2b \cdot (-2) \cdot 6ae^2 \cdot (-3ce) \cdot e \cdot b$
45. $-xyzt \cdot (-xyzt) \cdot x \cdot (-y) \cdot z \cdot t$ $-9xyz^3 \cdot \frac{2}{3}x^2y^2z \cdot \frac{5}{3}xy^2z$
46. $\frac{3}{4}ab \cdot (-3a^2b) \cdot (-2ab^2)$ $-\frac{5}{2}ab^2ce^2 \cdot 5ab \cdot e^3 \cdot (-c^2e)$
47. $8x^2yz \cdot 3xyz^3 \cdot y$ $3uv \cdot 3vw \cdot 5v^3 \cdot 2 \cdot 3w^3$
48. $-6x^3 \cdot (-6y^2) \cdot (-6z^2)$ $mn^2 \cdot nmt^3 \cdot t^2 \cdot n \cdot 5mn^3$
49. $2ab^2c \cdot (-5a^2bc^2) \cdot 3abc^3$ $3hk \cdot 5kj \cdot 2j^2n \cdot 8n^3h$
50. $-\frac{5}{6}x^2y \cdot \left(-\frac{5}{6}zt\right) \cdot x \cdot (-y^2) \cdot z$ $-m^3n^2 \cdot 2m^2n^2k \cdot \frac{7}{12}kn^2$
51. $yzt \cdot (-y^2zt) \cdot x^2 \cdot (-t)$ $-pqr^3 \cdot (-12p^2q^2r) \cdot 5pq^2r$
52. Nella seguente tabella, nella colonna contrassegnata dalla lettera C si inseriscono i coefficienti dei monomi considerati, mentre nella colonna contrassegnata dalla lettera G si inserisce il loro grado; completare la tabella come è mostrato nella prima riga.

1° monomio	C	G	2° monomio	C	G	Prodotto	C	G
$4x^3y^4$	4	7	$5xy^2$	5	3	$20x^4y^6$	$20=4 \cdot 5$	$10=7+3$
$-6a^4b^3c^5$			$-2a^2c^4$					
$7x^3y^5z^7$						$14x^3y^5z^8$		
			$5a^4b$			$10a^4bc$		
$\frac{1}{2}x^2y^3$						x^4y^4		
-1						$-3a^2b$		
			$9a^2b^4c$			0		

53. Moltiplicare i seguenti monomi per un altro monomio, in modo che il risultato sia $6a^3b^3c^3$.
 1 6 $3a^2$ $a^3b^3c^2$ a^3b $6b^2c^2$

54. Moltiplicare i seguenti monomi per un altro monomio, in modo che il risultato sia $20x^4y^3z^2$.
- 20 $5x^4$ $4y^3z$ $2x^4y$ $20x^4y^3z^2$
55. Moltiplicare i seguenti monomi per un altro monomio, in modo che il risultato sia a^2bc^3 .
- $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}a$ $-3a^2$ $-abc$ $2ab$ $-\frac{1}{4}c$
56. Moltiplicare i seguenti monomi per un altro monomio, in modo che il risultato sia $-x^2y^3z^4$.
- xyz $5x$ $\frac{2}{3}y^3z$ $-2xy$ $x^2y^2z^2$
57. Esaminare i seguenti monomi e scrivere ciascun monomio sotto forma di prodotto di almeno due monomi.
- $-x$ $-xy$ $-2xy$ $4xy^2$ $12x^2y$ $-8x^2y^2$
58. Esaminare i seguenti monomi e scrivere ciascuno di essi sotto forma di prodotto di almeno due monomi.
- 0 -1 1 b b^2 $-b^2$

Potenze di monomi

Scrivere in forma ridotta le potenze di monomi assegnati negli esercizi dal n. 59 al n. 68, basandosi sul procedimento indicato nel seguente esempio:

Calcolo	Proprietà applicata
$\left(-\frac{2}{3}xy^3z^2\right)^4 =$	
$= \left(-\frac{2}{3}\right)^4 x^4(y^3)^4(z^2)^4 =$	Potenza di un prodotto
$= \left(-\frac{2}{3}\right)^4 x^4y^{12}z^8 =$	Potenza di potenza
$= \frac{16}{81}x^4y^{12}z^8$	

59. $(2xy^2)^2$ $(-2xy^2)^2$ $(2xy^2)^3$ $(-2xy^2)^3$
60. $(-ax^2)^2$ $(-ax^2)^4$ $(-ax^2)^6$ $(-ax^2)^8$
61. $(-by^2)^3$ $(-by^2)^5$ $(-by^2)^7$ $(-by^2)^9$
62. $\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^2$ $\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^4$ $\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^6$ $\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^8$
63. $\left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^3$ $\left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^5$ $\left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^7$ $\left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^9$
64. $[(2ax^2y^3)^2]^2$ $[(2ax^2y^3)^2]^3$ $[(2ax^2y^3)^2]^4$

65. $[(-ab^2c^3)^3]^2$ $[(-ab^2c^3)^3]^3$ $[(-ab^2c^3)^3]^4$
66. $[(4m^2n^3)^3]^0$ $[(4m^2n^3)^0]^3$ $[(-4m^2n^3)^3]^0$
67. $\{[(xy^2)^2]^2\}^2$ $\{[(-x^2y)^3]^3\}^3$ $\{[(-x^2y)^2]^3\}^3$
68. $\left\{\left[\left(\frac{5}{4}a^2b^3\right)^2\right]^0\right\}^2$ $\left\{\left[\left(-\frac{5}{4}a^2b^3\right)^0\right]^2\right\}^2$ $\left\{\left[\left(\frac{5}{4}a^2b^3\right)^2\right]^2\right\}^0$

Elevare al quadrato i monomi assegnati negli esercizi dal n. 69 al n. 72.

69. by^3 $-by^3$ $(-by^3)^3$ $(-by^3)^0$
70. m^2n^3 $-m^2n^3$ $(-m^2n^3)^3$ $(-m^2n^3)^0$
71. x^ny^m $-x^ny^m$ $-\frac{2}{5}x^ny^m$ $(-x^ny^m)^2$
72. $x^ay^bz^c$ $-2x^ay^bz^c$ $(-x^ay^bz^c)^2$ $(-x^ay^bz^c)^3$
73. Scrivere almeno due monomi di quarto grado che siano quadrati di un monomio.
74. Scrivere almeno tre monomi di sesto grado che siano quadrati di un monomio.
75. Fra i seguenti calcoli scegliere quelli corretti, motivando la scelta.
- I. $(-x)^2 = [(-1)x]^2 = (-1)^2x^2 = 1 \cdot x^2 = x^2$
- II. $(-x)^2 = -x^2$
- III. $(xy)^2 = x^2y^2$
- IV. $(xy)^2 = xy^2$

Scrivere i monomi assegnati negli esercizi dal n. 76 al n. 78 sotto forma di quadrati di un monomio, basandosi sul procedimento indicato nel seguente esempio:

$$4x^2y^6 = 2^2x^2y^3 \cdot 2 = 2^2x^2(y^3)^2 = (2xy^3)^2$$

76. $9x^4y^2$ $\frac{1}{4}x^2y^4z^6$ y^8 z^{12}
77. $\frac{1}{9}a^8b^{10}$ $\frac{16}{9}b^{14}c^2$ $\frac{25}{16}b^6c^4$ b^{24}
78. $16x^{2n}y^{2m}$ $x^{2a}y^{2b}$ $\frac{25}{16}b^{2n}c^4$ x^{4n}
79. Rispondere ai seguenti quesiti:
- a. spiegare perché non è possibile scrivere sotto forma di quadrato di un monomio il monomio $-x^2y^2$;
- b. spiegare perché non è unico il monomio che, elevato al quadrato, dà come risultato il monomio $9x^2y^2$;
- c. scrivere due monomi che, elevati al quadrato, diano come risultato il monomio $9x^2y^2$.
80. Rispondere ai seguenti quesiti:
- a. spiegare come si trova il monomio che, elevato al quadrato, dà come risultato il monomio $25x^6y^6$;
- b. spiegare perché non è possibile trovare il monomio che, elevato al quadrato, dà come risultato il monomio $25x^3y^3$;
- c. dare una regola per stabilire se si può trovare un monomio che, elevato al quadrato, dà come risultato un dato monomio.

Elevare al cubo i monomi assegnati negli esercizi dal n. 81 al n. 84.

81. ax^2 $-ax^2$ $(-ax^2)^2$ $(-ax^2)^3$
82. a^2b^4 $-a^2b^4$ $(-a^2b^4)^3$ $(-a^2b^4)^0$
83. x^ny^m $-x^ny^m$ $-\frac{2}{5}x^ny^m$ $(-x^ny^m)^2$
84. $x^ay^bz^c$ $-2x^ay^bz^c$ $(-x^ay^bz^c)^2$ $(-x^ay^bz^c)^3$

85. Scrivere tre monomi di sesto grado che siano cubi di un monomio.

86. Scrivere tre monomi di dodicesimo grado che siano cubi di un monomio.

87. Fra i seguenti calcoli scegliere quelli corretti, motivando la scelta.

- I. $(-y)^3=[(-1)y]^3=(-1)^3y^3=-1y^3=-y^3$
- II. $(-y)^3=y^3$
- III. $(yz)^3=y^3z^3$
- IV. $(yz)^3=yz^3$

Scrivere i monomi assegnati negli esercizi dal n. 88 al n. 90 sotto forma di cubo di un monomio, basandosi sul procedimento indicato nel seguente esempio:

$$-8x^6y^9=(-2)^3x^{2 \cdot 3}y^{3 \cdot 3}=(-2)^3(x^2)^3(y^3)^3=(-2x^2y^3)^3$$

88. $27x^{12}y^3$ $-27x^{12}y^3$ $\frac{1}{8}x^{15}y^9z^3$ $-y^9$
89. $\frac{1}{27}a^{18}b^{27}$ $-\frac{27}{8}b^{15}c^6$ $0,001b^6c^{36}$ b^{24}
90. $x^{3n}y^{3m}$ $-x^{3n}y^{3m}$ $\frac{125}{64}b^{3n}c^{12}$ $-x^{6n}$

91. Rispondere ai seguenti quesiti:

- a. spiegare perché è possibile scrivere sotto forma di cubo di un monomio il monomio $-x^3y^3$;
- b. spiegare perché non è possibile scrivere sotto forma di cubo di un monomio il monomio $8x^5y^5$;
- c. dare una regola per stabilire se si può trovare un monomio che, elevato al cubo, dà come risultato un dato monomio.

Collegamento con il paragrafo precedente

92. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

Monomio	Coefficiente	Grado	Quadrato	Coefficiente	Grado
$5xy^2$	5	3	$(5xy^2)^2=25x^2y^4$	$25=5^2$	$6=3 \cdot 2$
$-2a^2b$					
$\frac{3}{2}x^2y^2z$					
$-\frac{5}{4}a^2bc^3$					
	-1	1			
	-2	0			

Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

93.

Monomio	Coefficiente	Grado	Cubo	Coefficiente	Grado
$5xy^2$	5	3	$(5xy^2)^3=125x^3y^6$	$125=5^3$	$9=3 \cdot 3$
$-2a^2b$					
$\frac{3}{2}x^2y^2z$					
$-\frac{5}{4}a^2bc^3$					
	-1	1			
	-2	0			

Scrivere in forma ridotta i prodotti di monomi assegnati negli esercizi dal n. 94 al n. 103.

94. $(-2ab)^2$ $-2(ab)^2$ $(-2a)^2b$ $(-2)^2ab$
95. $(-2ab)^3$ $-2(ab)^3$ $(-2a)^3b$ $(-2)^3ab$
96. $-3a(bc)^2$ $(-3a)^2bc$ $-3(ab)^2c$ $(-3abc)^2$
97. $-3a(bc)^3$ $(-3a)^3bc$ $-3(ab)^3c$ $(-3abc)^3$
98. $\frac{1}{2}(-a^2)^3(-4b^3)^2$ $\frac{1}{2}(-a^2)^2(-4b^3)^3$
99. $\left[\frac{1}{2}(-a^2)\right]^2(-4b^3)$ $\left[\frac{1}{2}(-a^2)(-4b^3)\right]^2$
100. $(-a)^2(2b)^2(-3c^4)$ $[(-a)(2b)]^2(-3c^4)$
101. $\left[\frac{5}{6}(-x^2)\right]^0(-6y^3)$ $\left[\frac{5}{6}(-x^2)(-6y^3)\right]^0$
102. $\left[-\frac{4}{5}(-5a^3)\right]^2(-b^4)$ $\left[-\frac{4}{5}(-5a^3)(-b^4)\right]^2$
103. $[-0,1(-2,5y^5)]^3(-5,2z^6)$ $[-0,1(-2,5y^5)(-5,2z^6)]^3$

Problemi geometrici che conducono a moltiplicare e a elevare a potenza dei monomi

104. È dato un rettangolo di lati a , b ; risolvere i seguenti quesiti:

- a. calcolare l'area S del rettangolo;
- b. calcolare l'area S' del rettangolo che ha un lato doppio;
- c. calcolare l'area S'' del rettangolo che ha entrambi i lati doppi;
- d. stabilire una formula generale che dia l'area del rettangolo con un lato lungo ka e l'altro lungo b ;
- e. stabilire una formula generale che dia l'area del rettangolo con i lati lunghi ka , kb .

105. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, spiegare perché le seguenti affermazioni sono entrambe errate e correggere gli errori per ottenere le corrispondenti affermazioni esatte:

- a. raddoppiando i lati di un rettangolo, se ne raddoppia l'area;
- b. per raddoppiare l'area di un rettangolo bisogna raddoppiare entrambi i lati.

106. È dato un triangolo che ha un lato lungo b e l'altezza relativa a quel lato lunga h ; risolvere i seguenti quesiti:
- calcolare l'area del triangolo;
 - calcolare l'area del triangolo che ha il lato doppio;
 - calcolare l'area del triangolo che ha l'altezza doppia;
 - calcolare l'area del triangolo che ha doppi sia il lato che l'altezza.
107. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, risolvere i seguenti quesiti:
- stabilire una formula generale che dia l'area del triangolo con il lato lungo mb e l'altezza lunga h ;
 - stabilire una formula generale che dia l'area del rettangolo con il lato lungo b e l'altezza lunga mh ;
 - stabilire una formula generale che dia l'area del rettangolo con il lato lungo ma e l'altezza lunga mh .
108. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, scegliere fra le seguenti affermazioni quella corretta motivando la scelta.
- «Per raddoppiare l'area di un triangolo bisogna raddoppiare o il lato o l'altezza».
 - «Per raddoppiare l'area di un triangolo bisogna raddoppiare il lato e l'altezza».
109. È dato un cubo di lato a , che ha quindi il volume V e la superficie totale S dati da:
- $$V=a^3 \quad S=6a^2$$
- Risolvere i seguenti quesiti:
- calcolare il volume V' e la superficie totale S' del cubo di lato doppio;
 - calcolare il volume V'' e la superficie totale S'' del cubo di lato triplo;
 - stabilire una formula generale che dia il volume del cubo con il lato lungo ka ;
 - stabilire una formula generale che dia la superficie del cubo con il lato lungo ka .
110. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, spiegare perché le seguenti affermazioni sono entrambe errate e correggere gli errori, per ottenere le corrispondenti affermazioni esatte.
- «Raddoppiando il lato di un cubo, se ne raddoppia anche il volume».
 - «Raddoppiando il lato di un cubo, se ne raddoppia anche la superficie».
111. È dato un parallelepipedo che ha gli spigoli lunghi a, b, c ed il volume V dato da:
- $$V=abc$$
- Risolvere i seguenti quesiti:
- calcolare il volume del parallelepipedo che si ottiene raddoppiando uno spigolo;
 - calcolare il volume del parallelepipedo che si ottiene raddoppiando due spigoli;
 - calcolare il volume del parallelepipedo che si ottiene raddoppiando i tre spigoli.
112. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, risolvere i seguenti quesiti:
- stabilire una formula generale che dia il volume del parallelepipedo che ha gli spigoli lunghi ka, b, c ;
 - stabilire una formula generale che dia il volume del parallelepipedo che ha gli spigoli lunghi ka, kb, c ;
 - stabilire una formula generale che dia il volume del parallelepipedo che ha gli spigoli lunghi ka, kb, kc .
113. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, scegliere fra le seguenti affermazioni quella corretta motivando la scelta.
- «Per raddoppiare il volume di un parallelepipedo, bisogna raddoppiarne un solo spigolo».
 - «Raddoppiando gli spigoli di un parallelepipedo, se ne raddoppia anche il volume».
 - «Raddoppiando due spigoli di un parallelepipedo, se ne raddoppia anche il volume».

Potenze di monomi con esponente negativo

Scrivere in forma ridotta le potenze di monomi assegnati negli esercizi dal n. 114 al n. 123, basandosi sul procedimento indicato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$(-2xy^3z^2)^{-2} = \frac{1}{(-2xy^3z^2)^2} =$	Potenza ad esponente negativo
$= \frac{1}{(-2)^2 x^2 (y^3)^2 (z^2)^2} =$	Potenza di un prodotto
$= \frac{1}{(-2)^2 x^2 y^3 \cdot 2 \cdot z^2 \cdot 2} =$	Potenza di potenza
$= \frac{1}{4x^2y^6z^4}$	

114. $(4xy^2)^{-2}$ $(-4xy^2)^{-2}$ $(4xy^2)^{-3}$ $(-4xy^2)^{-3}$
115. $(-ax^2)^{-2}$ $(-ax^2)^{-4}$ $(-ax^2)^{-6}$ $(-ax^2)^{-8}$
116. $(-by^2)^{-1}$ $(-by^2)^{-3}$ $(-by^2)^{-5}$ $(-by^2)^{-7}$
117. $\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^{-2}$ $\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^{-4}$ $\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^{-6}$ $\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^{-8}$
118. $\left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^{-1}$ $\left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^{-3}$ $\left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^{-5}$ $\left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^{-7}$
119. $[(2ax^2y^3)^{-2}]^2$ $[(2ax^2y^3)^2]^{-2}$ $[(2ax^2y^3)^{-2}]^{-2}$
120. $[(-ab^2c^3)^{-3}]^2$ $[(-ab^2c^3)^3]^{-2}$ $[(-ab^2c^3)^{-3}]^{-2}$
121. $[(4m^2n^3)^{-3}]^0$ $[(4m^2n^3)^0]^{-3}$ $[(-4m^2n^3)^{-3}]^0$
122. $\{[(x^2)^{-2}]^{-2}\}^{-2}$ $\{[(-x^2y)^{-3}]^{-3}\}^{-3}$ $\{[(-x^2y)^{-2}]^{-3}\}^{-3}$
123. $\left\{\left[\left(\frac{5}{4}a^2b^3\right)^{-2}\right]^0\right\}^{-2}$ $\left\{\left[\left(-\frac{5}{4}a^2b^3\right)^0\right]^{-2}\right\}^{-2}$ $\left\{\left[\left(\frac{5}{4}a^2b^3\right)^{-2}\right]^{-2}\right\}^0$
124. Fra i seguenti calcoli scegliere quelli corretti, motivando la scelta.
- $(-x)^{-2}=[(-1) \cdot x]^{-2}=(-1)^{-2}x^{-2}=1 \cdot x^{-2}=x^{-2}=\frac{1}{x^2}$
 - $(-x)^{-2}=x^2$
 - $(-x)^{-2}=2x$
 - $(xy)^{-2}=\frac{1}{(xy)^2}=\frac{1}{x^2y^2}$
 - $(xy)^{-2}=-(xy)^2$
125. Fra i seguenti calcoli scegliere quelli corretti, motivando la scelta.
- $(-a)^{-3}=[(-1) \cdot a]^{-3}=(-1)^{-3}a^{-3}=-1 \cdot a^{-3}=a^{-3}=\frac{1}{a^3}$
 - $(-a)^{-3}=a^3$
 - $(-a)^{-3}=3a$
 - $(ab)^{-3}=\frac{1}{(ab)^3}=\frac{1}{a^3b^3}$
 - $(ab)^{-3}=-ab^3$

126. Fra i seguenti calcoli scegliere quelli corretti, motivando la scelta.

- I. $(2ab)^{-3} = \frac{1}{(2ab)^3} = \frac{1}{8a^3b^3}$
 II. $2(ab)^{-3} = \frac{1}{(2ab)^3} = \frac{1}{8a^3b^3}$
 III. $2(ab)^{-3} = 2 \cdot \frac{1}{(ab)^3} = \frac{2}{a^3b^3}$
 IV. $2ab^{-3} = \frac{2}{a^3b^3}$
 V. $2ab^{-3} = 2a \cdot \frac{1}{b^3} = \frac{2a}{b^3}$

Il reciproco di un monomio

Scrivere in forma ridotta il reciproco dei monomi assegnati negli esercizi dal n. 127 al n. 130.

127. by^3 $-by^3$ $(-by^3)^3$ $(-by^3)^0$
 128. m^2n^3 $-m^2n^3$ $(-m^2n^3)^3$ $(-m^2n^3)^0$
 129. x^ny^m $-x^ny^m$ $-\frac{2}{5}x^ny^m$ $(-x^ny^m)^2$
 130. $x^ay^bz^c$ $-2x^ay^bz^c$ $(-x^ay^bz^c)^2$ $(-x^ay^bz^c)^3$

131. Scrivere almeno due monomi che siano reciproci di due monomi di secondo grado.
 132. Scrivere almeno tre monomi che siano reciproci di tre monomi di terzo grado.

Scrivere i monomi assegnati negli esercizi dal n. 133 al n. 135 sotto forma di reciproco di un monomio, basandosi sul procedimento indicato nel seguente esempio:

$$\frac{1}{4}x^{-2}y^{-6} = 4^{-1}x^{2(-1)}y^{6(-1)} = (4x^2y^6)^{-1}$$

133. $9x^{-4}y^{-2}$ $\frac{1}{3}x^{-2}y^{-1}z^{-6}$ y^{-3} z^{-4}
 134. $\frac{1}{9}a^{-3}b^{-5}$ $\frac{16}{9}b^{-1}c^{-2}$ $\frac{25}{16}b^{-2}c^{-1}$ b^{-1}
 135. $16x^{-n}y^{-m}$ $-x^{-a}y^{-b}$ $\frac{25}{16}x^{-n}y^{-1}$ x^{-n}
 136. Spiegare perché i seguenti calcoli sono tutti sbagliati e correggere gli errori.
 $(4xy)^{-1} = \frac{4}{xy}$ $4(xy)^{-1} = \frac{1}{4xy}$ $4xy^{-1} = \frac{4}{xy}$
 137. Spiegare perché i seguenti calcoli sono tutti sbagliati e correggere gli errori.
 $\left(\frac{1}{5}ab\right)^{-1} = \frac{1}{5ab}$ $\frac{1}{5}(ab)^{-1} = \frac{1}{5ab}$ $\frac{1}{5}ab^{-1} = \frac{1}{5ab}$

Divisione di monomi

Calcolare i quozienti di monomi assegnati negli esercizi dal n. 138 al n. 144, basandosi sul procedimento richiamato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$\frac{8x^2y^3}{2xy^2} = 8x^2y^3 \cdot (2xy^2)^{-1} =$	Si moltiplica il primo monomio per il reciproco del secondo
$= 8x^2y^3 \cdot 2^{-1}x^{-1}y^{-2} =$	Potenza del prodotto
$= 8x^2y^3 \cdot 2^{-1}x^{-1}y^{-2} =$	Potenza di potenza
$= 8 \cdot 2^{-1}x^{2-1}y^{3-2} =$	Prodotto di monomi
$4xy$	

138. $\frac{a^3}{a^2}$ $\frac{a^5}{a}$ $\frac{a^5}{a^3}$ $\frac{a^3}{a^3}$ $\frac{a^5}{a^5}$
 139. $\frac{a^8}{a^3}$ $\frac{b^5}{b}$ $\frac{c^6}{c^5}$ $\frac{h^3}{h^3}$ $\frac{k^7}{k^7}$
 140. $\frac{ab^3}{a}$ $\frac{a^4b}{b}$ $\frac{a^3b^2}{ab}$ $\frac{ab^2}{ab^2}$ $\frac{a^2b}{a^2b}$
 141. $\frac{x^2y}{x}$ $\frac{x^2y^3}{y}$ $\frac{x^3y^5}{xy^3}$ $\frac{x^2y^7}{x^2y^6}$ $\frac{x^2y^6}{x^2y^6}$
 142. $\frac{ax^3}{x}$ $\frac{ax^3}{a}$ $\frac{ax^3}{ax}$ $\frac{ax^3}{ax^2}$ $\frac{ax^3}{ax^3}$
 143. $\frac{12ab^2x^4}{2x^2}$ $\frac{12ab^2x^4}{4a}$ $\frac{12ab^2x^4}{3b}$
 144. $\frac{12ab^2x^4}{6abx^2}$ $\frac{12ab^2x^4}{6abx^2}$ $\frac{12ab^2x^4}{12ab^2x^4}$

Riflettere sulla divisione di monomi

145. Sono assegnate le seguenti espressioni:

$$(x:y):z \quad x:(y:z)$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. sviluppare le espressioni sostituendo alla divisione la moltiplicazione per il reciproco;
 b. spiegare perché risulta:
 $x:(y:z) = x:y:z$
 c. riscrivere i calcoli indicando la divisione con la linea di frazione.

146. Sono assegnate le seguenti espressioni:

$$(x:y) \cdot z \quad x:(y \cdot z)$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. sviluppare le espressioni sostituendo alla divisione la moltiplicazione per il reciproco;
 b. spiegare perché risulta:
 $x:(y \cdot z) = x:y:z$
 c. riscrivere i calcoli indicando la divisione con la linea di frazione.

147. È data la seguente espressione:

$$x:(y:z):(x:y:z)$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. sviluppare l'espressione sostituendo alla divisione la moltiplicazione per il reciproco;

b. spiegare perché risulta:

$$x:(y:z):(x:y:z)=z^2$$

c. riscrivere i calcoli indicando la divisione con la linea di frazione.

148. È data la seguente espressione:

$$x:(y:z):(x:y:z)$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. sviluppare l'espressione sostituendo alla divisione la moltiplicazione per il reciproco;

b. spiegare perché risulta:

$$x:(y:z):(x:y:z)=\frac{1}{z^2}$$

c. riscrivere i calcoli indicando la divisione con la linea di frazione.

Collegamento con i paragrafi precedenti

Scrivere in forma ridotta i quozienti, i prodotti e le potenze dei monomi assegnati negli esercizi dal n. 149 al n. 160.

149. $\frac{a^2bc \cdot ab^2}{ab^3c}$

$\frac{a^2bc \cdot (ab)^2}{(ab)^3c}$

$\frac{(a^2bc \cdot ab)^2}{a^6b^4c^2}$

150. $\frac{a^2b \cdot b^2c \cdot ac^2}{a^2b \cdot bc^2}$

$\frac{a^2b \cdot b^2c \cdot (ac)^2}{a^2b \cdot (bc)^2}$

$\frac{(a^2b \cdot b^2c \cdot ac)^2}{(a^2b \cdot bc)^2}$

151. $\frac{a^2bc \cdot ab^2}{ab^3c}$

$\frac{a^2bc \cdot (ab)^2}{(ab)^3c}$

$\frac{(a^2bc \cdot ab)^2}{a^6b^4c^2}$

152. $\frac{x^3y^2 \cdot xy^5 \cdot x^3y}{x^2y^4 \cdot xy}$

$\frac{x^3y^2 \cdot (xy)^5 \cdot x^3y}{(x^2y)^4 \cdot xy}$

$\frac{(x^3y)^2 \cdot xy^5 \cdot x^3y}{x^2(y \cdot x)^4y}$

153. $\frac{5pq^2 \cdot 4q}{2p \cdot 5q}$

$\frac{3xy^3 \cdot 2y^2}{6xy \cdot 2x}$

$\frac{4hk^3 \cdot 3hk \cdot 3k}{9h \cdot 2k \cdot h^2}$

154. $\frac{2x^3y^2 \cdot 3xy^5 \cdot (-4x^3y)}{x^2y^8 \cdot (-3xy)}$

$\frac{pq^2 \cdot (-4q) \cdot (-5pr^5)}{(-2pqr) \cdot (-rpq)}$

155. $\frac{4hk^2 \cdot (-hk)^5 \cdot k^3}{-2h \cdot h^3k \cdot 2k^3}$

$\frac{(4hk)^2 \cdot (-hk)^5 \cdot k^3}{-2h \cdot h^3k \cdot (2k)^3}$

156. $\frac{3xy^2 \cdot 2x^2 \cdot 5x^2y^3 \cdot 4y}{15x^3y^3 \cdot 16x^2y^2}$

$\frac{(-3xy)^2 \cdot (-2x)^2 \cdot (-5x^2y)^3 \cdot 4y}{15x^3y^3 \cdot 16x^2y^2}$

157. $\frac{2ab^3 \cdot 3a^2b^5 \cdot 4a^3b \cdot 5b^5}{10a^5b^6 \cdot 2ab^4}$

$\frac{(-2ab)^3 \cdot (-3a^2b)^5 \cdot 4a^3b \cdot 5b^5}{10a^5b^6 \cdot (-2ab)^4}$

158. $\frac{\frac{1}{4}ab^2 \cdot \frac{2}{3}a^2b \cdot 6b^3}{\frac{1}{3}a^2b^3 \cdot 6b}$

$\frac{\frac{2}{5}a^2b^2 \cdot \frac{1}{2}ab^3 \cdot 10b}{\frac{1}{8}ab \cdot \frac{4}{3}b^2 \cdot 6a^3b}$

159. $\frac{\frac{3}{5}abc^3 \cdot \frac{1}{6}a^2bc}{-\frac{3}{10}ab \cdot \frac{2}{3}abc}$

$\frac{\frac{2}{7}a^3b \cdot \frac{1}{4}ab \cdot b^3}{\frac{11}{14}ab^5 \cdot \frac{8}{11}a^3b^2}$

160. $\frac{\frac{2}{5}a^3bc^7 \cdot \frac{1}{2}b^5c \cdot \frac{5}{8}ab^2}{\frac{1}{2}ab^5 \cdot \frac{1}{2}bc^3 \cdot \frac{1}{2}abc}$

$\frac{\frac{1}{3}a^5b^2 \cdot \frac{1}{2}ab^2c \cdot \frac{1}{2}b^3c^3}{\frac{5}{6}ab^5c \cdot \frac{3}{5}b^3 \cdot \frac{1}{2}b^2c^5}$

161. Nella seguente tabella, nella colonna contrassegnata dalla lettera C si inseriscono i coefficienti dei monomi considerati, mentre nella colonna contrassegnata dalla lettera G si inserisce il loro grado; completare la tabella come è mostrato nella prima riga.

1° monomio	C	G	2° monomio	C	G	Quoziente	C	G
$24x^3y^4$	24	7	$8xy^2$	8	3	$3x^2y^2$	$3=24:8$	$4=7-3$
$-35a^4b^3c^5$			$-7a^2c^4$					
$36x^3y^5z^7$						9		
			$5a^4b$			$10c$		
$\frac{1}{2}x^2y^3$						1		
			$-3a^2b^4c$			0		

Addizione di monomi

162. Sono assegnati i seguenti monomi:

$4a \quad a^4 \quad a^2 \quad 2a \quad 4a^2 \quad b^4$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scegliere le coppie di monomi simili, motivando la scelta;
b. sommare le coppie di monomi simili e scrivere il risultato in forma ridotta.

163. Ripetere l'esercizio 162 a partire dai seguenti monomi:

$5x \quad 7x^3 \quad 7x \quad 5x^3 \quad 2xy \quad 2xz$

164. Sono assegnati i seguenti monomi:

$6xy \quad 8xz \quad 4yx \quad 2yz \quad 4zx \quad 2zy$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scegliere le coppie di monomi simili, motivando la scelta;
b. spiegare in base a quale proprietà della moltiplicazione sono simili il primo e il terzo monomio;
c. sommare le coppie di monomi simili e scrivere il risultato in forma ridotta.

165. Ripetere l'esercizio 164 a partire dai seguenti monomi:

$9ax^2y \quad 2a^2xy \quad 4x^2ay \quad 7y^2ax \quad 5xa^2y \quad a^2y^2x$

166. Ripetere l'esercizio 164 a partire dai seguenti monomi:

$6a^2b^2c \quad 8a^2b^2c^2 \quad 3ca^2b^2 \quad 8b^2c^2a \quad 8a^2bc^2 \quad 9a^2cb^2$

167. Scrivere almeno due monomi simili al monomio $2a^2x$ e determinare la somma dei tre monomi.

Esercizi

168. Scrivere almeno due monomi simili al monomio $5ax^2$ e determinare la somma dei tre monomi.
169. Scrivere almeno due monomi simili al monomio $6a^2x^2$ e determinare la somma dei tre monomi.
170. Scrivere almeno due monomi simili al monomio $7xy^2z^3$ e determinare la somma dei tre monomi.
171. Fra le seguenti addizioni di monomi, scegliere quelle che hanno come risultato il monomio $5x$, motivando la scelta.
 $2x+3$ $2x+3x$ $2+3x$ $1+4x$ $x+4x$ $4+x$
172. Fra le seguenti addizioni di monomi, scegliere quelle che hanno come risultato il monomio $8a$, motivando la scelta.
 $5a+2a+a$ $2+6a$ $2a+6a$ $2a+6a^2$ $a+7$ $a+7a$
 Scrivere almeno altre due addizioni di monomi che abbiano come somma il monomio $8a$.
173. Fra le seguenti addizioni di monomi scegliere quelle che hanno come risultato il monomio $9xy$, motivando la scelta.
 $8x+y$ $8xy+xy$ $6xy+3$ $6x+3y$ $6xy+3xy$ $5yx+4xy$
 Scrivere almeno altre tre addizioni di monomi che abbiano come somma il monomio $9xy$.
174. Fra le seguenti addizioni di monomi scegliere quelle che hanno come risultato il monomio $6x^2$, motivando la scelta.
 $2x+6x^2$ $2x^2+6$ $2x^2+6x^2$ $1+5x^2$ x^2+5x^2 x^2+5
 Scrivere almeno altre tre addizioni di monomi che abbiano come somma il monomio $6x^2$.

Collegamento con i paragrafi precedenti

175. Nella seguente tabella, nella colonna contrassegnata da C si inseriscono i coefficienti dei monomi considerati, mentre nella colonna contrassegnata da G si inserisce il loro grado; completare la tabella come è mostrato nella prima riga.

1° monomio	C	G	2° monomio	C	G	Somma	C	G
$5x^3y^4$	5	7	$3x^3y^4$	3	7	$8x^3y^4$	$8=5+3$	7
$2a^4b^3c^5$			$4a^4b^3c^5$					
$6x^3y^5z^7$						$10x^3y^5z^7$		
			$8a^2b$			$9a^2b$		
0						$3xy$		

176. Fra le seguenti espressioni scegliere quelle che hanno come risultato il monomio $3a$, motivando la scelta.
 $a+a+a$ $a \cdot a \cdot a$ $a+2a$ $a+2$ $a \cdot 3$ $a+3$
 Scrivere almeno altre due espressioni che abbiano come risultato il monomio $3a$.
177. Fra le seguenti espressioni scegliere quelle che hanno come risultato il binomio $4a+2$, motivando la scelta.
 $3a+a+2$ $4a+2a$ $3a \cdot a+2$ $2+4a$ $a \cdot 3+a+2$ $a+3+2$
 Scrivere almeno altre due espressioni che abbiano come risultato il binomio $4a+2$.

178. Fra le seguenti espressioni scegliere quelle che hanno come risultato il monomio x^3 , motivando la scelta.
 $x \cdot x \cdot x$ $x+x+x$ $2x \cdot x$ $x^2 \cdot x$ $2x+x$ x^3+0
 Scrivere almeno altre due espressioni che abbiano come risultato il monomio x^3 .
179. Fra le seguenti espressioni scegliere quelle che hanno come risultato il binomio x^2+3 , motivando la scelta.
 x^2+3x $x \cdot x+3$ $x+x+3$ x^2+3x^2 $1+x+2x$ $x^2+3 \cdot 0$
 Scrivere almeno altre due espressioni che abbiano come risultato il binomio x^2+3 .
180. Fra le seguenti espressioni scegliere quelle che hanno come risultato il monomio $2ab$, motivando la scelta.
 $ab+ab$ $a+b$ $2a \cdot 2b$ $2a \cdot b$ $2b \cdot a$ $2ab \cdot 1$
 Scrivere almeno altre due espressioni che abbiano come risultato il monomio $2ab$.
181. Fra le seguenti espressioni scegliere quelle che hanno come risultato il binomio x^2y^2+4 , motivando la scelta.
 $xy \cdot xy+4$ $2xy \cdot 2xy$ $xy+xy+4$ $xy \cdot xy \cdot 2 \cdot 4$ $y \cdot x^2y+2 \cdot 2$
 Scrivere almeno altre due espressioni che abbiano come risultato il binomio x^2y^2+4 .

L'opposto di un monomio

Scrivere l'opposto dei monomi assegnati negli esercizi dal n. 182 al n. 186.

182. a $-b$ $2x$ $-3y$
183. m^2 $-x^2$ $-z^3$ y^3
184. ax^2y $-bxy^2$ $-\frac{2}{5}x^ny^m$ x^ny^m
185. $x^2y^2z^2$ $-2x^2y^2z^2$ $-xy^2z^2$ $-xyz^3$
186. $-x^2y^2z^2$ $(-xyz)^2$ $-x^3y^3z^3$ $(-xyz)^3$
187. Scrivere almeno due monomi che siano opposti di due monomi di secondo grado.
188. Scrivere almeno tre monomi che siano opposti di tre monomi di terzo grado.

Collegamento con i paragrafi precedenti

189. Esaminare i seguenti calcoli, che sono svolti per sviluppare l'opposto di un prodotto di monomi.

$-a = (-1) \cdot a$	$-(-b \cdot c) = (-1)(-b \cdot c)$
Associativa	$(-1)(-b \cdot c) = [(-1) \cdot (-b)] \cdot c$
Conclusione	$-(-b \cdot c) = b \cdot c$

Ripetere procedimenti analoghi per scrivere in forma ridotta i seguenti monomi:

$$-[b \cdot (-c)] \quad -(b \cdot c) \quad -[(-b)(-c)] \quad -(-b \cdot c)$$

In quale espressione le parentesi sono superflue?

190. Fra le seguenti espressioni scegliere quelle che hanno come risultato $-xy$.
 $x \cdot (-y)$ $(-x)(-y)$ $-[x \cdot (-y)]$ $-[-x \cdot (-y)]$
191. Fra le seguenti espressioni scegliere quelle che hanno come risultato ab .
 $a \cdot (-b)$ $(-a)(-b)$ $-[a \cdot (-b)]$ $-[-a \cdot (-b)]$
192. Spiegare il significato delle seguenti formule, in cui la lettera a indica un qualunque numero.
 $-a^2$ $(-a)^2$
 Spiegare perché è sempre vera la seguente uguaglianza:
 $(-a)^2 = a^2$
193. Spiegare il significato delle seguenti formule, in cui la lettera a indica un qualunque numero.
 $-a^3$ $(-a)^3$
 Spiegare perché è sempre vera la seguente uguaglianza:
 $(-a)^3 = -a^3$
194. Scrivere in forma ridotta i seguenti monomi:
 $-(-2x)^2$ $-(-2x^2)$ $-(-2x^3)$ $-(-2x)^3$

Sottrazione di monomi

Scrivere in forma ridotta le differenze di monomi assegnati negli esercizi dal n. 195 al n. 199, basandosi sul procedimento richiamato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$8ab^2 - 3ab^2 = 8ab^2 + (-3ab^2) =$	Si aggiunge al primo monomio l'opposto del secondo
$= 5ab^2$	Somma di monomi simili

195.	$4a - a$	$5b - 2b$	$8x - 7x$	$9y - 9y$	$0 - 5z$
196.	$7ab - 10ab$	$10ab - 7ab$	$7ab - 7ab$	$0 - 7ab$	$7ab - 0$
197.	$5x^2 - 2x^2$	$2x^2 - 5x^2$	$2x^2 - 5x^2$	$0 - 5x^2$	$5x^2 - 0$
198.	$\frac{4}{3}xy^2 - \frac{2}{3}xy^2$	$\frac{2}{3}xy^2 - \frac{4}{3}xy^2$	$\frac{4}{3}xy^2 - \frac{4}{3}xy^2$		
199.	$\frac{3}{5}a^2b - 2a^2b$	$2a^2b - \frac{3}{5}a^2b$	$0 - \frac{3}{5}a^2b$		

Riflettere sulla sottrazione di monomi

200. Sono assegnate le seguenti espressioni:
 $(x-y)-z$ $x-(y-z)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. sviluppare le espressioni sostituendo alla sottrazione l'addizione con l'opposto;
 b. spiegare perché risulta:
 $x-(y-z) = x-y+z$

201. Sono assegnate le seguenti espressioni:
 $(x-y)+z$ $x-(y+z)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. sviluppare le espressioni sostituendo alla sottrazione l'addizione con l'opposto;
 b. spiegare perché risulta:
 $x-(y+z) = x-y-z$
202. È data la seguente espressione:
 $x-(y-z)-(x-y-z)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. sviluppare le espressioni sostituendo alla sottrazione l'addizione con l'opposto;
 b. spiegare perché risulta:
 $x-(y-z)-(x-y-z) = 2z$
203. È data la seguente espressione:
 $x-(y+z)-(x-y+z)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. sviluppare le espressioni sostituendo alla sottrazione l'addizione con l'opposto;
 b. spiegare perché risulta:
 $x-(y+z)-(x-y+z) = -2z$

Collegamento con i paragrafi precedenti

Scrivere nella forma più breve le espressioni assegnate negli esercizi dal n. 204 al n. 244 basandosi sul procedimento richiamato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$3a+4a^2-2-2a+5-6a^2 =$ $= 3a+4a^2+(-8)+(-2a)+5+(-6a^2) =$	La sottrazione diventa addizione con l'opposto
$= 3a + 4a^2 + (-8) + (-2a) + 5 + (-6a^2) =$	Si individuano i monomi simili
$= (3-2)a + (4-6)a^2 + (-8+5) =$ $= 1 \cdot a + (-2)a^2 + (-3) =$ $= a - 2a^2 - 3$	Si addizionano i monomi simili

204.	$3a+1+4a+17-7a$	$a+5-8a+12+7a-7$	[18; 10]
205.	$12+12y-3y-y+1+2y-13$	$6-5y+3+2y-9+13y$	[10y; 10y]
206.	$8x-2x+3-6x+5-8$	$11x+6-3x-5-8x-1$	[0; 0]
207.	$-11c+3c-8+5c$	$4+2c-12-5c$	[-3c-8; -3c-8]
208.	$z+2z+3+4z+5$	$z-z+6z-11+z+19$	[7z+8; 7z+8]
209.	$3+21m+54-13m-m$	$8m+3-m-12+66$	[7m+57; 7m+57]
210.	$0,25+1,45a-3,75+a$	$3a-3-0,55a-0,5$	[2,45a-3,5; 2,45a-3,5]
211.	$2,2z+4,35-1,8z-3,35$	$-6z+3,85+6,4z-2,85$	[0,4z+1; 0,4z+1]
212.	$82,7y-2,83-35,2y-4$	$50y-7-2,5y+0,17$	[47,5y-6,83; 47,5y-6,83]
213.	$0,01z+0,55-0,07z-0,09+0,08z-0,46$		[0,02z]

Esercizi

214. $3,81-142,35x-8,01+5+622,05x-0,8$ [479,7x]
215. $42,7y-3,01-12,5y+2,99-20,2y+0,02$ [10y]
216. $\frac{2}{3}a+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}a+\frac{1}{4}$ $\frac{5}{3}a+\frac{5}{4}-\frac{4}{3}a-\frac{1}{4}$ [$\frac{1}{3}a+1$; $\frac{1}{3}a+1$]
217. $\frac{1}{15}x+\frac{5}{6}-\frac{2}{5}x-\frac{1}{3}$ $\frac{5}{3}x+\frac{3}{2}-2x-1$ [$-\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}$]
218. $\frac{1}{5}b-\frac{3}{8}+\frac{7}{10}b+\frac{1}{4}$ $b-\frac{9}{8}-\frac{1}{10}b+1$ [$\frac{9}{10}b-\frac{1}{8}$; $\frac{9}{10}b-\frac{1}{8}$]
219. $\frac{2}{5}z-\frac{1}{5}-\frac{3}{5}z-\frac{3}{10}+\frac{1}{5}z+2$ [$\frac{3}{2}$]
220. $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}x-2+\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}$ [$\frac{1}{3}x-1$]
221. $-\frac{1}{8}y+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}+\frac{3}{2}y-\frac{1}{4}y+1-\frac{1}{8}y$ [$y+\frac{3}{2}$]
222. $\frac{2}{3}k-\frac{1}{8}+\frac{1}{5}k-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{1}{15}k-\frac{4}{5}k$ [$\frac{1}{8}$]
223. $\frac{3}{27}a^2+\frac{1}{4}-\frac{5}{9}a^2-\frac{3}{8}+\frac{1}{3}a^2-\frac{5}{16}+\frac{1}{9}a^2+\frac{3}{16}+\frac{1}{4}$ [0]
224. $\frac{8}{9}-\frac{5}{14}x^2+\frac{1}{3}+\frac{3}{7}x^2+\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{18}-\frac{1}{14}x^2-1+\frac{1}{18}-\frac{1}{2}x^2$ [0]
225. $b^2+\frac{2}{3}-\frac{8}{15}b^2-2+3b^2-\frac{5}{9}-\frac{6}{5}b^2-\frac{4}{15}b^2+\frac{17}{9}-2b^2$ [0]
226. $7a-4b+32-15b+12a-20-18a+19b-11$ [$a+1$]
227. $7xy-4x+32-15x+12xy-20-18xy+19x-11$ [$xy+1$]
228. $25p-8+52q-17p-39q+17-8p-13q-8$ [1]
229. $25y-8+52y^2-17y-39y^2+17-8y-13y^2-8$ [1]
230. $15y+8z-24-16z-33y+15+17y+7z+9$ [$-z-y$]
231. $15xy+8x^2-24-16x^2-33xy+15+17xy+7x^2+9$ [$-x^2-xy$]
232. $2ab^2-5+3a^2b+6-ab^2-a^2b$ [ab^2+2a^2b+1]
233. $42-a^3b^2+ab^4-37+2a^3b^2-ab^4$ [a^3b^2+5]
234. $ab^3-8a-16+3ab^3+5a+19$ [$4ab^3-3a+3$]
235. $a+b+ab+1+2a+2b+2ab+2$ [$3ab+3a+3b+3$]
236. $qr^2s+3-qr^3-2qr^2s+5+2qrs^3$ [qrs^3-qr^2s+8]
237. $xy^3z^2+xy^2z-6-2xy^2z+3xy^3z^2+4$ [$4xy^3z^2-xy^2z-2$]
238. $a^2b^3c^5+8ab^3c^2-3a^2b^3c^5-6ab^3c^2-13$ [$-2a^2b^3c^5+2ab^3c^2-13$]
239. $2abc-5+16ab^2c-abc+6-17ab^2c$ [$abc-ab^2c+1$]
240. $uvw^2+8uv-5uv-3uvw^2+3uw-7uv$ [$-2uvw^2+uv-2uw$]

241. $8ab^7-7ab^8+2a^4b^4-7ab^7-a^4b^4+5ab^8-a^4b^4-ab^7$ [$-2ab^8$]
242. $5a^5b^3+14a^3b^5-6a^5b^3-2a^3b^5+a^5b^3-12a^3b^5$ [0]
243. $3a^8b^7c^8-2a^8bc^8+5a^7b^8c^7+2a^8bc^8-2a^8b^7c^8-4a^7b^8c^7$ [$a^8b^7c^8+a^7b^8c^7$]
244. $a^4b^2c^3+a^2b^3c^4+a^3b^4c^2-a^4b^2c^3-2a^2b^3c^4-3a^3b^4c^2$ [$-a^2b^3c^4-2a^3b^4c^2$]

Scrivere in forma più breve le espressioni assegnate negli esercizi dal n. 245 al n. 251 tenendo presente la proprietà commutativa della moltiplicazione.

245. $2ab^2+a^2b-3b^2a-ba^2$ $2b^2a+ba^2-3ab^2-a^2b$ [$-ab^2$; $-ab^2$]
246. $a^3b-3ab+2ba^3+3ba$ $2ba^3-3ba-2a^3b+ab$ [$3a^3b$; $-2ab$]
247. $a^2b^2-a^4b^2-2b^2a^2+b^2a^4$ $b^2a^2-b^2a^4-2a^2b^2+a^4b^2$ [$-a^2b^2$; $-a^2b^2$]
248. $-yx^3-2xy^2-2x^3y+3y^2x$ $-x^3y-2y^2x-2yx^3+3xy^2$ [$-3x^3y+xy^2$; $-3x^3y+xy^2$]
249. $yz^4-2y^2z^2-3z^4y+5z^2y^2$ $z^4y-2z^2y^2-3yz^4+5y^2z^2$ [$-2yz^4+3y^2z^2$; $-2yz^4+3y^2z^2$]
250. $p^3q^2-5qp^3+8q^2p^3+5p^3q$ $q^2p^3-5p^3q+8p^3q^2+5qp^3$ [$9p^3q^2$; $9p^3q^2$]
251. $r^2s^2+4rs-2sr+3s^2r^2$ $s^2r^2+4sr-2rs+3r^2s^2$ [$2rs+4r^2s^2$; $2rs+4r^2s^2$]
252. Aggiungere alle seguenti espressioni un monomio, in modo che il risultato sia $3x^3y^2$.
 $-x^2y^3+x^3y^2+2x^2y^3-x^2y^3$ $xy^3+5x^3y^2+xy^3-2y^3x$
253. Aggiungere alle seguenti espressioni un monomio, in modo che il risultato sia $-3x^3y^2$.
 $-x^3y^2+2x^3y^4-5y^2x^3+2y^4x^3$ $2x^3y^2+4x^2y^3-x^2y^3-3y^3x^2$
254. Aggiungere alle seguenti espressioni un monomio, in modo che il risultato sia 0.
 $a^3b^5-3b^5a^3+b^5a^3+2a^3b^5$ $2yz^3-3y^3z+5y^3z-3z^3y-2zy^3$
255. Aggiungere alle seguenti espressioni un monomio, in modo che il risultato sia 0.
 $8p^2q^3-3q^2p^3-q^3p^2+3p^3q^2$ $32r^5s^8-30r^8s^5-22s^8r^5+30s^5r^8$
256. Aggiungere alle seguenti espressioni uno o più monomi, in modo che il risultato sia 0.
 $a^2b^5-3a^5b^2+5b^5a^2-7b^2a^5$ $3b^2c^5-8b^3c^3+2c^5b^2-7c^3b^3$
257. Aggiungere alle seguenti espressioni uno o più monomi, in modo che il risultato sia 0.
 $acb^4-3a^2b^2cd+2a^2b^2cd$ $x^2y^3-3x^3y^2+2x^2y^3-2y^2x^3$
258. Fra le seguenti espressioni scegliere quella che ha come risultato $5a^3b^2$, motivando la scelta.
 $3a^2b^3-2b^2a^3+7a^3b^2-3b^3a^2$ $3a^2b^3-2a^2b^3+7a^3b^2-3b^3a^2$

259. Fra le seguenti espressioni scegliere quella che ha come risultato $3b^5a^3$, motivando la scelta.
 $-a^3b^5+2b^5a^3-3a^3b^5+5b^5a^3$ $a^3b^5-2a^3b^5+3a^3b^5-5a^3b^5$
260. Fra le seguenti espressioni scegliere quella che ha come risultato 0, motivando la scelta.
 $x^2+2y^2+xy-2x^2y^2-xy$ $x^2+2y^2+xy-x^2-2y^2-xy$
261. Fra le seguenti espressioni scegliere quella che ha come risultato 0, motivando la scelta.
 $2a-a^2+a+b-ab$ $2a-2a+a+b-a-b$

Scrivere in forma più breve le espressioni assegnate negli esercizi dal n. 262 al n. 273, in cui si debbono svolgere addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni ed elevazioni a potenza di monomi, basandosi sul procedimento richiamato qui sotto.

Calcolo	Procedimenti seguiti
$\frac{(2xy)^3}{2x^2} + \left(\frac{8x^4y^3}{2x^2y}\right)^2 - 2x^2y^2 \cdot 5x^2y =$ $= \frac{(2xy)^3}{2x^2} + (4x^2y^2)^2 - 2x^2y^2 \cdot 5x^2y =$	I. Si eseguono le operazioni racchiuse fra parentesi
$\frac{8x^3y^3}{2x^2} + 16x^4y^4 - 2x^2y^2 \cdot 5x^2y =$ $= 4xy^3 + 16x^4y^4 - 10x^4y^4 =$	II. Si eseguono le elevazioni a potenza
$= 4xy^3 + (16-10)x^4y^4 =$ $= 4xy^3 + 6x^4y^4$	III. Si eseguono moltiplicazioni e divisioni
	IV. Si addizionano i monomi simili

262. $4a^2x^4 - (-2ax^2)^2 - \left(-\frac{1}{4}ax + a^3\right) + 3a^3 - 2ax$ [$2a^3 - \frac{7}{4}ax$]
263. $4a^2 + 5b + 1 - 3 + 2b - \frac{(-2a)^5}{(-2a)^3} - 5b + 2$ [$2b$]
264. $(-2a)^2 + (-3ab)^2 - \frac{9a^3b^3}{ab} - 3a^2 + 2a \cdot \left(-\frac{1}{2}a\right)$ [0]
265. $a^2b + 2ab^2 + a^3 - (-2a)^3 + 5a^2b - 4ab^2 + (-a)^23b + 9(-a)^3$ [$9a^2b - 2ab^2$]
266. $\frac{9x^5}{(-x)^2} + 2y - 5 - \left[x^3 - \frac{(-4xy)^2}{2x^2y} - 5\right]$ [$8x^3 + 10y$]
267. $2a^2 - a + 3 - \frac{1}{16}a^4 + \left(-\frac{1}{4}a^2\right)^2 - (2a+1) - (-a)^2 + (-1)^2$ [$a^2 - 3a + 3$]
268. $\frac{2x^3}{\left(-\frac{2}{3}x\right)^2} + \frac{\frac{4}{3}x^3y^2}{\left(-\frac{1}{3}xy\right)^2} + \frac{(2xy)^2}{xy^2}$ [$\frac{41}{2}x$]
269. $\frac{(-x^3y)^2 \left(-\frac{1}{4}xy^2\right) + \frac{3}{2}x^3y^2 \left(-\frac{1}{3}x^2y\right)^2}{\frac{1}{4}xy(-x^3y)^2}$ [$-\frac{1}{3}y$]

270. $\left(\frac{-8a^3x^3}{4a}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a^3x^2\right)^3 \cdot [(-5a^2)^2(-ax)]^{-1} \cdot (-2^4x)$ [$4,01a^4x^6$]
271. $\left(\frac{3}{2}x^3y^2z\right)^2 \left(-\frac{3}{2}xy^2z\right)^{-2} - \frac{3}{4}x(x^3y^2z)^3 \cdot (-x^2y^2z)^{-3} + (-2x^2)^2$ [$\frac{23}{4}x^4$]
272. $[(-xy^3)(-5x^3y)(-xy)^{-2}]^2(-5xy^2)^{-2} + x^2 - (-2x)^2[-2x^2]$ [$2x^2 + 8x^4$]
273. $\left\{ \left[\frac{(-3x^2y)^3}{(-6x^2)^2} + \frac{1}{4}y(-xy)^2 \right]^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^{-2} \right\}^3$ [1]

Le espressioni sviluppate negli esercizi dal n. 274 al n. 276 sono state scritte in forma più breve, eseguendo i calcoli in modo errato; scoprire e correggere gli errori.

274. $\frac{1}{3}x^3y^4 \cdot (3xy)^2 = \frac{1}{3}x^3y^4 \cdot 3xy^2 = x^4y^6$
275. $\frac{1}{3}x^3y^4 \cdot (3xy)^0 = \frac{1}{3}x^3y^4 \cdot 3xy = x^4y^5$
276. $\frac{(2xy)^2}{4x^2y^2} = \frac{4x^2y^2}{4x^2y^2} = 0$ $(2xy)^2 - 4x^2y^2 = 4x^2y^2 - 4x^2y^2 = 1$
277. «Inventare» qualche espressione a piacere e scriverla in modo più breve eseguendo i calcoli prima in modo errato e poi in modo corretto.

Polinomi

278. Completare la seguente tabella, come è mostrato nella prima riga.

Espressione data	Espressione in forma più breve	Tipo	Grado
$3xy + 4x - 3y + 2xy$	$4x - 3y + 5xy$	Trinomio	2
$8x^2 - 4y^2 - 6x^2 + x^2y^2$			
$8x^2 - 4x^2 - 6x^2 + x^2y^2$			
$8x^2 - 4x^2 - 6x^2 + x^2$			
$4a + 3b - 2ab + 6ab^2 - 3b - 4a$			
$4a + 3b - 2ab + 6ab^2 - 2ab - 6ab^2$			

279. Sono assegnati i seguenti polinomi:
 $3xy + 4x$ $5xy^2 + 2x^2y + 6x^2$ $4xy^2z + z^3x + 5 + 8xyz$
 Rispondere ai seguenti quesiti:
 a. indicare il binomio ed il trinomio, motivando la scelta;
 b. determinare il grado di ciascun polinomio.
280. Ripetere l'esercizio 279 a partire dai seguenti polinomi:
 $9ab + 3xy$ $m^2n^2 + 2m^2n + 6n^3$ $2a^2b^2c^2 + a^3c + 5 + 6b^4$
281. Ripetere l'esercizio 279 a partire dai seguenti polinomi:
 $2x^2 + 3x^2y$ $6y - 8x + 3xy$ $4x^2 - 5y^2 + 3xy^2 - x^2y^2$

Problemi che conducono a scrivere dei polinomi

282. Disegnare un segmento AC diviso in due parti: AB, lungo m , e BC, lungo n . Costruire i due quadrati ABPQ e BCRS nello stesso semipiano rispetto a AC (fig. 1). Risolvere i seguenti quesiti:
- determinare il perimetro p e l'area s del poligono ACRSPQ;
 - determinare p e s nel caso in cui BC è diviso in due parti uguali;
 - determinare p e s nel caso in cui AB è il doppio di BC;
 - determinare p e s nel caso in cui AB misura 8 e BC misura 4.
283. Ripetere l'esercizio 282, ma costruendo i due quadrati in semipiani opposti rispetto a AC (fig. 2).
284. Disegnare un segmento AC diviso in due parti: AB, lungo m , e BC, lungo n ; nello stesso semipiano rispetto a AC costruire il triangolo equilatero ABP e il quadrato BCQR. Risolvere i seguenti quesiti:
- determinare il perimetro p del poligono ACQRBP;
 - determinare p nel caso in cui BC è diviso in due parti uguali;
 - determinare p nel caso in cui AB è la metà di BC;
 - determinare p nel caso in cui AB misura 6 e BC misura 12.
285. Disegnare un quadrato ABCD e sul lato AB costruire un triangolo ABE che sia isoscele sulla base AB e risulti esterno al quadrato (fig. 3); indicare con m la lunghezza del lato del quadrato, con h e n l'altezza ed il lato del triangolo isoscele e risolvere i seguenti quesiti:
- determinare il perimetro p e l'area s del poligono DCBEA;
 - determinare p e s nel caso in cui il triangolo è equilatero;
 - determinare p e s nel caso in cui il triangolo isoscele ha l'altezza che è $\frac{3}{8}$ del lato del quadrato;
 - determinare p e s nel caso in cui AB misura 8, BE misura 5 e l'altezza del triangolo isoscele è lunga 3.

Figura 1

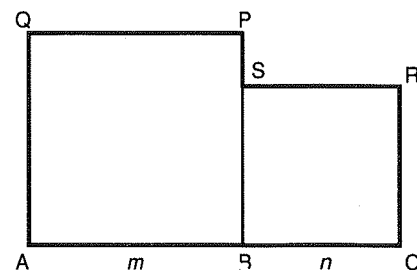


Figura 2

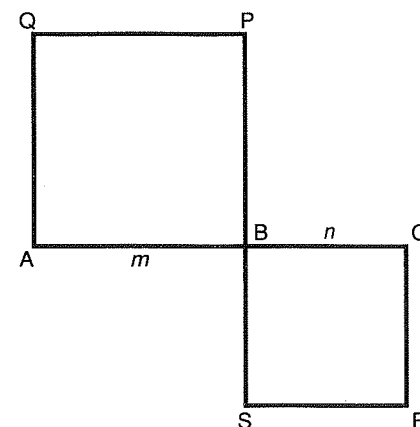
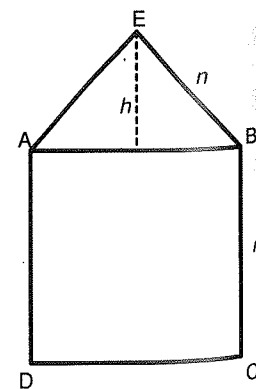


Figura 3



Sostituire i numeri alle lettere

286. Una lettera è una specie di contenitore, nel quale si può inserire un qualunque numero razionale; riflettere su questa affermazione completando la seguente tabella come è indicato nella prima riga e cioè calcolando il valore che assumono le espressioni assegnate quando alle lettere si sostituiscono i numeri indicati.

x	0	-1	$\frac{1}{2}$
$2x$	$2 \cdot 0 = 0$	$2 \cdot (-1) = -2$	$2 \cdot \frac{1}{2} = 1$
$x+2$			
x^2			
$-x^2$			
$-x^2+x+2$			
x^2+2x			

287. Ripetere l'esercizio 286 a partire dalla tabella seguente:

y	0	1	$-\frac{3}{4}$
$-3y$			
$-3+y$			
y^3			
$-y^3$			
y^3+y-3			
$-y^3-3y$			

288. Ripetere l'esercizio 286 a partire dalla tabella seguente:

m	2	-2	0
$-\frac{1}{2}m$			
$-\frac{1}{2}+m$			
$-\frac{1}{2}m^2$			
$2m^2$			
$2m^2+m$			
$-\frac{1}{2}m^2+m-\frac{1}{2}$			

Osservazioni sui polinomi

289. Un polinomio viene spesso scritto *ordinato secondo le potenze decrescenti*. Questo vuol dire che i suoi monomi sono scritti nel modo seguente:
- il primo monomio è quello di grado complessivo più alto;
 - seguono gli altri monomi con il grado in ordine decrescente.
- Nella seguente tabella sotto la colonna G1° è scritto il grado del primo monomio, sotto la colonna G2° è scritto il grado del secondo monomio e così via; completare la tabella come è mostrato nella prima riga.

Polinomio dato	G 1°	G 2°	G 3°	G 4°	Polinomio ordinato
$6x^3y^4+5x^2y-xy^3+7y^8$	$3+4=7$	$2+1=3$	$1+3=4$	$0+8=8$	$7y^8+6x^3y^4-xy^3+5x^2y$
$2x-3xy^2-zx+x^2yz^2$					
$a^2-abc-ab^2c+a^2b^2c$					
$4-3x+5x^3-8x^2$					

290. Un polinomio si dice *omogeneo* se tutti i suoi monomi sono dello stesso grado. Fra i seguenti polinomi scegliere quelli omogenei e quelli non omogenei, motivando la scelta; scrivere quindi i polinomi ordinati secondo le potenze decrescenti.
- x^2+y^2-2xy $x^2+y^2-2x-2y$ $x^2+y^2-2x^2y$ $x^3+2xyz-4x^2y$
291. Ripetere l'esercizio 290 a partire dai seguenti polinomi:
- $2a^2+b^2+3a-b$ $2a^2+b^2+3ab$ $m^2+n^2+m^2n$ m^3+m^2n
292. Un polinomio può anche essere scritto *ordinato secondo le potenze decrescenti di una data lettera*. Questo vuol dire che i vari monomi sono scritti in modo che gli esponenti di quella lettera siano in ordine decrescente. Ecco due esempi:
- $5x^3y^4+2x^2y-4xy^3+8y^8$ è un polinomio ordinato secondo le potenze decrescenti di x ;
 $8y^8+5x^3y^4-4xy^3+2x^2y$ è lo stesso polinomio ordinato secondo le potenze decrescenti di y .
- Ordinare prima secondo le potenze decrescenti di x e poi secondo le potenze decrescenti di y i seguenti polinomi:
- $7x^2y^2+8xy^3-9x^3y+2xy-3x$ $4x-5y+8xy-9x^3y^2+7$
293. Dopo aver svolto l'esercizio 292, ordinare prima secondo le potenze decrescenti di a e poi secondo le potenze decrescenti di b i seguenti polinomi:
- $ab^2+5a-4a^2b^6+5ab^4+8$ $1-a^2+b^2+3ab-8a^3b^3$
294. Scrivere i polinomi che presentano le caratteristiche seguenti:
- a. un polinomio omogeneo di secondo grado con tutti i coefficienti che valgono 1; ordinare il polinomio prima secondo le potenze decrescenti di una lettera e poi secondo le potenze decrescenti dell'altra;
b. un polinomio di secondo grado in cui compare la sola lettera x e i coefficienti sono tutti positivi; ordinare il polinomio secondo le potenze decrescenti della lettera.
295. Scrivere i polinomi che presentano le caratteristiche seguenti:
- a. un polinomio omogeneo di terzo grado con tutti i coefficienti che valgono -1; ordinare il polinomio prima secondo le potenze decrescenti di una lettera e poi secondo le potenze decrescenti dell'altra;
b. un polinomio di terzo grado in cui compare la sola lettera y e i coefficienti sono tutti negativi; ordinare il polinomio secondo le potenze decrescenti della lettera.

Moltiplicazione di un polinomio per un monomio

Scrivere nella forma più breve i prodotti assegnati negli esercizi dal n. 296 al n. 325, ripetendo il procedimento indicato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$2a(3a+4a^2)=2a \cdot 3a+2a \cdot 4a^2=$ $=6a^2+8a^3$	Proprietà distributiva Moltiplicazione di monomi

296. $3b(4b^2+5)$ $3b(4b^2+5b)$ $3b(4b^2-5b)$
297. $6x(2x^2+x^3)$ $-6x(2x^2+x^3)$ $6x(2x^2-x^3)$
298. $\frac{3}{2}y(4y^3+6)$ $-\frac{3}{2}y(4y^3+6)$ $\frac{3}{2}y(4y^3-6y)$

299. $ab(2c-3)$ $-ab(2a+7b)$ $ab(2a-7b)$
300. $\frac{4}{3}xy(3z+9)$ $-\frac{4}{3}xy(3x+9y)$ $\frac{4}{3}xy(3y-9x)$
301. $5a(ab+2)$ $-5a(ab+2b)$ $5a(ab-2a)$
302. $x(xy-1)$ $x(x+xy)$ $y(xy-x)$
303. $2ab(a-2b^2)$ $-2ab(ab+a^2)$ $2ab(a^2-b^2)$
304. $3xy(x-2xy)$ $-3xy(xy+y^2)$ $3xy(x^2-y^2)$
305. $a(a+b-c)$ $-b(a-b+c)$ $c(a-b-c)$
306. $x(x+y-z)$ $-y(x-y+z)$ $z(x-y-z)$
307. $ab(a^2+a+1)$ $-ab(b^2+b-1)$ $ab(ab+bc+ac)$
308. $xy(1+x+x^2)$ $-xy(y^2+y-1)$ $xy(xy+yz-xz)$
309. $ac(b+ac+ab)$ $-ab(c+ab+ac)$ $bc(a+ac+bc)$
310. $xy(y-xy-xz)$ $-xz(x+xz+xy)$ $yz(-z-yz+xz)$
311. $ab^2(ab-ac^2+2b)$ $-ab^2(ab^2+a^2b-ab)$
312. $a^2b^3(ab-2ac+a^2b^3)$ $-a^3b^2(3ab-2ac+b^2)$
313. $xy^2z(1+3xz-2y)$ $-3x^2yz^2(y-2z-2)$
314. $4xy^2(2xy+3yz^3-5)$ $-xy^4(2y-3xy^3+1)$
315. $0,1a^2b^3(5,2ab+43,8a^2-0,5b^3)$
316. $-32,25a^2bc^2(0,1bc-0,2ac+2,5ab)$ 317. $3,75xy^2(1,75xy+0,5x^2y-4,5xy^2)$
318. $4tz(2,5t^2-1,25tz+7,5z^2)$ 319. $\frac{1}{3}xy \left(3x^2-\frac{3}{5}y^3+3x^2y^2 \right)$
320. $-\frac{2}{5}x^2y \left(\frac{5}{2}y^2-10xy+\frac{15}{4} \right)$ 321. $\frac{1}{12}xy^4 \left(\frac{6}{5}x \cdot 10y+\frac{10}{3}x^2 \cdot 6y \right)$
322. $\frac{3}{11}ab^2c \left(11bc^2-\frac{11}{3}a^2 \cdot 4bc \right)$ 323. $\frac{1}{8}a^7 \left(\frac{4}{3}b \cdot \frac{9}{2}c^3-\frac{2}{5}a \cdot 20bc \right)$
324. $\frac{5}{6}ab^5 \left(3ab \cdot 2b^3-6b^5+\frac{6}{5}ac^2 \right)$ 325. $\frac{7}{12}a^4b \left(6a \cdot \frac{2}{7}b^3-4b^2 \cdot \frac{3}{7}c+\frac{12}{7} \right)$

Riflettere sulla moltiplicazione di un polinomio per un monomio

326. Esaminare i seguenti procedimenti:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$-(x+y+z)=(-1)(x+y+z)=$ $=(-1) \cdot x+(-1) \cdot y+(-1) \cdot z=$	$-a=(-1) \cdot a$
$-x-y-z$	Proprietà distributiva Sottrazione

Ripetere procedimenti analoghi per sviluppare le seguenti espressioni:

$-(-x+y+z)$ $-(-x-y+z)$ $-(x-y-z)$ $-(-x-y-z)$

327. Scegliere fra le seguenti espressioni quelle che, scritte in forma più breve, danno $-x+y$, motivando adeguatamente la scelta.

$$-(x+y) \quad -(x-y) \quad -(-x+y) \quad -(-x-y)$$

328. Scegliere fra le seguenti espressioni quelle che, scritte in forma più breve, danno $x-y$, motivando adeguatamente la scelta.

$$-(x+y) \quad -(x-y) \quad -(-x+y) \quad -(-x-y)$$

329. Scegliere fra le seguenti espressioni quelle che, scritte in forma più breve, danno $-x-y$, motivando adeguatamente la scelta.

$$-(x+y) \quad -(x-y) \quad -(-x+y) \quad -(-x-y)$$

Collegamento con i paragrafi precedenti

Scrivere in forma più breve le espressioni assegnate negli esercizi dal n. 330 al n. 336, ripetendo il procedimento indicato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$3(x^2-2x)-7x(x-3)=$	$a-b=a+(-b)$
$=3[x^2+(-2x)]+(-7x)[x+(-3)]=$	Proprietà distributiva
$=3 \cdot x^2+3 \cdot (-2x)+(-7x) \cdot x+(-7x) \cdot (-3)=$	Moltiplicazione di monomi
$=3x^2+(-6x)+(-7x^2)+21x=$	Somma di monomi simili
$=-4x^2+15x$	

330. $6+3(y-2)+5y-7(y-1)-2(y-3)$ $[-y+13]$
331. $3x-6(x+2)+5x-4x(-2)-3(x-2)$ $[7x-6]$
332. $(-x^2y)(5xy-4y^2)+7x^2y^2(2x-7y)$ $[9x^3y^2-45x^2y^3]$
333. $8x^3-\frac{1}{4}x[4(x^2-y^2)-4x^2]-8x^3$ $[xy^2]$
334. $(3ab+5a^2-3b^2)(-2a^2)-6a^2b(b-a)$ $[-10a^4]$
335. $x^2-\frac{1}{3}x^2(x-3y)-\frac{1}{4}x^2y-\frac{1}{3}x^2(3-x+\frac{9}{4}y)$ $[0]$
336. $5a \left[2(a^2-3ab)+2a \left(\frac{1}{2}a-3b \right) -\frac{1}{3}a(3a-6b) \right]$ $[10a^3-50a^2b]$

Problemi che conducono a moltiplicare un polinomio per un monomio

337. È dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo m e il lato BC lungo n ; sul lato DC si considera un punto P che ha distanza h da D. Risolvere i seguenti quesiti:
- determinare l'area s del trapezio ABQP;
 - determinare l'area s nel caso in cui ABCD sia un quadrato;
 - determinare l'area s nel caso in cui ABCD sia un quadrato con il lato lungo 10 e P divida a metà il lato DC.
338. È dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo m ed il lato BC lungo n ; sul lato AD si considera un punto P che ha distanza h da A e sul lato BC si considera un punto Q che ha distanza k da B. Risolvere i seguenti quesiti:
- determinare le aree S e S' dei trapezi ABQP e DCQP;
 - determinare le aree S e S' nel caso in cui BQ sia il doppio di AP;
 - determinare le aree S e S' nel caso in cui ABCD sia un rettangolo con i lati lunghi 10 e 8, la distanza AP valga 2 e la distanza BQ valga 4.

339. È dato un trapezio ABCD con la base maggiore AB lunga m , la base minore DC lunga n e l'altezza lunga h ; sul lato AB si considera un punto P che dista k da A. Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare l'area S del trapezio PBCD;
- determinare l'area S nel caso in cui PA sia uguale alla base minore;
- determinare l'area S nel caso in cui ABCD abbia la base maggiore lunga 12, la base minore lunga 8, l'altezza lunga 5 e la distanza AP valga 2.

340. È dato un quadrato ABCD con il lato lungo m ; si prolunga il lato AB di un segmento BE lungo n e si costruisce il rettangolo AEFD, che ha i lati AE e AD. Risolvere i seguenti quesiti:

- calcolare l'area S del quadrato, l'area S' del rettangolo e determinare la differenza $S'-S$, sia valendosi del calcolo letterale che della geometria;
- risolvere il problema nel caso particolare in cui sia $n=2m$;
- risolvere il problema nel caso in cui il quadrato abbia il lato lungo 15 e BE sia lungo 30.

Divisione di un polinomio per un monomio

Scrivere nella forma più breve i quozienti assegnati negli esercizi dal n. 341 al n. 351, ripetendo il procedimento indicato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$\frac{4x^2y+6xy^2}{2xy}=(4x^2y+6xy^2) \cdot (2xy)^{-1}=$	$\frac{a}{b}=a \cdot b^{-1}$
$(4x^2y+6xy^2) \cdot 2^{-1}x^{-1}y^{-1}$	Potenza di un monomio
$4x^2y \cdot 2^{-1}x^{-1}y^{-1}+6xy^2 \cdot 2^{-1}x^{-1}y^{-1}$	Distributiva
$2x+3y$	Moltiplicazione di monomi

341. $\frac{2a^2b+6a^2b^2}{2a}$ $\frac{2a^2b+6a^2b^2}{2b}$ $\frac{2a^2b+6a^2b^2}{2ab}$
342. $\frac{a^2b+a^2b^2+ab^2}{a}$ $\frac{a^2b+a^2b^2+ab^2}{b}$ $\frac{a^2b+a^2b^2+ab^2}{ab}$
343. $\frac{3a^3b^3-6a^2b^3+3a^4b^2}{3a^2}$ $\frac{3a^3b^3-6a^2b^3+3a^4b^2}{3b^2}$
344. $\frac{3a^3b^3-6a^2b^3+3a^4b^2}{3ab}$ $\frac{3a^3b^3-6a^2b^3+3a^4b^2}{3a^2b^2}$
345. $\frac{2a^3b^3c^3-8a^2b^3c^4+4a^4b^2c^3}{2a^2b^2}$
346. $\frac{2a^3b^3c^3-8a^2b^3c^4+4a^4b^2c^3}{2a^2c^2}$
347. $\frac{2a^3b^3c^3-8a^2b^3c^4+4a^4b^2c^3}{2b^2c^2}$
348. $\frac{8x^4y^3z^6-4x^6y^3z^5+8x^6y^6z^6}{4x^4y^2z^4}$
349. $\frac{8x^4y^3z^6-4x^6y^3z^5+8x^6y^6z^6}{2x^3y^3z^3}$
350. $\frac{6p^3q^2r^3+12p^2q^3r^6-18p^3q^3r^4}{3pq^2r^3}$
351. $\frac{6p^3q^2r^3+12p^2q^3r^6-18p^3q^3r^4}{2p^2q^2r^2}$

Moltiplicazione e divisione di un polinomio per un monomio

Scrivere in forma più breve le espressioni assegnate negli esercizi dal n. 352 al n. 361, ripetendo il procedimento indicato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$\frac{(x^2y-xy^3)6xy^2}{3xy} = (x^2y-xy^3)6xy^2 \cdot (3xy)^{-1} =$	$\frac{a}{b} = a \cdot b^{-1}$
$= (x^2y-xy^3)6xy^2 \cdot 3^{-1}x^{-1}y^{-1} =$	Potenza di un monomio
$= (x^2y-xy^3)2y =$	Moltiplicazione di monomi
$x^2y \cdot 2y - xy^3 \cdot 2y$	Distributiva
$2x^2y^2 - 2xy^4$	Moltiplicazione di monomi

352. $\frac{6a^3b(ab^3-a^2b^2)}{2a^2}$

$\frac{6a^3b(ab^3-a^2b^2)}{3a^2b}$

353. $\frac{12ab^2c(ac-ab)}{4b^2}$

$\frac{2ab^2c(ac-ab)}{3ac}$

354. $\frac{10x^4y^3(5x+3y-4)}{2y^3}$

$\frac{10x^4y^3(5x+3y-4)}{5x^4}$

355. $\frac{10x^4y^3(5x+3y-4)}{2xy^3}$

$\frac{10x^4y^3(5x+3y-4)}{5x^4y}$

356. $\frac{10x^4y^3(5x+3y-4)}{2x^2y^2}$

$\frac{10x^4y^3(5x+3y-4)}{5x^3y^3}$

357. $\frac{8x^2y^2(6x^2y+10xy^2-2x^2y^2)}{4x^2}$

358. $\frac{8x^2y^2(6x^2y+10xy^2-2x^2y^2)}{2y^2}$

359. $\frac{8x^2y^2(6x^2y+10xy^2-2x^2y^2)}{2x^2y}$

360. $\frac{8x^2y^2(6x^2y+10xy^2-2x^2y^2)}{4xy^2}$

361. $\frac{8x^2y^2(6x^2y+10xy^2-2x^2y^2)}{8x^2y^2}$

Raccoglimento a fattore comune

362. Completare le seguenti uguaglianze:

$3x+6xy = \dots\dots\dots(1+2y)$

$8y^2-2y = \dots\dots\dots(-4y+1)$

$-5a^2+10a = \dots\dots\dots(a-2)$

$-7ab^2-7a^2b = \dots\dots\dots(a+b)$

363. Completare le seguenti uguaglianze:

$-6xz^2+12x^2z^2 = \dots\dots\dots(x-2z)$

$20ax^3-10ax^4 = \dots\dots\dots(2-x)$

$-15b^2y^4-45b^2y^5 = \dots\dots\dots(1+3y)$

$5c^2z+20c^2z^3 = \dots\dots\dots(1+4z^2)$

364. Completare le seguenti uguaglianze:

$-\frac{1}{2}ab^2+a^2b = -\frac{1}{2}ab(\dots\dots\dots)$

$-\frac{3}{4}b^2c^2-ab^2c^2 = -\frac{3}{4}b^2c^2(\dots\dots\dots)$

365. Raccogliere a fattore comune il monomio x nei seguenti polinomi:

$2x^2+4x$

$\frac{1}{2}x^3+x$

$-x^4+3x$

x^2-x

366. Raccogliere a fattore comune il fattore 2 nei seguenti polinomi:

$2a+4b$

$6x^2-8y^2$

$-14m+16n$

$-8k-2$

367. Nei seguenti polinomi raccogliere a fattore comune prima il monomio $2x$ e poi il monomio $-2x$.

$2x^2+4xy+6x$

$-4ax+14bx-2x$

$6xy-4xz+2x$

368. Nei seguenti polinomi raccogliere a fattore comune prima il monomio ab e poi il monomio $-ab$.

a^2b-ab^2+ab

$-3a^2b^2+4a^3b^3-ab$

$2a^3b-5ab^3-ab^4$

369. Nei seguenti polinomi raccogliere a fattore comune prima il monomio $5ax$ e poi il monomio $-5ax$.

$5ax-15a^2x^2+10a^3x^3$

$-10a^2x+5ax^2-15a^2x^2$

370. Nei seguenti polinomi raccogliere a fattore comune prima il monomio $\frac{1}{3}xy$ e poi il monomio $-\frac{1}{3}xy$.

$\frac{2}{3}xy^2-\frac{1}{6}x^2y-\frac{1}{3}xy$

$\frac{1}{3}xy-\frac{1}{9}x^2y^2-\frac{8}{3}x^3y^3$

371. Nei seguenti polinomi raccogliere a fattore comune prima il monomio $3a^2b^3$ e poi il monomio $-3a^2b^3$.

$6a^4b^5-9a^2b^4+3a^2b^3$

$-3a^2b^3+12a^3b^3-15a^2b^4$

372. Nei seguenti polinomi raccogliere a fattore comune prima il monomio $2x^5y^3$ e poi il monomio $-2x^5y^3$.

$4x^6y^{10}-8x^{10}b^6+10a^{12}b^9$

$-2x^5y^3+4x^6y^3-18x^5y^4$

373. Nei seguenti polinomi raccogliere a fattore comune prima il monomio $\frac{1}{4}x^2y^2z^2$ e poi il monomio $-\frac{1}{4}x^2y^2z^2$.

$\frac{3}{4}x^4y^3z^2-\frac{1}{4}x^2y^2z^2$

$\frac{1}{4}x^2y^2z^2-\frac{1}{16}x^2y^2z^3-\frac{5}{4}x^2y^3z^2$

374. Nei seguenti polinomi raccogliere a fattore comune prima il monomio $\frac{3}{5}ab^2c^3$ e poi il monomio $-\frac{3}{5}ab^2c^3$.

$\frac{6}{5}a^3b^3c^3-\frac{3}{20}ab^2c^3$

$\frac{3}{5}ab^2c^3-\frac{9}{25}a^2b^2c^3-\frac{12}{5}ab^3c^3$

Raccogliere il fattore comune che si ritiene più opportuno nei polinomi assegnati negli esercizi dal n. 375 al n. 384.

375. $a^2+a^3+a^5$

a^3-a-a^4

$-a^4+2a^2-a^5$

376. $a^4-a^5+a^6$

a^3-3a^2-a

$-4a^3+8a^6-16a^9$

377. $2a^3-6a+4$

$3x+9+6y$

$7b^2+21b-14$

378. $8x^2-4xy+12x$

$-30a^3+15a^2+5a$

$20a^3+10a^2-100a$

379. $-8a^5-12a^4-4a^3$

$-3x^4+6x^3+12x^2$

$7m^5+21m^4-14m^3$

380. $8k^5-16k^4-8k^3$

$-4y^7-8y^6-16y^5$

$15z^8+10z^6-5z^4$

381. $2ab^3-6a^2b^2+4a^4b$ $-3a^3b^5-12a^2b^2+6a^3b^4$
382. $5x^6y^7-5x^7y^6-10x^5y^8$ $-8x^5y^3-4x^3y^5-8x^3y^3$
383. $2xy^2z^3-6x^3y^2z+4x^2y^2z^2$ $-28m^2n^2+20m^2n^4-12m^2n^3$
384. $24r^3s^4t^5-32r^4s^3t^5+8r^4s^2t^6$ $-16h^2k^3-8h^3k^4+32h^4k^5$
385. Correggere gli errori commessi nei calcoli eseguiti per raccogliere un fattore comune nei seguenti polinomi:

$$\frac{1}{2}xy+x=\frac{1}{2}x(y+1) \quad \frac{1}{2}xy+x=\frac{1}{2}y(x+1)$$

$$3x^2-6x+3=3x(x-2) \quad 3x^2-6x+3=3(x-2x)$$

386. Correggere gli errori commessi nei calcoli eseguiti per raccogliere un fattore comune nei seguenti polinomi:

$$\frac{5}{4}ab+5a=5a(b+1) \quad \frac{5}{4}ab+5a=\frac{5}{4}a(b+1)$$

$$8x^8-2x^4=2x^4(4x^2-1) \quad 5x^6+10x^3=5x^3(x^2+2)$$

387. Correggere gli errori commessi nei calcoli eseguiti per raccogliere un fattore comune nei seguenti polinomi:

$$-7x^2y^2+7x^2=-7x^2(y^2+1) \quad -7x^2y^2+7x^2=7x^2(y^2+1)$$

$$-4bz^3-4b^3z=-4bz(-z^2-b^2) \quad -4bz^3-4b^3z=4bz(z^2-b^2)$$

Moltiplicazione di polinomi

Calcolare i prodotti delle coppie di polinomi assegnate negli esercizi dal n. 388 al n. 402, ripetendo il procedimento indicato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$(a+3b)(5a+b)=a(5a+b)+3b(5a+b)=$	Proprietà distributiva
$=a \cdot 5a + a \cdot b + 3b \cdot 5a + 3b \cdot b =$ $=5a^2 + ab + 15ab + 3b^2 =$	Moltiplicazione di un monomio per un polinomio
$=5a^2 + 16ab + b^2$	Somma di monomi simili

388. $(a+b)(a+c)$ $(a+2b)(2a+c)$ $(3a+2b)(2a+4c)$
389. $(3x+2y)(2x+4z)$ $(2x+7y)(5x+3z)$ $(2x+7y)(5x+3y)$
390. $(2m+7n)(5m+3p)$ $(2m+n)(6m+5p)$ $(2m+n)(6m+5n)$
391. $(a^2+b)(a+b^2)$ $(a^2+b^2)(a^2+2b)$ $(a^2+b^2)(a^2+2b^2)$
392. $(3a^2+2ab)(a+b)$ $(3a^2+2ab)(a^2+b)$ $(3a^2+2ab)(a^2+b^2)$
393. $(2ab^2+5ab)(a^2+2b)$ $(2ab^2+5ab)(b^2+ab)$
394. $\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y^2\right)(3x^2+4y)$ $(2x+3y^2)\left(\frac{3}{2}x^2+\frac{4}{3}y\right)$

395. $\left(\frac{2}{5}a+\frac{1}{3}b\right)\left(\frac{5}{2}a+3b\right)$ $\left(\frac{3}{8}a^2+\frac{1}{3}b^2\right)\left(\frac{8}{3}a+\frac{3}{8}b\right)$
396. $(0,25a+2b)(0,55a+0,5b)$ 397. $(0,85a^2b-1,35ab^2)(2,3a+1,8b)$
398. $(12,7xy^2+8,5xy^3)(15,1x+3,7x^2y)$ 399. $(6,55ab^4+8,39a^4b)(1,37a^2b^2+6,55b^4)$
400. $(2a+b)(a+b+c)$ $(a+2b)(a+2b+3c)$
401. $(2a+5b)(2a+5b+2c)$ $(4b+7c)(3a+5b+c)$
402. $(x+y)(3x+5y+z)$ $(2x+3y)(x+y+z)$

Calcolare i prodotti delle coppie di polinomi assegnate negli esercizi dal n. 403 al n. 438, ripetendo il procedimento indicato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$(a-3b)(5a-b)=$ $=[a+(-3b)][5a+(-b)]=$	Differenza come addizione con l'opposto
$=a[5a+(-b)]+(-3b)[5a+(-b)]=$	Proprietà distributiva
$=a \cdot 5a + a \cdot (-b) + (-3b) \cdot 5a + (-3b) \cdot (-b) =$ $=5a^2 + (-ab) + (-15ab) + (-3b^2) =$	Moltiplicazione di un monomio per un polinomio
$=5a^2 - 16ab - 3b^2$	Somma di monomi simili

403. $(a+b)(a-c)$ $(a-b)(a+c)$ $(a-b)(a-c)$
404. $(a-2b)(2a+c)$ $(a+2b)(2a-c)$ $(a-2b)(2a-c)$
405. $(3a-2b)(2a+4c)$ $(3a+2b)(2a-4c)$ $(3a-2b)(2a-4c)$
406. $(3x+2y)(2x-4z)$ $(3x-2y)(2x+4z)$ $(3x-2y)(2x-4z)$
407. $(2x+7y)(5x-3z)$ $(2x-7y)(5x+3z)$ $(2x-7y)(5x-3z)$
408. $(2x+7y)(5x-3y)$ $(2x-7y)(5x+3y)$ $(2x-7y)(5x-3y)$
409. $(2m+7n)(5m-3p)$ $(2m-7n)(5m+3p)$ $(2m-7n)(5m-3p)$
410. $(2m+n)(6m-5p)$ $(2m-n)(6m+5p)$ $(2m-n)(6m-5p)$
411. $(a^2+b)(a-b^2)$ $(a^2-b)(a+b^2)$ $(a^2-b)(a-b^2)$
412. $(a^2-b^2)(a^2+2b)$ $(a^2+b^2)(a^2-2b)$ $(a^2-b^2)(a^2-2b)$
413. $(a^2-b^2)(a^2+2b^2)$ $(a^2+b^2)(a^2-2b^2)$ $(a^2-b^2)(a^2-2b^2)$
414. $(3a^2-2ab)(a+b)$ $(3a^2+2ab)(a^2-b)$ $(3a^2-2ab)(a^2-b^2)$
415. $(2ab^2-5ab)(a^2-2b)$ $(2ab^2-5ab)(b^2-ab)$
416. $\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}y^2\right)(3x^2+4y)$ $(2x+3y^2)\left(\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{3}y\right)$
417. $\left(\frac{2}{5}a-\frac{1}{3}b\right)\left(\frac{5}{2}a-3b\right)$ $\left(\frac{3}{8}a^2-\frac{1}{3}b^2\right)\left(\frac{8}{3}a-\frac{3}{8}b\right)$
418. $(0,25a-2b)(0,55a+0,5b)$ 419. $(0,85a^2b-1,35ab^2)(2,3a-1,8b)$
420. $(12,7xy^2+8,5xy^3)(15,1x-3,7x^2y)$ 421. $(6,55ab^4+8,39a^4b)(1,37a^2b^2-6,55b^4)$

Esercizi

422. $(2a-b)(a+b+c)$ $(2a-b)(a-b-c)$
 423. $(a+2b)(-a-2b-3c)$ $(-a+2b)(a+2b-3c)$
 424. $(2a-5b)(2a-5b+2c)$ $(-4b+7c)(-3a+5b-c)$
 425. $(x-y)(-3x-5y+z)$ $(-2x-3y)(-x-y-z)$
 426. $\left(\frac{1}{3}x-3y+\frac{1}{4}z\right)(y-3z)$ $\left(\frac{2}{5}x+\frac{1}{3}y-\frac{3}{4}z\right)\left(2x-\frac{1}{3}z\right)$
 427. $\left(\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}y-\frac{1}{2}z\right)\left(\frac{2}{3}y-\frac{1}{4}z\right)$ $\left(\frac{3}{5}x-\frac{4}{3}y-\frac{5}{4}z\right)(5x-3y)$
 428. $(6a+b+c)(a+2b+c)$ $(a+3b+2c)(4a-b+c)$
 429. $(a-2b-c)(a+b-3c)$ $(a-7b+5c)(3a-2b-5c)$
 430. $(2x+3y-z)(x-2y+z)$ $(3x-5y-7z)(8x-3y-4z)$
 431. $(2p+q-7r)(-3p-2q-r)$ $(-5p+2q-4r)(7p+8q-3r)$
 432. $\left(\frac{3}{7}pq-\frac{1}{4}qr+\frac{2}{3}q^2\right)\left(\frac{7}{2}p^2-q-\frac{3}{2}pq\right)$
 433. $\left(\frac{1}{6}p^2r+\frac{1}{3}q^2-\frac{2}{3}pq\right)\left(\frac{1}{2}pr-\frac{2}{3}qr-\frac{1}{4}q^2r\right)$
 434. $\left(\frac{5}{8}pq^2-\frac{1}{3}qr^2-\frac{3}{7}pr\right)\left(-\frac{5}{6}pr-\frac{1}{2}qr^2-\frac{2}{3}pr^2\right)$
 435. $(2a-c)(ab+ac+a^2+c)$
 436. $(3bc-2a^2)(ab^3+a^3b-ac^2-bc)$
 437. $(bcd-3a)(a^2b+a^2c+a^3d-a^2d)$
 438. $(cd-2ad)(ab^2+ad-d^3-bd^2)$

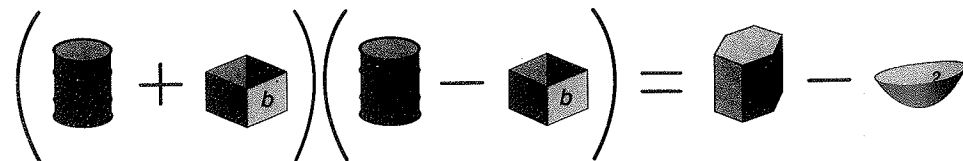
Un prodotto notevole

Nel testo viene chiamato *prodotto notevole* il seguente prodotto di polinomi:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

dove le lettere a, b possono essere considerate due «contenitori» all'interno dei quali possono essere inseriti numeri o monomi a piacere (fig. 4). Tenere presente quest'affermazione per eseguire gli esercizi dal n. 439 al n. 455.

Figura 4



439. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

a	b	$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$
x	y	$(x-y)(x+y)=x^2-y^2$
$2x$	y	
m	$3n$	
xy	$3z$	
		$(1-y)(1+y)=$
		$(-z-4)(-z+4)=$
		$\left(\frac{1}{3}p-\frac{8}{3}q\right)\left(\frac{1}{3}p+\frac{8}{3}q\right)=$
		$(-ab-6bc^2)(-ab+6bc^2)=$

440. Completare le seguenti uguaglianze:

$$(x-2)(\dots)=x^2-4 \quad (\dots-y)(\dots+y)=1-y^2$$

$$(p+\dots)(p-\dots)=p^2-q^2 \quad (\dots-z)(\dots+z)=x^2-z^2$$

$$(5x+4y)(5x-4y)=(\dots)^2-(\dots)^2=$$

$$(3a^2x+7b^2y^3)(3a^2x-7b^2y^3)=(\dots)^2-(\dots)^2=$$

441. Calcolare i seguenti prodotti numerici come è mostrato nell'esempio.

$$110 \cdot 90 = (100+10)(100-10) = 100^2 - 10^2 = 10\,000 - 100 = 9900$$

$$100 \cdot 80 \quad 420 \cdot 380 \quad 212 \cdot 188$$

Calcolare i prodotti notevoli assegnati negli esercizi dal n. 442 al n. 455.

442. $(1-p)(1+p)$ $(-1-p)(-1+p)$
 443. $(x-4y)(x+4y)$ $(-x-4y)(-x+4y)$
 444. $(2m-3n)(2m+3n)$ $(-2m-3n)(-2m+3n)$
 445. $(ab-5c)(ab+5c)$ $(-ab-5c)(-ab+5c)$
 446. $(a^3-b^3)(a^3+b^3)$ $(-a^3-b^3)(-a^3+b^3)$
 447. $(xy^2-x^2y)(xy^2+x^2y)$ $(-xy^2-x^2y)(-xy^2+x^2y)$
 448. $(4a^2b^3-5ac^2)(4a^2b^3+5ac^2)$
 449. $(-4a^2b^3-5ac^2)(-4a^2b^3+5ac^2)$
 450. $(-a^2b-6bc^3)(6bc^3-a^2b)$
 451. $\left(\frac{2}{5}a^2+\frac{1}{4}b^2\right)\left(\frac{2}{5}a^2-\frac{1}{4}b^2\right)$ $\left(-\frac{2}{5}a^2+\frac{1}{4}b^2\right)\left(-\frac{2}{5}a^2-\frac{1}{4}b^2\right)$
 452. $\left(\frac{8}{9}+\frac{5}{9}xy\right)\left(\frac{8}{9}-\frac{5}{9}xy\right)$ $\left(-\frac{8}{9}+\frac{5}{9}xy\right)\left(-\frac{8}{9}-\frac{5}{9}xy\right)$
 453. $\left(\frac{5}{6}a^2+\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}a^2-\frac{1}{6}\right)$ $\left(-\frac{5}{6}a^2+\frac{1}{6}\right)\left(-\frac{5}{6}a^2-\frac{1}{6}\right)$
 454. $\left(\frac{3}{4}x^2y^2+\frac{5}{4}z^2\right)\left(\frac{3}{4}x^2y^2-\frac{5}{4}z^2\right)$
 455. $\left(-\frac{3}{4}x^2y^2+\frac{5}{4}z^2\right)\left(-\frac{3}{4}x^2y^2-\frac{5}{4}z^2\right)$

Problemi che conducono a calcolare prodotti di polinomi

450. È dato un rettangolo ABCD che ha il lato AB lungo m ed il lato BC lungo n ; si toglie un segmento lungo p al lato AB, ottenendo il segmento AE e si aggiunge lo stesso segmento al lato BC, ottenendo il segmento BF. Risolvere i seguenti quesiti:
- calcolare l'area del rettangolo che ha per lati AE e BF, valendosi della moltiplicazione di polinomi;
 - calcolare l'area dello stesso rettangolo basandosi su considerazioni geometriche;
 - esaminare il problema nel caso in cui il lato AB misuri 10, il lato BC misuri 5 e p valga 2.
457. Un segmento AD è diviso in tre parti: AB, lungo m , BC, lungo n , e CD, lungo p ; da D si traccia un segmento DG, che è perpendicolare a AD ed è diviso in tre parti: DE, lungo x , EF, lungo y , FG lungo z . Risolvere i seguenti problemi:
- calcolare l'area del rettangolo che abbia per lati AD e DG, valendosi del calcolo letterale;
 - calcolare l'area dello stesso rettangolo basandosi su considerazioni geometriche;
 - esaminare il problema nel caso in cui AB e BC siano uguali fra loro, DE e EF siano uguali fra loro;
 - esaminare il problema nel caso in cui AB e BC misurino 10, DE e EF misurino 7, CD misuri 3 e FG misuri 2.
458. Un trapezio rettangolo ACDE è costruito accostando ad un quadrato ABDE con il lato lungo m un triangolo rettangolo e isoscele BCD: Sul lato AE si fissa un punto F, che ha una distanza h da E, e da F si traccia la parallela a AC, fino ad incontrare il lato DC in G (fig. 5). Risolvere i seguenti quesiti:
- determinare l'area del trapezio ACGF valendosi del calcolo letterale;
 - determinare l'area dello stesso trapezio basandosi su considerazioni geometriche;
 - esaminare il problema nel caso in cui il quadrato abbia il lato lungo 10 e la distanza FE valga 3.
459. Un trapezio rettangolo ACDE è costruito accostando ad un quadrato ABDE con il lato lungo m un triangolo rettangolo e isoscele BCD. Sulla semiretta AE si fissa un punto F, che ha una distanza h da E, e da F si traccia la parallela a AC, fino ad incontrare la semiretta DC in G (fig. 6). Risolvere i seguenti quesiti:
- determinare l'area del trapezio ACGF valendosi del calcolo letterale;
 - determinare l'area dello stesso trapezio basandosi su considerazioni geometriche;
 - esaminare il problema nel caso in cui il quadrato abbia il lato lungo 10 e la distanza FE valga 3.

Figura 5

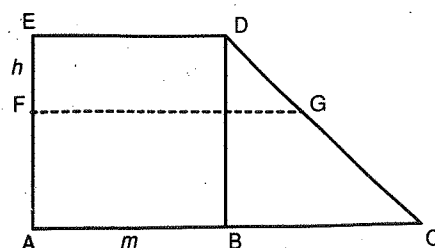
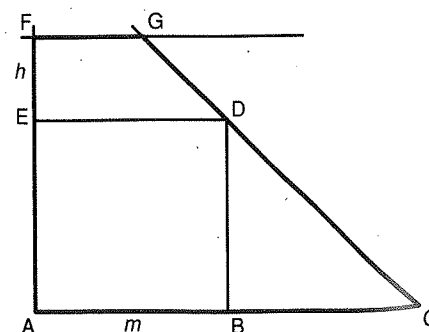


Figura 6



Moltiplicare più polinomi

Calcolare i prodotti di più polinomi assegnati negli esercizi dal n. 460 al n. 469, ripetendo i procedimenti indicati nei seguenti esempi:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$(x+1)(x+3)(x+5)=(x+1)[(x+3)(x+5)]=$	Proprietà associativa
$= (x+1)(x \cdot x + x \cdot 5 + 3 \cdot x + 3 \cdot 5) =$	Moltiplicazione di due fattori
$= (x+1)(x^2 + 5x + 3x + 15) =$	
$= (x+1)(x^2 + 8x + 15) =$	Somma di monomi simili
$= x \cdot x^2 + x \cdot 8x + x \cdot 15 + 1 \cdot x^2 + 8x + 15 =$	Moltiplicazione dei tre fattori
$= x^3 + 8x^2 + 15x + x^2 + 8x + 15 =$	
$= x^3 + 9x^2 + 23x + 15$	Somma di monomi simili

Calcolo	Procedimenti seguiti
$(x+1)(x+3)(x-1)=(x+1)(x-1)(x+3)=$	Proprietà commutativa
$= (x^2 - 1)(x+3) =$	Prodotto notevole di due fattori
$= x^2 \cdot x + x^2 \cdot 3 + (-1) \cdot x + (-1) \cdot 3 =$	Moltiplicazione dei tre fattori
$= x^3 + 3x^2 - x - 3$	

460. $3a(2a+7)(6a+5)$ $3a(2a+7)(6a-5)$ $3a(2a-7)(6a-5)$
461. $(1-x)(2+x)(3-x)$ $(1-x)(1+x)(3-x)$ $(1-x)(2+x)(2-x)$
462. $(3a+4)(2a+1)(a-5)$ $(3a+4)(3a-4)(a-5)$
463. $(3a+4)(2a+1)(2a-1)$ $(3a+4)(2a+1)(2a-3)$
464. $(x+1)(x-1)(x^2+1)$ $(x+2)(2x-1)(4x^2+3)$
465. $(y^2+1)(y^2-1)(y^4+1)$ $(y^2+3)(y^2-3)(y^4+3)$
466. $(1+x^2)(1-x^2)(1+x^3)$ $(1+x^2)(1-x^2)(1-x^3)$
467. $\left(\frac{2}{3}a+b\right)\left(3a-\frac{1}{2}b\right)(4a-6b+1)$ $\left(\frac{2}{3}a+b\right)\left(\frac{2}{3}a-b\right)(4a-6b+1)$
468. $6x^2y^2\left(\frac{4}{3}x^2+\frac{3}{2}y^2\right)\left(\frac{4}{3}x^2-\frac{3}{2}y^2\right)(x^3+y^3)$
469. $10a^3b^3\left(\frac{3}{5}a^3+\frac{7}{5}b^3\right)\left(\frac{3}{5}a^3-\frac{7}{5}b^3\right)(a^4-b^4)$

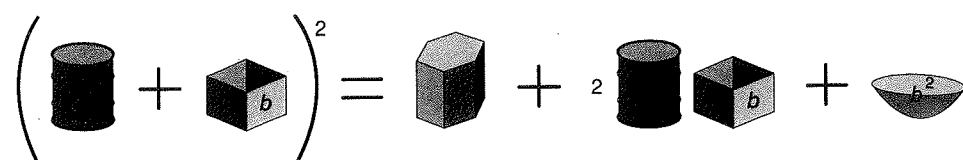
Il quadrato di un binomio

Nel testo viene indicato il seguente procedimento per calcolare il quadrato di un binomio:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

dove le lettere a , b possono essere considerate due «contenitori» all'interno dei quali possono essere inseriti numeri o monomi a piacere (fig. 7). Tenere presente quest'affermazione per eseguire gli esercizi dal n. 470 al n. 488.

Figura 7



470. Completare la seguente tabella, come è mostrato nella prima riga.

a	b	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
x	y	$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
$2m$	$3n$	
$2xy$	$\frac{3}{2}yz$	
		$(y+1)^2 =$
		$(2ab+5bc)^2$
		$\left(\frac{1}{3}p + \frac{8}{3}q\right)^2 =$

471. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

a	b	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$-x$	y	$(-x+y)^2 = (-x)^2 + 2 \cdot (-x)y + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$
$-2m$	$3n$	
$2m$	$-3n$	
$-2m$	$3n$	
$\frac{3}{2}y$	$-4x$	
$-\frac{3}{2}y$	$4x$	
		$(z-3)^2 =$
		$(-k+4)^2$
		$(-7m-9n)^2$
		$\left(-\frac{1}{3}p + \frac{8}{3}q\right)^2 =$

472.

Completare le seguenti uguaglianze:

$$(x+3)^2 = x^2 + 3^2 + \dots = \dots$$

$$(x-3)^2 = x^2 + 2(\dots)(\dots) + (\dots)^2 = \dots$$

$$(-x+3)^2 = (\dots)^2 + 2(\dots)(\dots) + (\dots)^2 = \dots$$

$$(-x-3)^2 = (\dots)^2 + 2(\dots)(\dots) + (\dots)^2 = \dots$$

$$\left(2y + \frac{3}{4}\right)^2 = (\dots)^2 + 2(\dots)(\dots) + (\dots)^2 = \dots$$

$$\left(-2y + \frac{3}{4}\right)^2 = (\dots)^2 + 2 \cdot (\dots)(\dots) + (\dots)^2 = \dots$$

$$\left(-2y - \frac{3}{4}\right)^2 = (\dots)^2 + 2 \cdot (\dots)(\dots) + (\dots)^2 = \dots$$

473.

Calcolare i seguenti prodotti numerici, come è mostrato nei due esempi.

$$101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 + 1 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201$$

$$99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 + 1 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$$

$$102^2 \quad 98^2 \quad 10,5^2 \quad 9,5^2$$

Calcolare i quadrati di binomi assegnati negli esercizi dal n. 474 al n. 488.

474. $(a+3)^2$ $(a-3)^2$ $(-a+3)^2$ $(-a-3)^2$
475. $(2x+5)^2$ $(-2x+5)^2$ $(2x-5)^2$ $(-2x-5)^2$
476. $(3a+5b)^2$ $(-3a+5b)^2$ $(3a-5b)^2$ $(-3a-5b)^2$
477. $(2x^3+7y^3)^2$ $(-2x^3+7y^3)^2$ $(2x^3-7y^3)^2$ $(-2x^3-7y^3)^2$
478. $(6a^2x^3+9b^3y^2)^2$ $(-6a^2x^3+9b^3y^2)^2$ $(6a^2x^3-9b^3y^2)^2$
479. $(0,25y^3z^5+4y^5z^3)^2$ $(-0,25y^3z^5+4y^5z^3)^2$
480. $(0,25y^3z^5-4y^5z^3)^2$ $(-0,25y^3z^5-4y^5z^3)^2$
481. $(3,5a^2x^4y^6+0,5a^6x^4y^2)^2$ $(3,5a^2x^4y^6-0,5a^6x^4y^2)^2$
482. $(-3,5a^2x^4y^6+0,5a^6x^4y^2)^2$ $(-3,5a^2x^4y^6-0,5a^6x^4y^2)^2$
483. $\left(\frac{5}{3}b^2x^3 + \frac{3}{5}b^3x^2\right)^2$ $\left(\frac{5}{3}b^2x^3 - \frac{3}{5}b^3x^2\right)^2$
484. $\left(-\frac{5}{3}b^2x^3 + \frac{3}{5}b^3x^2\right)^2$ $\left(-\frac{5}{3}b^2x^3 - \frac{3}{5}b^3x^2\right)^2$
485. $\left(\frac{7}{9}ax^2z^3 + \frac{9}{7}a^3x^2z\right)^2$ $\left(\frac{7}{9}ax^2z^3 - \frac{9}{7}a^3x^2z\right)^2$
486. $\left(-\frac{7}{9}ax^2z^3 + \frac{9}{7}a^3x^2z\right)^2$ $\left(-\frac{7}{9}ax^2z^3 - \frac{9}{7}a^3x^2z\right)^2$
487. $\left(\frac{5}{12}mp^2q^3 + \frac{4}{15}m^3p^2q\right)^2$ $\left(\frac{5}{12}mp^2q^3 - \frac{4}{15}m^3p^2q\right)^2$
488. $\left(-\frac{5}{12}mp^2q^3 + \frac{4}{15}m^3p^2q\right)^2$ $\left(-\frac{5}{12}mp^2q^3 - \frac{4}{15}m^3p^2q\right)^2$

Esercizi

Problemi che conducono a calcolare il quadrato di un binomio

489. Attorno ad un quadrato ABCD di lato m si costruisce un quadrato EFGH di lato $m+2p$ come è mostrato in fig. 8. Risolvere i seguenti quesiti:
- calcolare l'area S del quadrato EFGH valendosi del calcolo letterale;
 - determinare la stessa area S con procedimenti geometrici;
 - calcolare l'area S' della zona compresa fra i due quadrati (in grigio in fig. 8), valendosi del calcolo letterale;
 - determinare la stessa area S' con procedimenti geometrici;
 - esaminare il problema nel caso in cui AB sia lungo 5 e EF sia lungo 11.
490. È dato un quadrato ABCD di lato m ; si costruisce il quadrato AEFG che ha il lato ottenuto dal lato del quadrato dato raddoppiandolo ed aggiungendovi un segmento lungo p (fig. 9). Risolvere i seguenti quesiti:
- determinare l'area S del quadrato AEFG valendosi del calcolo letterale;
 - determinare l'area S basandosi su considerazioni geometriche;
 - calcolare l'area S' della zona compresa fra i due quadrati (in grigio in fig. 9), valendosi del calcolo letterale;
 - determinare la stessa area S' con procedimenti geometrici;
 - esaminare il problema nel caso in cui AB sia lungo 7 ed il segmento aggiunto sia lungo 6.

Figura 8

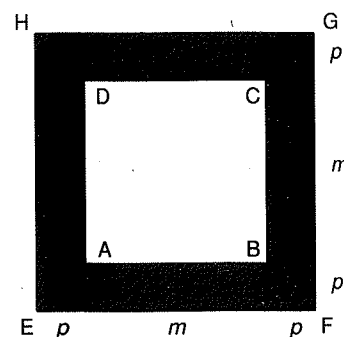
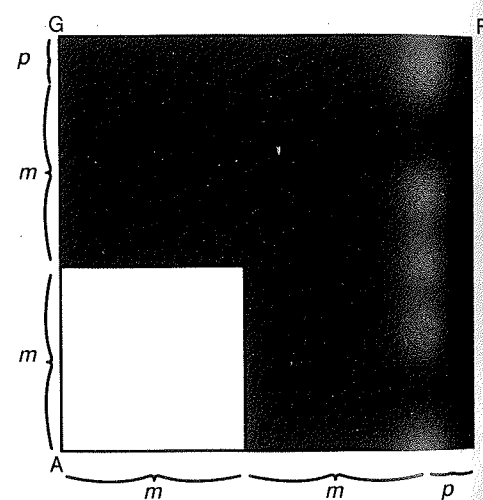


Figura 9



491. Sul lato AB di un quadrato ABCD di lato m si considera un punto E, che dista p da B; all'interno del quadrato dato si costruisce il quadrato AEFG. Risolvere i seguenti quesiti:
- calcolare l'area S di AEFG, valendosi del calcolo letterale;
 - determinare l'area S con procedimenti geometrici;
 - calcolare l'area S' della zona compresa fra i due quadrati, valendosi del calcolo letterale;
 - determinare la stessa area S' con procedimenti geometrici;
 - esaminare il problema nel caso in cui AB sia lungo 10 e BE sia lungo 2.
492. Sul lato AB di un quadrato ABCD di lato m si considera un punto E, che dista p da B; all'esterno del quadrato dato si costruisce il quadrato AEFG. Risolvere i seguenti quesiti:
- determinare l'area S del pentagono DCBFG;
 - esaminare il problema nel caso in cui AB sia lungo 10 e BE sia lungo 2.

Riflettere sul quadrato di un binomio

493. Completare le seguenti uguaglianze come è mostrato nel primo esempio:

$$y^2+10y+25=y^2+2\cdot 5\cdot y+5^2=(y+5)^2$$

$$a^2+8a+16=a^2+\dots+4^2=(\dots)^2$$

$$x^2-10x+25=x^2+2\cdot(-5)\cdot x+(\dots)^2=(\dots)^2=(\dots)^2$$

$$b^2-8b+16=b^2+2\cdot(-4)\cdot b+(\dots)^2=(\dots)^2=(\dots)^2$$

$$z^2+z+\frac{1}{4}=z^2+\dots+(\frac{1}{2})^2=(\dots)^2$$

$$m^2+5m+\frac{25}{4}=m^2+\dots+(\frac{5}{2})^2=(\dots)^2$$

494. Fra i seguenti polinomi scegliere quelli che sono lo sviluppo di $(x+1)^2$, motivando la scelta.

$$x^2+2x+1 \quad x^2+1 \quad 1+x^2+2x \quad x^2-2x+1 \quad x^2+2x$$

495. Fra i seguenti polinomi scegliere quelli che sono lo sviluppo di $(z-1)^2$, motivando la scelta.

$$z^2-1 \quad z^2+1 \quad 1+z^2-2z \quad z^2+2z+1 \quad z^2-2z$$

496. Fra i seguenti polinomi scegliere quelli che sono lo sviluppo di $(2a+\frac{1}{2})^2$, motivando la scelta.

$$2a^2+a+1 \quad a^2+2a+\frac{1}{4} \quad 4a^2+2a+\frac{1}{4} \quad 4a^2+a+\frac{1}{4} \quad 4a^2+\frac{1}{4}$$

497. Fra i seguenti polinomi scegliere quelli che sono lo sviluppo di $(\frac{3}{4}x-2)^2$, motivando la scelta.

$$\frac{9}{16}x^2-4 \quad \frac{9}{16}x^2+3x+4 \quad \frac{9}{16}x^2-3x+4 \quad x^2-3x+4$$

Il quadrato di un polinomio

Calcolare il quadrato dei polinomi assegnati negli esercizi dal n. 498 al n. 505, basandosi sul procedimento indicato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$(a+b+c+d)^2=[(a+b)+(c+d)]^2=$	Proprietà associativa dell'addizione
$=(a+b)^2+2(a+b)(c+d)+(c+d)^2$	$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ con $x=(a+b) \quad y=(c+d)$
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(c+d)^2=c^2+2cd+d^2$	Sviluppo dei quadrati
$2(a+b)(c+d)=(2a+2b)(c+d)=$ $2ac+2ad+2bc+2bd$	Sviluppo del prodotto
$a^2+2ab+b^2+2ac+2ad+2bc+2bd+c^2+2cd+d^2=$ $=(a+b+c+d)^2=$ $=a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac+2ad+2bc+2bd+2cd$	Sviluppo finale

498. $(2a+3b+4c)^2$ $(2a-3b+4c)^2$ $(2a+3b-4c)^2$
 499. $(2a-3b-4c)^2$ $(-2a-3b+4c)^2$ $(-2a-3b-4c)^2$
 500. $(2a+3b+4c+5d)^2$ $(2a-3b+4c+5d)^2$
 501. $(2a+3b-4c+5d)^2$ $(2a+3b+4c-5d)^2$
 502. $(2a-3b-4c+5d)^2$ $(2a+3b-4c-5d)^2$
 503. $(2a-3b-4c-5d)^2$ $(-2a-3b-4c-5d)^2$
 504. $(x^3-2x^2-x+4)^2$ $(2x^3y^2+3x^2y-x-4y)^2$
 505. $\left(2a^3-\frac{5}{2}a^2-\frac{2}{5}a\right)^2$ $\left(\frac{3}{4}x^3y^2+\frac{4}{3}x^2y^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{2}{3}y^2\right)^2$

Il cubo di un binomio

Nel testo viene indicato il seguente procedimento per calcolare il cubo di un binomio:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

dove le lettere a, b possono essere considerate due «contenitori» all'interno dei quali possono essere inseriti numeri o monomi a piacere. Tenere presente quest'affermazione per eseguire gli esercizi dal n. 506 al n. 524.

506. Completare la seguente tabella, come è mostrato nella prima riga.

a	b	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
x	y	$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
$2m$	$3n$	
$3xy$	$\frac{2}{3}yz$	
		$(y+1)^3 =$
		$(2ab+5bc)^3$
		$\left(\frac{1}{3}p + \frac{2}{3}q\right)^3 =$

507. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

a	b	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$-x$	y	$(-x+y)^3 = (-x)^3 + 3(-x)^2y + 3(-x)y^2 + y^3 = -x^3 + 3x^2y - 3xy^2 + y^3$
$-2m$	$3n$	
$2m$	$-3n$	
$-2m$	$3n$	
$\frac{2}{3}y$	$-3x$	
$-\frac{2}{3}y$	$3x$	
		$(z-1)^3 =$
		$(-k+2)^3$
		$(-2m-3n)^3$
		$\left(-\frac{1}{3}p + \frac{2}{3}q\right)^3 =$

508. Completare le seguenti uguaglianze:
 $(x+2)^3 = x^3 + 3(\dots)^2(\dots) + 3(\dots)(\dots)^2 + (\dots)^3 =$
 $= \dots$
 $(x-2)^3 = x^3 + 3(\dots)^2(\dots) + 3(\dots)(\dots)^2 + (\dots)^3 =$
 $= \dots$
 $(-x+2)^3 = (\dots)^3 + 3(\dots)^2(\dots) + 3(\dots)(\dots)^2 + (\dots)^3 =$
 $= \dots$
 $(-x-2)^3 = (\dots)^3 + 3(\dots)^2(\dots) + 3(\dots)(\dots)^2 + (\dots)^3 =$
 $= \dots$
 $\left(3y + \frac{4}{3}\right)^3 = (\dots)^3 + 3(\dots)^2(\dots) + 3(\dots)(\dots)^2 + (\dots)^3 =$
 $= \dots$
 $\left(-3y + \frac{4}{3}\right)^3 = (\dots)^3 + 3(\dots)^2(\dots) + 3(\dots)(\dots)^2 + (\dots)^3 =$
 $= \dots$
 $\left(-3y - \frac{4}{3}\right)^3 = (\dots)^3 + 3(\dots)^2(\dots) + 3(\dots)(\dots)^2 + (\dots)^3 =$
 $= \dots$

509. Calcolare i seguenti cubi di numeri, come è mostrato nell'esempio:

$$11^3 = (10+1)^3 = 10^3 + 3 \cdot 10^2 \cdot 1 + 3 \cdot 10 \cdot 1^2 + 1^3 = 1000 + 300 + 30 + 1 = 1331$$

$$12^3 \quad 101^3 \quad 99^3 \quad 98^3$$

Calcolare i cubi di binomi assegnati negli esercizi dal n. 510 al n. 524.

510. $(a+2)^3$ $(a-2)^3$ $(-a+2)^3$ $(-a-2)^3$
 511. $(2x+3)^3$ $(-2x+3)^3$ $(2x-3)^3$ $(-2x-3)^3$
 512. $(3a+b)^3$ $(-3a+b)^3$ $(3a-b)^3$ $(-3a-b)^3$
 513. $(2x^3+3y^3)^3$ $(-2x^3+3y^3)^3$ $(2x^3-3y^3)^3$ $(-2x^3-3y^3)^3$
 514. $(a^2x^3+2b^3y^2)^3$ $(-a^2x^3+2b^3y^2)^3$ $(a^2x^3-2b^3y^2)^3$
 515. $(0,25y^3z^5+4y^5z^3)^3$ $(-0,25y^3z^5+4y^5z^3)^3$
 516. $(0,25y^3z^5-4y^5z^3)^3$ $(-0,25y^3z^5-4y^5z^3)^3$
 517. $(3,5a^2x^4y^6+0,5a^6x^4y^2)^3$ $(3,5a^2x^4y^6-0,5a^6x^4y^2)^3$
 518. $(-3,5a^2x^4y^6+0,5a^6x^4y^2)^3$ $(-3,5a^2x^4y^6-0,5a^6x^4y^2)^3$
 519. $\left(\frac{5}{3}b^2x^3 + \frac{3}{5}b^3x^2\right)^3$ $\left(\frac{5}{3}b^2x^3 - \frac{3}{5}b^3x^2\right)^3$
 520. $\left(-\frac{5}{3}b^2x^3 + \frac{3}{5}b^3x^2\right)^3$ $\left(-\frac{5}{3}b^2x^3 - \frac{3}{5}b^3x^2\right)^3$

521.

$\left(\frac{7}{9}ax^2z^3+\frac{9}{7}a^3x^2z\right)^3$
 $\left(\frac{7}{9}ax^2z^3-\frac{9}{7}a^3x^2z\right)^3$

522.

$\left(-\frac{7}{9}ax^2z^3+\frac{9}{7}a^3x^2z\right)^3$
 $\left(-\frac{7}{9}ax^2z^3-\frac{9}{7}a^3x^2z\right)^3$

523.

$\left(\frac{5}{12}mp^2q^3+\frac{4}{15}m^3p^2q\right)^3$
 $\left(\frac{5}{12}mp^2q^3-\frac{4}{15}m^3p^2q\right)^3$

524.

$\left(-\frac{5}{12}mp^2q^3+\frac{4}{15}m^3p^2q\right)^3$
 $\left(-\frac{5}{12}mp^2q^3-\frac{4}{15}m^3p^2q\right)^3$

Riflettere sul cubo di un binomio

525.

Completare la seguente uguaglianza come è mostrato nell'esempio.

$y^3+3y^2+3y+1=y^3+3\cdot y^2\cdot 1+3\cdot y\cdot 1^2+1^3=(y+1)^3$
 $a^3+6a^2+12a+8=a^3+\dots+\dots+2^3=(\dots)^3$
526.

Completare la seguente uguaglianza come è mostrato nell'esempio.

$x^3-3x^2+3x-1=x^3+3x^2(-1)+3x(-1)^2+(-1)^3=[x+(-1)]^3=(x-1)^3$
 $b^3-6b^2+12b-8=b^3+3(\dots)^2(\dots)+3(\dots)(\dots)^2+(\dots)^3=[\dots]^3=(\dots)^3$
527.

Fra i seguenti polinomi scegliere quelli che sono lo sviluppo di $(1+x)^3$, motivando la scelta.

$1+2x+x^3$
 $1+x^3$
 $1+3x+3x^2+x^3$
 $1+2x^2+x^3$
528.

Fra i seguenti polinomi scegliere quelli che sono lo sviluppo di $(1-z)^3$, motivando la scelta.

$1-z^3$
 $1-2z+z^3$
 $1-2z+z^2$
 $1-3z+3z^2-z^3$
529.

Fra i seguenti polinomi scegliere quelli che sono lo sviluppo di $(1+y^2)^3$, motivando la scelta.

$1+2y^2+y^5$
 $1+y^6$
 $1+3y^2+3y^4+y^6$
 $1+3y^2$
530.

Fra i seguenti polinomi scegliere quelli che sono lo sviluppo di $(1-b^3)^3$, motivando la scelta.

$1-b^6$
 $1-2b^3+b^9$
 $1-3b^3$
 $1-3b^3+3b^6-b^9$

Le potenze di un binomio

531.

Completare la seguente tabella, basandosi sul triangolo di Tartaglia:

a	b	$(a+b)^4=a^4+\dots a^3b+\dots a^2b^2+\dots ab^3+b^4$
x	1	
y	2	
3xy	$\frac{2}{3}yz$	
		$(z^2+2)^4=$
		$(3a^2b+2ab^2)^4$
		$\left(\frac{1}{3}p+\frac{2}{3}q\right)^4=$

532.

Completare la seguente tabella, basandosi sul triangolo di Tartaglia:

a	b	$(a+b)^4=a^4+\dots a^3b+\dots a^2b^2+\dots ab^3+b^4$
x	-1	
-y	2	
3xy	$-\frac{2}{3}yz$	
		$(z^2-2)^4=$
		$(-3a^2b+2ab^2)^4$
		$\left(\frac{1}{3}p-\frac{2}{3}q\right)^4=$

533.

Completare la seguente tabella, basandosi sul triangolo di Tartaglia:

a	b	$(a+b)^5=a^5+\dots a^4b+\dots a^3b^2+\dots a^2b^3+\dots ab^4+b^5$
y	1	
x	2	
2ab ²	$\frac{3}{2}a^2b$	
		$(z^2+2)^5=$
		$(3x^2y+2xy^2)^5$
		$\left(\frac{1}{2}m+\frac{3}{2}n\right)^5=$

534.

Completare la seguente tabella, basandosi sul triangolo di Tartaglia:

a	b	$(a+b)^5=a^5+\dots a^4b+\dots a^3b^2+\dots a^2b^3+\dots ab^4+b^5$
y	-1	
-x	2	
2ab ²	$-\frac{3}{2}a^2b$	
		$(-z^2+2)^5=$
		$(-3x^2y-2xy^2)^5$
		$\left(\frac{1}{2}m-\frac{3}{2}n\right)^5=$

535.

Completare la seguente tabella, basandosi sul triangolo di Tartaglia:

a	b	$(a+b)^6=a^6+\dots a^5b+\dots a^4b^2+\dots a^3b^3+\dots a^2b^4+ab^5+b^6$
y	1	
x	2	
2ab ²	$\frac{3}{2}a^2b$	
		$(m^2+2)^6=$
		$(3x^2y+2xy^2)^6$
		$\left(\frac{1}{2}p+\frac{3}{2}q\right)^6=$

536. Completare la seguente tabella, basandosi sul triangolo di Tartaglia:

a	b	$(a+b)^6 = a^6 + \dots a^5b + \dots a^4b^2 + \dots a^3b^3 + \dots a^2b^4 + ab^5 + b^6$
y	-1	
x	-2	
$2ab^2$	$-\frac{3}{2}a^2b$	
		$(x^2-2)^6 =$
		$(3x^2y-2xy^2)^6$
		$\left(\frac{1}{2}m - \frac{3}{2}n\right)^6 =$

Calcolare le potenze di binomi assegnate negli esercizi dal n. 537 al n. 547.

537. $(x+1)^4$ $(x+1)^5$ $(x+1)^6$ $(x+1)^7$ $(x+1)^8$
538. $(1-y)^4$ $(1-y)^5$ $(1-y)^6$ $(1-y)^7$ $(1-y)^8$
539. $(x+2)^4$ $(x+2)^5$ $(x+2)^6$ $(x+2)^7$ $(x+2)^8$
540. $(2-y)^4$ $(2-y)^5$ $(2-y)^6$ $(2-y)^7$ $(2-y)^8$
541. $(x^2+y^3)^4$ $(x^2+y^3)^5$ $(x^2+y^3)^6$ $(x^2+y^3)^7$ $(x^2+y^3)^8$
542. $(x^2-y^3)^4$ $(x^2-y^3)^5$ $(x^2-y^3)^6$ $(x^2-y^3)^7$ $(x^2-y^3)^8$
543. $(2a^2b^3+3a^3b^2)^3$ $(2a^2b^3+3a^3b^2)^5$ $(2a^2b^3+3a^3b^2)^7$
544. $(2a^2b^3-3a^3b^2)^3$ $(2a^2b^3-3a^3b^2)^5$ $(2a^2b^3-3a^3b^2)^7$
545. $(3x^2y^3+2x^3y^2)^2$ $(3x^2y^3+2x^3y^2)^4$ $(3x^2y^3+2x^3y^2)^6$
546. $(3x^2y^3-2x^3y^2)^2$ $(3x^2y^3-2x^3y^2)^4$ $(3x^2y^3-2x^3y^2)^6$
547. $\left(\frac{2}{3}x^2y^3 - \frac{3}{2}x^3y^2\right)^4$ $\left(\frac{2}{3}x^2y^3 - \frac{3}{2}x^3y^2\right)^6$ $\left(\frac{2}{3}x^2y^3 - \frac{3}{2}x^3y^2\right)^8$

Operazioni con monomi fratti

Moltiplicazione di monomi fratti

Eseguire le moltiplicazioni assegnate negli esercizi dal n. 548 al n. 551, ripetendo il procedimento mostrato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimento seguito
$\frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{mp}{nq}$	Moltiplicazione di frazioni

548. $\frac{a^2}{b} \cdot \frac{a}{b^2}$ $\frac{2a^2}{3b} \cdot \frac{4a}{5b^2}$ $\frac{-5a^2}{4b} \cdot \frac{a}{b^2}$ $\frac{-5a^2}{4b} \cdot \left(\frac{-3a}{5b^2}\right)$
549. $\frac{x^2y}{z} \cdot \frac{xy^2}{z^2}$ $\frac{5x^2y}{7z} \cdot \frac{3xy^2}{10z^2}$ $\frac{-5x^2y}{7z} \cdot \frac{3xy^2}{10z^2}$

550. $\frac{ax^2}{by^2} \cdot \frac{b^2y^2}{a^2x^2}$ $\frac{-a^2x^2}{b^2y^2} \cdot \frac{by^2}{ax^2}$ $\frac{-ax^2}{by^2} \cdot \left(\frac{-by}{ax}\right)$
551. $\frac{ax^2}{by^2} \cdot \frac{b^2y^2}{a^2x^2} \cdot \frac{5cx^3}{4ay^3}$ $\frac{-ax^2}{by^2} \cdot \left(\frac{-b^2y^2}{a^2x^2}\right) \cdot \left(\frac{5cx^3}{4ay^3}\right)$

Divisione fra monomi fratti

Eseguire le divisioni di monomi fratti assegnati negli esercizi dal n. 552 al n. 555, ripetendo il procedimento mostrato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimento seguito
$\frac{m}{n} : \frac{p}{q} = \frac{m}{n} \cdot \frac{q}{p} = \frac{mq}{np}$	Divisione come moltiplicazione per il reciproco

552. $\frac{a^2}{b} : \frac{a}{b^2}$ $\frac{2a^2}{3b} : \frac{4a}{5b^2}$ $\frac{-5a^2}{4b} : \frac{a}{b^2}$ $\frac{-5a^2}{4b} : \left(\frac{-3a}{5b^2}\right)$
553. $\frac{x^2y}{z} : \frac{xy^2}{z^2}$ $\frac{5x^2y}{7z} : \frac{3xy^2}{10z^2}$ $\frac{-5x^2y}{7z} : \frac{3xy^2}{10z^2}$
554. $\frac{ax^2}{by^2} : \frac{b^2y^2}{a^2x^2}$ $\frac{-a^2x^2}{b^2y^2} : \frac{by^2}{ax^2}$ $\frac{-ax^2}{by^2} : \left(\frac{-by}{ax}\right)$
555. $\frac{ax^2}{by^2} : \frac{b^2y^2}{a^2x^2} \cdot \frac{5cx^3}{4ay^3}$ $\frac{-ax^2}{by^2} : \left(\frac{-b^2y^2}{a^2x^2}\right) : \left(\frac{5cx^3}{4ay^3}\right)$

Elevazione a potenza di monomi fratti

Eseguire le elevazioni a potenza di monomi fratti assegnati negli esercizi dal n. 556 al n. 559, ripetendo il procedimento mostrato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$\left(\frac{3ab^2}{2x^3}\right)^2 = \frac{(3ab^2)^2}{(2x^3)^2} =$	I. $\frac{a^n}{b} = \frac{a^n}{b^n}$
$= \frac{9a^2(b^2)^2}{4(x^3)^2} =$	II. $(ab)^n = a^n b^n$
$= \frac{9a^2b^4}{4x^6}$	III. $(a^n)^m = a^{nm}$

556. $\left(\frac{2a^2x}{3b^3y}\right)^2$ $\left(\frac{2a^2x}{3b^3y}\right)^3$ $\left(\frac{-2a^2x}{3b^3y}\right)^2$ $\left(\frac{-2a^2x}{3b^3y}\right)^3$
557. $\left(\frac{5x^2y^3}{7z^4}\right)^2$ $\left(\frac{5x^2y^3}{7z^4}\right)^3$ $\left(\frac{-5x^2y^3}{7z^4}\right)^2$ $\left(\frac{-5x^2y^3}{7z^4}\right)^3$
558. $\left(\frac{9m^2p}{8nq^3}\right)^2$ $\left(\frac{9m^2p}{8nq^3}\right)^4$ $\left(\frac{-9m^2p}{8nq^3}\right)^3$ $\left(\frac{-9m^2p}{8nq^3}\right)^5$
559. $\left(\frac{6h^4k}{mp^3}\right)^2$ $\left(\frac{6h^4k}{mp^3}\right)^4$ $\left(\frac{-6h^4k}{mp^3}\right)^3$ $\left(\frac{-6h^4k}{mp^3}\right)^5$

Eseguire le elevazioni a potenza di monomi fratti assegnati negli esercizi dal n. 560 al n. 563, ripetendo il procedimento mostrato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$\left(\frac{3ab^2}{2x^3}\right)^{-2} = \left[\left(\frac{3ab^2}{2x^3}\right)^{-1}\right]^2 = \left(\frac{2x^3}{3ab^2}\right)^2$	I. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$= \frac{(2x^3)^2}{(3ab^2)^2} =$	II. $\frac{a^n}{b} = \frac{a^n}{b^n}$
$= \frac{9a^2(b^2)^2}{4(x^3)^2} =$	III. $(ab)^n = a^n b^n$
$= \frac{9a^2b^4}{4x^6}$	IV. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

560. $\left(\frac{2a^2x}{3b^3y}\right)^{-2}$ $\left(\frac{2a^2x}{3b^3y}\right)^{-3}$ $\left(\frac{-2a^2x}{3b^3y}\right)^{-2}$ $\left(\frac{-2a^2x}{3b^3y}\right)^{-3}$

561. $\left(\frac{5x^2y^3}{7z^4}\right)^{-2}$ $\left(\frac{5x^2y^3}{7z^4}\right)^{-3}$ $\left(\frac{-5x^2y^3}{7z^4}\right)^{-2}$ $\left(\frac{-5x^2y^3}{7z^4}\right)^{-3}$

562. $\left(\frac{9m^2p}{8nq^3}\right)^{-2}$ $\left(\frac{9m^2p}{8nq^3}\right)^{-4}$ $\left(\frac{-9m^2p}{8nq^3}\right)^{-3}$ $\left(\frac{-9m^2p}{8nq^3}\right)^{-5}$

563. $\left(\frac{6h^4k}{mp^3}\right)^{-2}$ $\left(\frac{6h^4k}{mp^3}\right)^{-4}$ $\left(\frac{-6h^4k}{mp^3}\right)^{-3}$ $\left(\frac{-6h^4k}{mp^3}\right)^{-5}$

Minimo comune multiplo di monomi

Ricordare che il m.c.m. di più monomi si trova con un procedimento analogo a quello che si segue nel caso dei numeri interi; il m.c.m. si trova infatti con il seguente procedimento:

- come *parte letterale* si considera il prodotto di tutti i fattori comuni e non comuni ai monomi dati, presi ciascuno una sola volta e con il massimo esponente;
- come *coefficiente* si considera:
 - il m.c.m. dei coefficienti (preceduto dal segno positivo), se i coefficienti dei monomi sono tutti interi;
 - 1 negli altri casi.

Determinare il minimo comune multiplo dei monomi assegnati negli esercizi dal n. 564 al n. 571 e dividere tale m.c.m. per ciascun monomio, tenendo presente il procedimento mostrato nel seguente esempio:

Monomi dati	Fattori	m.c.m.	m.c.m. fattore
$2a^3xy$	$2 \ a^3 \ x \ y$		$\frac{12a^3x^2y^3}{2a^3xy} = 6xy^2$
$4ax^2$	$2^2 \ a \ x^2$	$2^2 \cdot 3 \cdot a^3 \cdot x^2 \cdot y^3 =$	$\frac{12a^3x^2y^3}{4ax^2} = 3a^2y^3$
$6xy^3$	$2 \ 3 \ x \ y^3$	$= 12a^3x^2y^3$	$\frac{12a^3x^2y^3}{6xy^3} = 2a^3x$

564. $5x^3yz$ $12xy^2z$ $10x^3yz^2$

565. $14a^3b^2c^4$ $-49ab^3c^2$ $4ab^2c$

566. $\frac{3}{4}m^2n$ $-\frac{1}{2}mn^3$ m^2n^3p

567. $3xy^2$ $6x^2y$ $15xyz^2$

568. $4xyz$ $-6x^2y$ $3xy^2z^2$

569. $0,4ab^2c^3$ $-2a^3b^2c^4$ $0,5a^2b^2c^3$

570. $-12x^3y^2z^4$ $15x^2yz^3$ $4xyz$

571. $14a^3b^2c$ $49a^2b^3c^2$ $4a^3bc^2$

Addizione e sottrazione di monomi fratti

Eseguire addizioni e sottrazioni di monomi fratti assegnati negli esercizi dal n. 572 al n. 582, basandosi su un procedimento organizzato nei seguenti passi:

- calcolare il m.c.m. dei denominatori;
- ad ogni monomio fratto sostituire un monomio che ha per denominatore il m.c.m., procedendo nel modo seguente:
 - dividere il m.c.m. per il denominatore;
 - moltiplicare il risultato per il numeratore;
- sommare o sottrarre i monomi fratti ottenuti.

572. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac}$ $\frac{a}{bc} - \frac{b}{ac}$

573. $\frac{b}{ab^2} + \frac{a}{a^2b}$ $\frac{b}{ab^2} - \frac{a}{a^2b}$ $\frac{abc}{b^2c^2} + \frac{3ab}{b^2c}$ $\frac{abc}{b^2c^2} - \frac{3ab}{b^2c}$

574. $\frac{a^2}{bc^2} + \frac{b}{a^2}$ $\frac{a^2}{bc^2} - \frac{b}{a^2}$ $\frac{ab}{ce^2} + \frac{a}{c^2}$ $\frac{ab}{ce^2} - \frac{a}{c^2}$

575. $\frac{ab^2}{bc} + \frac{a^2}{b^2c} + \frac{ab}{c^3}$ $\frac{ab^2}{bc} - \frac{a^2}{b^2c} + \frac{ab}{c^3}$ $\frac{ab^2}{bc} - \frac{a^2}{b^2c} - \frac{ab}{c^3}$

576. $\frac{xy^2}{z} + \frac{z}{xy} + \frac{xz}{y^2z}$ $\frac{xy^2}{z} - \frac{z}{xy} + \frac{xz}{y^2z}$ $\frac{xy^2}{z} - \frac{z}{xy} - \frac{xz}{y^2z}$

577. $\frac{a^2b}{c} + c + \frac{b}{ac}$ $\frac{a^2b}{c} - c + \frac{b}{ac}$ $\frac{a^2b}{c} - c - \frac{b}{ac}$

578. $\frac{m^2n^2}{p^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{n}{m^2p}$ $\frac{m^2n^2}{p^2} - \frac{1}{n^2} + \frac{n}{m^2p}$ $\frac{m^2n^2}{p^2} - \frac{1}{n^2} - \frac{n}{m^2p}$

579. $\frac{a}{bc} + \frac{b}{c} + \frac{ab}{c^2}$ $\frac{a}{bc} - \frac{b}{c} + \frac{ab}{c^2}$ $\frac{a}{bc} - \frac{b}{c} - \frac{ab}{c^2}$

580. $\frac{pq}{r^3} + \frac{p^2}{qr} + \frac{q}{pr^3}$ $\frac{pq}{r^3} - \frac{p^2}{qr} + \frac{q}{pr^3}$ $\frac{pq}{r^3} - \frac{p^2}{qr} - \frac{q}{pr^3}$

581. $\frac{ab^2}{c^3} + \frac{a^2}{bc} + \frac{bc}{b^2}$ $\frac{ab^2}{c^3} - \frac{a^2}{bc} + \frac{bc}{b^2}$ $\frac{ab^2}{c^3} - \frac{a^2}{bc} - \frac{bc}{b^2}$

582. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{y}{x^2} + \frac{z}{y^2} + \frac{x}{z^2}$

Espressioni in cui compaiono monomi fratti

Eseguire le operazioni indicate negli esercizi dal n. 583 al n. 592, tenendo presenti:

- la priorità delle operazioni;
- il ruolo delle parentesi;
- il prodotto notevole;
- le potenze del binomio.

$$583. \left(1 + \frac{y}{x}\right) : \left(1 + \frac{x}{y}\right) \quad \left(1 - \frac{y}{x}\right) : \left(1 - \frac{x}{y}\right) \quad \left[\frac{y}{x}; -\frac{y}{x}\right]$$

$$584. \frac{1 - \frac{1}{x}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)(x^2 - 1)} \quad \left[\frac{1}{(x+1)^2}\right]$$

$$585. \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) : \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2\right) \cdot (x^2 - y^2) \quad [x+y]$$

$$586. \left[\left(\frac{x^2+y^2}{2xy} - 1\right) \cdot \left(\frac{x^2+y^2}{2xy} + 1\right) - 1\right] : (x^4 + y^4 - 6x^2y^2) \quad \left[\frac{1}{4x^2y^2}\right]$$

$$587. \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a} - ab}{\frac{a}{b} - \frac{a^2}{b} - \frac{b}{a}} \quad [1+a]$$

$$588. \left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) - \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \quad \left[\frac{2x^2-2}{x^2}\right]$$

$$589. \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \quad [4]$$

$$590. \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{y}\right)^2 \quad \left[\frac{2y^4+2}{y^2}\right]$$

$$591. \left(\frac{4bc}{a^2} - \frac{3a}{b}\right) \left(\frac{4bc}{a^2} + \frac{3a}{b}\right) + \left(\frac{3a}{b}\right)^2 \quad \left[\frac{16b^2c^2}{a^4}\right]$$

$$592. \left(\frac{5x}{y^2z^2} + \frac{7y}{xz}\right)^2 + \left(\frac{5x}{y^2z^2} + \frac{7y}{xz}\right) \left(\frac{5x}{y^2z^2} - \frac{7y}{xz}\right) \quad \left[\frac{50x^2+70y^3z}{y^4z^4}\right]$$

Moltiplicazione e divisione di polinomi per monomi fratti

Eseguire moltiplicazioni e divisioni di un polinomio per un monomio fratto assegnate negli esercizi dal n. 593 al n. 602, basandosi sul procedimento mostrato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti seguiti
$\frac{a}{b} (3ab^2 + 4a^2b) = \frac{a}{b} \cdot 3ab^2 + \frac{a}{b} \cdot 4a^2b =$ $= 3a^2b + 4a^3$	Proprietà distributiva
	Moltiplicazione di monomi

$$593. (2x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2) \cdot \frac{x}{y} \quad (2x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2) : \frac{x}{y}$$

$$594. (2x^4 - 4x^3y - 6x^2y^2) \cdot \frac{x^2}{2y} \quad (2x^4 - 4x^3y - 6x^2y^2) : \frac{x^2}{2y}$$

$$595. (3ab^3 + 5a^3b + 7a^3b^3) \cdot \frac{a^2}{b} \quad (3ab^3 + 5a^3b + 7a^3b^3) : \frac{a^2}{b}$$

$$596. (3ab^3 - 6a^3b - 9a^3b^3) \cdot \frac{2a}{3b^2} \quad (3ab^3 - 6a^3b - 9a^3b^3) : \frac{2a^2}{3b}$$

$$597. (x^4y^2z + 4x^3y^3z^2 + 8x^2y^4z^3) \cdot \frac{x^3}{2y^2z^3} \quad 598. (x^4y^2z + 4x^3y^3z^2 + 8x^2y^4z^3) : \frac{x^3}{2y^2z^3}$$

$$599. (x^4y^2z - 4x^3y^3z^2 - 8x^2y^4z^3) \cdot \frac{2x^3}{y^3z^2} \quad 600. (x^4y^2z - 4x^3y^3z^2 - 8x^2y^4z^3) : \frac{2x^3}{y^3z^2}$$

$$601. (a^4b^2c - 5a^3b^3c^2 - 10a^2b^4c^3) \cdot \frac{2a^3}{5b^3c^2} \quad 602. (a^4b^2c - 5a^3b^3c^2 - 10a^2b^4c^3) : \frac{2a^3}{5b^3c^2}$$

Raccogliere a fattore comune valendosi di monomi fratti

Completare le seguenti uguaglianze:

$$603. \frac{3}{x} + \frac{6}{xy} = \dots \left(1 + \frac{2}{y}\right) \quad \frac{8}{y^2} - \frac{2}{y} = \dots \left(\frac{4}{y} - 1\right)$$

$$-\frac{5}{a^2} + \frac{10}{a} = \dots \left(\frac{1}{a} - 2\right) \quad -\frac{7a}{b^2} - \frac{7a^2}{b} = \dots \left(\frac{1}{b} + a\right)$$

Completare le seguenti uguaglianze:

$$604. -\frac{6x}{z^2} + \frac{12x^2}{z} = \dots \left(\frac{1}{z} - 2x\right) \quad -\frac{6x}{z^2} + \frac{12x^2}{z} = \dots \left(-\frac{1}{x} + 2z\right)$$

$$\frac{15b^2}{y^4} - \frac{45b^2}{y^5} = \dots \left(1 - \frac{3}{y}\right) \quad \frac{15b^2}{y^4} - \frac{45b^2}{y^5} = \dots (-y+3)$$

Completare le seguenti uguaglianze:

$$605. \frac{ab^2}{2c^2} + \frac{a^3}{2c^3} = \frac{a}{2c^2} (\dots) \quad -\frac{3a}{4b^2c^2} - \frac{a}{b^3c^3} = -\frac{a}{b^2c^2} (\dots)$$

606. Raccogliere a fattore comune prima il monomio $\frac{3ab}{c}$ e poi il monomio $-\frac{3ab}{c}$ nelle seguenti espressioni:

$$\frac{3a^2b}{c} - \frac{6ab^2}{c^2} + \frac{3a^2b^2}{c^3} \quad -\frac{6a^2b^2}{c^3} + \frac{3ab^2}{c^2} - \frac{2a^2b}{c}$$

607. Raccogliere a fattore comune prima il monomio $\frac{4a^3b^3}{c^3}$ e poi il monomio $-\frac{4a^3b^3}{c^3}$ nelle seguenti espressioni:

$$\frac{4a^3b^3}{c^3} - \frac{8a^4b^3}{c^5} - \frac{12a^3b^6}{c^6} \quad -\frac{4a^6b^6}{c^6} + \frac{12a^5b^5}{c^5} + \frac{16a^3b^3}{c^3}$$

Raccogliere il fattore comune che si ritiene più opportuno nelle espressioni assegnate negli esercizi dal n. 608 al n. 613.

$$608. \frac{3x^2y^2}{z^2} - \frac{9x^2y^2}{z^3} + \frac{6x^4y^3}{z} \quad 609. -\frac{5xy^2}{z^2} + \frac{10xy^2}{z^3} - \frac{15x^4y^3}{z^3}$$

$$610. \frac{ab^2}{2c^2} + \frac{a^3}{2c^3} - \frac{a^2b}{2c^2} \quad 611. \frac{ab^2}{3k^3} - \frac{ab^2}{3k^2c} + \frac{b^2c}{3k^4}$$

$$612. \frac{15xy}{4zt^2} - \frac{9x}{4zt^2} + \frac{y}{4zt^3} \quad 613. \frac{3xy}{2zt^2} - \frac{6x}{zt} + \frac{3y}{2t}$$

614. Esaminare i calcoli assegnati in questo esercizio, eseguiti per raccogliere un fattore comune, e risolvere i seguenti quesiti:
 a. scegliere i calcoli corretti, motivando la scelta;
 b. correggere gli errori nei calcoli sbagliati.

$$xy+x^2=x^2(y+1)$$

$$xy+x^2=x^2\left(\frac{x}{y}+1\right)$$

$$3x^2-6x+3=3x(x-2)$$

$$3x^2-6x+3=3x\left(x-2+\frac{1}{x}\right)$$

615. Ripetere l'esercizio 614 a partire dai seguenti calcoli:

$$\frac{5}{4}ab+5a=5ab(b+1)$$

$$\frac{5}{4}ab+5a=5ab\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{b}\right)$$

$$8x^8-2x^4=8x^8\left(1-\frac{1}{4x^4}\right)$$

$$8x^8-2x^4=2x^2(4x^2-1)$$

616. Ripetere l'esercizio 614 a partire dai seguenti calcoli:

$$-7x^2y^2+7x^2=-7x^2y^2\left(1+\frac{1}{y^2}\right)$$

$$-7x^2y^2+7x^2=-7x^2y^2\left(1-\frac{1}{y^2}\right)$$

$$-4bz^3-4b^3=4bz(-z^2-b^2)$$

$$-4bz^3-4b^3=-4bz\left(z^2+\frac{1}{z}\right)$$

617. Ripetere l'esercizio 614 a partire dai seguenti calcoli:

$$5x^2-5y^2=5x^2(1-y^2)$$

$$5x^2-5y^2=5x^2\left(1-\frac{y^2}{x^2}\right)$$

$$\frac{4}{3}x^3z^2+4z^2=\frac{4}{3}x^3z^2\left(1+\frac{1}{x^3}\right)$$

$$\frac{4}{3}x^3z^2+4z^2=\frac{4}{3}x^3z^2\left(1+\frac{3}{x^3}\right)$$

Esercizi riassuntivi di tutto il capitolo

Calcolare nel modo più breve le espressioni assegnate negli esercizi dal n. 618 al n. 627, basandosi sul procedimento mostrato nel seguente esempio:

Calcolo	Procedimenti
$(a+b+c)(a+b-c)=$ $[(a+b)+c][(a+b)-c]=$ $=(a+b)^2-c^2=$ $=a^2+2ab+b^2-c^2$	Proprietà associativa dell'addizione
	Prodotto notevole
	Quadrato di un binomio

618. $(x+y+3)(x+y-3)$

$$[x+(y-3)][x-(y-3)]$$

619. $[m^2+(n^2-p)][m^2-(n^2-p)]$

$$(m^2+n^2-p)(m^2+n^2+p)$$

620. $(x^2+2xy-y^2)(x^2+2xy+y^2)$

$$(x^2-2xy-y^2)(x^2+2xy+y^2)$$

621. $(m^2-1+n^2)(m^2+1-n^2)$

$$(m^2+1+n^2)(m^2-1-n^2)$$

622. $(x^2-2x+xy)(x^2+2x-xy)$

$$(x^2-2x-xy)(x^2+2x+xy)$$

623. $(2m+n+3p+q)(2m+n-3p-q)$

624. $(2m-n-3p+q)(2m-n+3p-q)$

625. $(x^3+x^2+2x-1)(x^3+x^2-2x+1)$

626. $(x^3+x^2+2x-1)(x^3-1-x^2-2x)$

627. $\left(\frac{3}{4}y^3+3y^2+y+1\right)\left(\frac{3}{4}y^3-3y^2-y-1\right)$

Sviluppare le espressioni assegnate negli esercizi dal n. 628 al n. 652, eseguendo le operazioni indicate e tenendo presenti:
 - la priorità delle operazioni;
 - il ruolo delle parentesi;
 - il prodotto notevole;
 - le potenze del binomio.

628. $(2x-5y)(2x+5y)+(x-3y)^2+(x+4y)(-x+4y)$ $[4x^2-6xy]$

629. $(y^2-1)(y^2+1)-(y^2-2)^2+(y+1)(y-1)^2-(y^2-2)(y^2+2)$ $[2y^2]$

630. $a^2(b-1)^2+(ab+3)(3-ab)+2b\left(a^2-\frac{3}{2}\right)-(a-3)^2$ $[6a-3b]$

631. $9a^2\left(\frac{1}{3}b-a^2\right)\left(\frac{1}{3}b+a^2\right)+(3a^3+2ab)^2-5(-ab)^2$ $[12a^4b]$

632. $[y^4(3y+4)^2(-2y)^{-3}+2y][(-3y)^{-2}-y\left(-\frac{1}{2}\right)^3+\frac{1}{3}]$ $[0]$

633. $3b(a-b)^2+(a+b)(a-b)(2a-b)-(a+2b)(a-2b)(2a-b)$ $[3a^2b]$

634. $[x(x-y)-y(y-x)]^2-2(x-y)^2(x+y)^2+x^2(x^2-2y^2)$ $[-y^4]$

635. $(2x+y-1)^2-(2x-y-1)^2-4y(2x-1)$ $[0]$

636. $(y^2+y+1)(y^2-y+1)-y^2(y^2+1)$ $[1]$

637. $(4x^2+y^2)^2-[-(2x+y)(2x+y)]^2-(-4xy-1)(-4xy+1)$ $[1]$

638. $(a+2b)^3-(a-2b)^3-3b(-2a)^2$ $[16b^3]$

639. $(a+b)^3-(a+b)(a^2-ab+b^2)-3ab(a+b)$ $[0]$

640. $(x^2-1)(x^2+1)(x^2+2)-(x^2-1)^3-(2x^2-1)^2$ $[x^4-2]$

641. $(x-y)^3+3(x-y)^2(x+y)+3(x-y)(x+y)^2+(x+y)^3$ $[8x^3]$

642. $3(a-b)^2(a+b)+3(a+b)^2(b-a)-6b(a+b)(-a+b)$ $[0]$

643. $\left(y-\frac{1}{2}x\right)^3-\left(-y-\frac{1}{2}x\right)^3-6\left[y\left(\frac{1}{2}x-y\right)^2+x(-y)^2\right]$ $[-4y^3]$

644. $5x\left(1+\frac{1}{4}x\right)+(x^2+x-1)^2-(x+1)^3-x^2\left(x+\frac{1}{2}\right)$ $[x^4-\frac{13}{4}x^2]$

645. $(2x^2+1)^4-(2x^2-1)^4$ $[64x^6+16x^2]$

646. $[(2y+x)(2y-x)]^4-[(4y^2-x^2)^2]^2$ $[0]$

647. $(x-1)^4(x+1)-(x+1)^5$ $[-8x^4-8x^3-8x^2-8x]$

648. $\frac{1-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{1}{x}}$ $\frac{\frac{1}{x^2}-4}{\frac{1}{x}+2}$ $\left[\frac{x+1}{x}, \frac{1-2x}{x}\right]$

649. $\frac{\frac{1}{x}-x}{\frac{1}{x}+1}$ $\frac{\frac{1}{x}-x}{\frac{1}{x}-1}$ $[1-x; 1+x]$

650. $\left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{x}\right)^3$ [$4\left(x - \frac{1}{x}\right)$]
651. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - \left(x - \frac{1}{x}\right)^3$ [$\frac{6x^4+2}{x^3}$]
652. $\left(y + \frac{1}{y}\right)^4 - \left(y - \frac{1}{y}\right)^4$ [$\frac{8y^4+8}{y^2}$]

Il calcolo letterale per scoprire proprietà aritmetiche

653. Per scoprire se due frazioni sono equivalenti si può seguire il metodo indicato nel seguente esempio.
Date le frazioni $\frac{6}{8}$ e $\frac{9}{12}$, si considerano le due frazioni ad esse equivalenti e con lo stesso denominatore, dato dal prodotto dei due denominatori; si ottiene:
- $$\frac{6}{8} = \frac{72}{96} \qquad \frac{9}{12} = \frac{72}{96}$$
- Si verifica così che le due frazioni sono equivalenti.
Ripetere il procedimento in generale, a partire da due frazioni che hanno il numeratore e denominatore rappresentati da lettere, per esempio $\frac{m}{n}$ e $\frac{p}{q}$.
Verificare che le due frazioni sono equivalenti se risulta:
- $$m \cdot q = p \cdot n$$
654. Nella storia della matematica si trovano molti tentativi per trovare delle formule aritmetiche capaci di generare solo numeri primi. Una prima formula è la seguente:
- $$n^2 - n + 41$$
- A partire dalla formula precedente, risolvere i seguenti quesiti:
- sostituire a n i numeri interi 1, 2, 3, 4, 5 e verificare che il risultato dell'espressione è sempre un numero primo;
 - sostituire a n il numero 41 e verificare che il risultato dell'espressione non è un numero primo.
655. Ecco un'altra formula ritenuta capace di generare solo numeri primi:
- $$n^2 - 79n + 1601$$
- A partire dalla formula precedente, risolvere i seguenti quesiti:
- sostituire a n i numeri interi 1, 2, 3, 4, 5 e verificare che il risultato dell'espressione è sempre un numero primo;
 - sostituire a n il numero 80 e verificare che il risultato dell'espressione non è un numero primo.
656. Un'altra formula ritenuta capace di generare solo numeri primi è la seguente, dovuta a Pierre de Fermat, matematico francese del XVII secolo:
- $$2^{2^n} + 1$$
- Risolvere i seguenti quesiti:
- sostituire a n i numeri interi 1, 2, 3, 4 e verificare che il risultato dell'espressione è sempre un numero primo;
 - sostituire a n il numero 5 e verificare che il risultato dell'espressione non è un numero primo, perché è un numero divisibile per 641.

657. Esaminare le seguenti operazioni:
- $$3^2 - 1 = 8 = 2 \cdot 4 \qquad 4^2 - 1 = 15 = 3 \cdot 5 \qquad 5^2 - 1 = 24 = 4 \cdot 6$$
- Risolvere i seguenti quesiti:
- rilevare le regolarità che si presentano nei calcoli;
 - indicare con n un qualunque numero intero maggiore di 2 e spiegare perché sottraendo 1 al quadrato di n non si ottiene mai un numero primo.
658. Esaminare le seguenti operazioni:
- $$1 \cdot 3 + 1 = 4 = 2^2 \qquad 2 \cdot 4 + 1 = 9 = 3^2 \qquad 3 \cdot 5 + 1 = 16 = 4^2$$
- Risolvere i seguenti quesiti:
- rilevare le regolarità che si presentano nei calcoli;
 - indicare con n un qualunque numero intero e con $n+2$ il suo secondo successivo; spiegare perché aggiungendo 1 al prodotto di un numero per il suo secondo successivo si ottiene sempre un quadrato.
659. Stabilire se sono vere le seguenti uguaglianze:
- $$10_8 = 8 \qquad 10_6 = 6 \qquad 10_5 = 5 \qquad 10_2 = 2$$
- Generalizzare i risultati precedenti, spiegando perché, per qualunque valore di n , risulta sempre $10_n = n$.
660. Determinare qual è il più grande numero di quattro cifre che si può scrivere in una data base, completando lo schema seguente:
- base 2: $1111 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 15$
 - base 3: $2222 = \dots$
 - base b : $(b-1) \cdot b^3 + \dots = \dots$
- Verificare che il numero più grande è $b^4 - 1$.
661. Il più grande numero di cinque cifre che si può scrivere in base b è $b^5 - 1$.
Verificare l'affermazione precedente e dare una regola generale per determinare il più grande numero di n cifre che si può scrivere in base b .
662. Determinare l'espressione decimale del numero 121, scritto in varie basi, completando lo schema seguente:
- base 10: $121 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 = 11^2$
 - base 3: $121 = 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 16 = 4^2$
 - base 4: $121 = \dots$
 - base b : $1 \cdot b^2 + 2 \cdot b + 1 = \dots$
- Risolvere i seguenti quesiti:
- spiegare perché il numero 121, scritto in qualunque base, dà luogo sempre ad un quadrato;
 - spiegare perché non si è esaminato il caso della base 2.
663. Determinare l'espressione decimale del numero 1331, scritto in varie basi, completando lo schema seguente:
- base 10: $1331 = 1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 = 11^3$
 - base 4: $1331 = 1 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = 125 = 5^3$
 - base 5: $1331 = \dots$
 - base b : $1 \cdot b^3 + 3 \cdot b^2 + 3 \cdot b + 1 = \dots$
- Risolvere i seguenti quesiti:
- spiegare perché il numero 1331, scritto in qualunque base, dà luogo sempre ad un cubo;
 - spiegare perché non si è esaminato il caso delle basi 2 e 3.

Il calcolo letterale per scoprire proprietà geometriche

664. Un triangolo ABC, isoscele sulla base BC, ha l'angolo al vertice ampio 2α . Risolvere i seguenti quesiti:
- determinare l'ampiezza dei due angoli alla base del triangolo;
 - prolungare la base BC, a partire da B, di un segmento $BE=AB$ e, a partire da C, di un segmento $CD=AC$; determinare l'ampiezza degli angoli interni del triangolo ADE.

$$[\hat{B}=\hat{C}=90^\circ-\alpha; \hat{A}=90^\circ+\alpha; \hat{E}=\hat{D}=45^\circ-\frac{\alpha}{2}]$$

665. Un triangolo acutangolo ABC ha gli angoli interni $\hat{A}=\alpha$ e $\hat{B}=\beta$. Risolvere i seguenti quesiti:
- determinare l'ampiezza del terzo angolo interno;
 - condurre l'altezza AH relativa al lato BC e l'altezza BK relativa al lato AC; queste altezze si incontrano in un punto P. Determinare l'ampiezza dell'angolo \hat{APB} .

[Considerare prima gli angoli interni dei triangoli rettangoli AHB e AKB e infine quelli del triangolo APB; si ottiene $\hat{APB}=\alpha+\beta$]

666. Ripetere il problema 665 nel caso in cui il triangolo abbia l'angolo di vertice C ottuso.

$$[\hat{APB}=\alpha+\beta]$$

667. Ripetere il problema 665 nel caso in cui il triangolo abbia uno dei due angoli \hat{A} o \hat{B} , ad esempio \hat{A} , ottuso.

$$[\hat{APB}=180^\circ-(\alpha+\beta)]$$

668. Un triangolo ABC, isoscele sulla base BC, ha l'angolo al vertice ampio 2α . Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare l'ampiezza degli angoli alla base;
- condurre le bisettrici degli angoli alla base e chiamare P il punto di incontro di queste due semirette; determinare l'ampiezza dell'angolo \hat{BPC} .

$$[\hat{BPC}=90^\circ+\alpha]$$

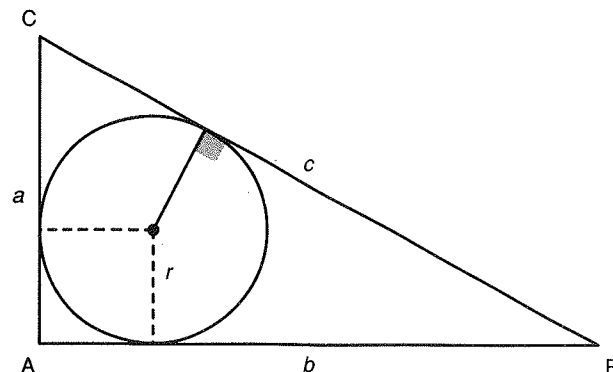
669. Un triangolo ABC rettangolo in A ha gli angoli acuti ampi β e γ , con $\beta < \gamma$. Condurre la bisettrice dell'angolo esterno di vertice A, retta che incontra la retta BC in D; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo DAC.

$$[\hat{CDA}=\gamma-45^\circ \dots]$$

670. In fig. 10 è rappresentato un triangolo rettangolo che ha i cateti lunghi a , b , l'ipotenusa lunga c ed è circoscritto ad una circonferenza di raggio r ; indicare con $2p$ il perimetro del triangolo e verificare che valgono le seguenti due uguaglianze:

$$(I) p=a+b-r \quad (II) c=a+b-2r$$

Figura 10



671. A partire da un dato quadrato ABCD di lato m , si costruisce un altro quadrato LMNP in questo modo: si prolungano i lati del quadrato dato di uno stesso segmento lungo n e si congiungono gli estremi ottenuti (fig. 11). Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare l'area S del quadrato ABCD e l'area S' del quadrato LMNP, che si ottiene aggiungendo a S l'area di quattro triangoli uguali;
- determinare le aree S e S' nel caso in cui i due segmenti AB e BM abbiano uguale lunghezza.

672. A partire da un dato quadrato ABCD di lato m , si costruisce un altro quadrato LMNP in questo modo:

- si fissa su ogni lato del quadrato dato uno stesso segmento lungo n , in modo che risulti:

$$LB=MC=ND=PA=n$$

- si congiungono gli estremi ottenuti (fig. 12).

Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare l'area S del quadrato ABCD e l'area S' del quadrato LMNP, che si ottiene togliendo a S l'area di quattro triangoli uguali;
- determinare le aree S e S' nel caso in cui il segmento LB sia lungo la metà di AB .

Figura 11

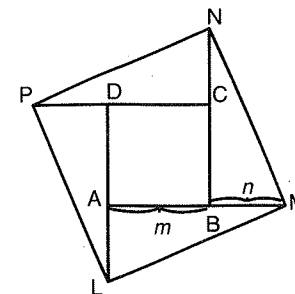
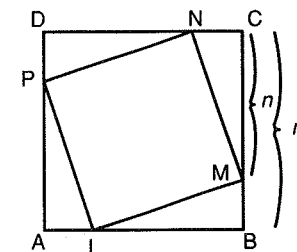


Figura 12



673. A partire da un dato rettangolo ABCD con i lati lunghi m e n , si costruisce un quadrilatero LMNP in questo modo: si prolungano i lati del rettangolo dato di uno stesso segmento lungo p e si congiungono gli estremi ottenuti. Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare l'area S del quadrilatero ABCD e l'area S' del quadrilatero LMNP, che si ottiene aggiungendo a S l'area di quattro triangoli uguali;
- determinare le aree S e S' nel caso in cui m e p abbiano uguale lunghezza m ;
- determinare le aree S e S' nel caso in cui n e p abbiano uguale lunghezza n .

674. A partire da un dato rettangolo ABCD con i lati lunghi m e n , si costruisce un altro quadrilatero LMNP in questo modo:

- si fissa su ogni lato del rettangolo dato uno stesso segmento lungo p , in modo che risulti:

$$LB=MC=ND=PA=p$$

- si congiungono gli estremi ottenuti.

Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare l'area S del rettangolo ABCD e l'area S' del quadrilatero LMNP, che si ottiene togliendo a S l'area di quattro triangoli uguali;
- determinare le aree S e S' nel caso in cui il segmento LB è lungo la metà del lato minore.

675. Disegnare un rettangolo ed indicare con $2m$ e $2n$ la lunghezza dei suoi lati; risolvere i seguenti quesiti:

- calcolare l'area del quadrilatero che si ottiene congiungendo i punti medi dei lati del rettangolo;
- spiegare perché il quadrilatero è un rombo.