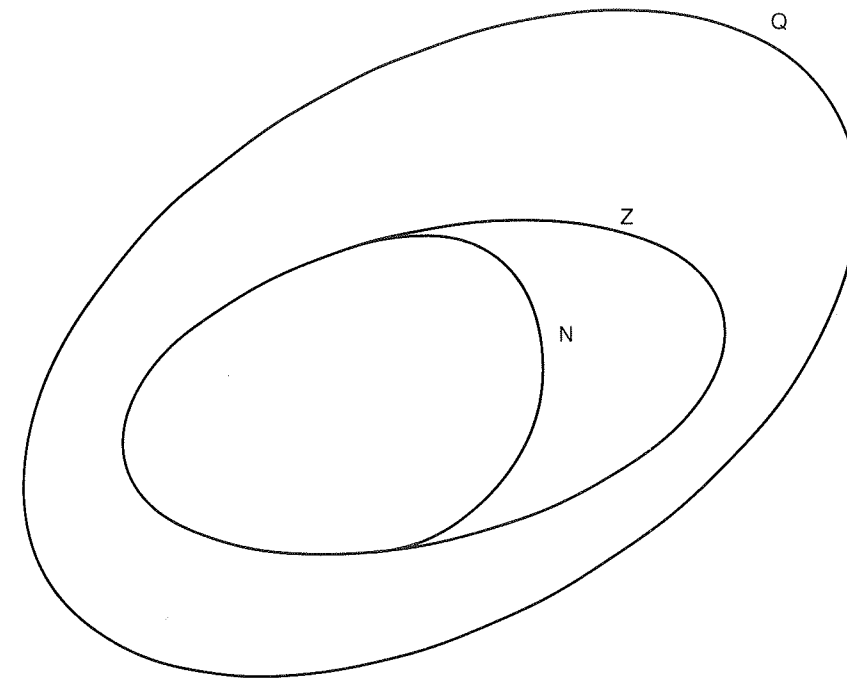


## L'insieme dei numeri razionali

1. Esaminare i seguenti numeri e collocarli negli insiemi rappresentati in fig. 1.

0      -2      3       $\frac{2}{3}$        $-\frac{12}{4}$       1,5      -1

Figura 1  
Insiemi numerici

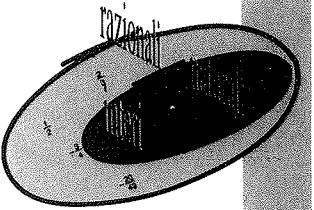


2. Determinare gli opposti dei numeri assegnati nel precedente esercizio e collocarli negli insiemi di fig. 1.
3. Esaminare i seguenti numeri e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.

1       $-\frac{1}{2}$        $\frac{1}{3}$       4       $-\frac{3}{4}$       0,5      -1

4. Determinare i reciproci dei numeri assegnati nell'esercizio precedente e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.
5. Collocare in uno schema come quello di fig. 1 i seguenti numeri :
- a. tre numeri naturali;
  - b. tre numeri interi, ma non naturali;
  - c. tre numeri razionali, ma non interi.
6. Spiegare perché *non è possibile* trovare i seguenti numeri:
- a. un numero naturale, ma non intero;
  - b. un numero naturale, ma non razionale;
  - c. un numero intero, ma non razionale.
7. Collocare in uno schema come quello di fig. 1 i numeri ottenuti eseguendo le operazioni seguenti:

35-5      5-35      48:8      -40:(-8)      8:40      8:(-40)      0:2

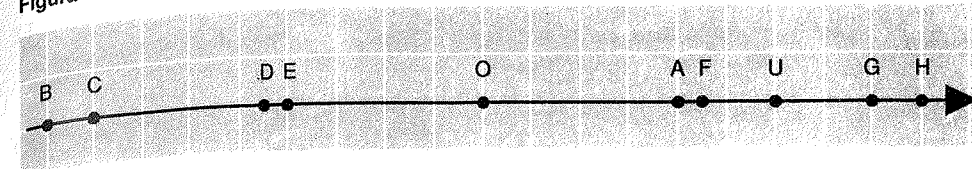


8. Scrivere le seguenti operazioni:
- un'operazione fra due numeri naturali che dà come risultato ancora un numero naturale;
  - un'operazione fra due numeri naturali che dà come risultato un numero intero, ma non naturale;
  - un'operazione fra due numeri naturali che dà come risultato un numero razionale, ma non intero.
9. Scrivere le seguenti operazioni:
- un'operazione fra due numeri interi che dà come risultato ancora un numero intero;
  - un'operazione fra due numeri naturali che dà come risultato un numero naturale;
  - un'operazione fra due numeri interi che dà come risultato un numero razionale, ma non intero.
10. Scrivere le seguenti operazioni:
- un'operazione fra due numeri razionali che dà come risultato un numero intero;
  - un'operazione fra due numeri razionali che dà come risultato un numero naturale;
  - un'operazione fra due numeri interi che dà come risultato un numero razionale, ma non intero.

### Rappresentare i numeri razionali sulla retta

11. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i razionali e indicare i seguenti numeri:
- 1    2    3    4    5    6    7    8    9
- Rispondere ai seguenti quesiti:
- a quale insieme numerico appartengono tutti i numeri assegnati?
  - si può trovare un numero naturale fra 3 e 4?
  - l'insieme dei naturali è denso o discreto?
12. Rappresentare sulla stessa retta gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio precedente.
- Rispondere ai seguenti quesiti:
- a quale insieme numerico appartengono tutti i numeri assegnati?
  - si può trovare un numero intero fra -4 e -3?
  - l'insieme degli interi è denso o discreto?
13. Completare le seguenti frasi come indicato nell'esempio.
- «Per rappresentare  $\frac{2}{3}$  si divide il segmento OU in tre parti e si riportano due di queste parti, a partire da O, seguendo il verso indicato dalla freccia; si ottiene in fig. 2 il punto A».
  - «Per rappresentare  $-\frac{2}{3}$  si divide il segmento OU in ..... parti e si riportano ..... di queste parti, a partire da O, seguendo il verso .....; si ottiene in fig. 2 il punto .....».
  - «Per rappresentare  $\frac{3}{2}$  si divide il segmento OU in ..... parti e si riportano ..... di queste parti, a partire da O, seguendo il verso .....; si ottiene in fig. 2 il punto .....».
  - «Per rappresentare  $-\frac{3}{2}$  si divide il segmento OU in ..... parti e si riportano ..... di queste parti, a partire da O, seguendo il verso .....; si ottiene in fig. 2 il punto .....».

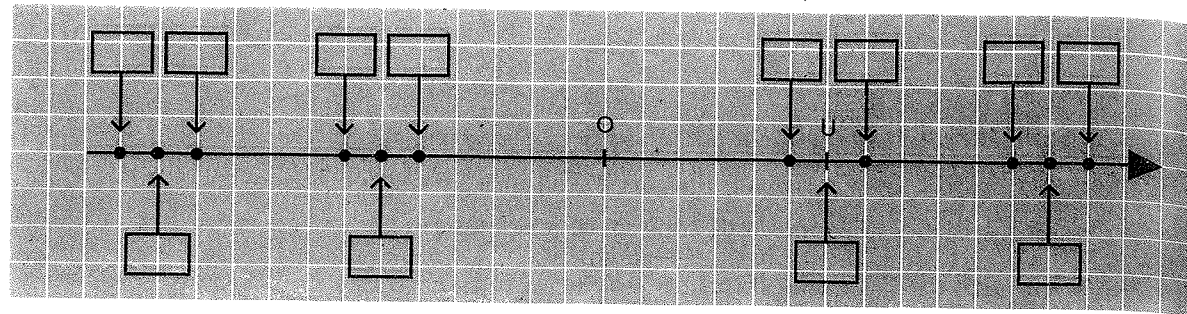
Figura 2



14. Completare le seguenti frasi come indicato nell'esempio dell'esercizio precedente.
- «Per rappresentare  $\frac{4}{3}$  si divide il segmento OU in ..... parti e si riportano ..... di queste parti, a partire da O, seguendo il verso .....; si ottiene in fig. 2 il punto .....».
  - «Per rappresentare  $-\frac{4}{3}$  si divide il segmento OU in ..... parti e si riportano ..... di queste parti, a partire da O, seguendo il verso .....; si ottiene in fig. 2 il punto .....».
  - «Per rappresentare  $\frac{3}{4}$  si divide il segmento OU in ..... parti e si riportano ..... di queste parti, a partire da O, seguendo il verso .....; si ottiene in fig. 2 il punto .....».
  - «Per rappresentare  $-\frac{3}{4}$  si divide il segmento OU in ..... parti e si riportano ..... di queste parti, a partire da O, seguendo il verso .....; si ottiene in fig. 2 il punto .....».
15. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i razionali e indicare i seguenti numeri:
- $\frac{1}{2}$      $\frac{2}{2}$      $\frac{3}{2}$      $\frac{4}{2}$      $\frac{5}{2}$      $\frac{6}{2}$      $\frac{7}{2}$      $\frac{8}{2}$      $\frac{9}{2}$
- Rispondere ai seguenti quesiti:
- a quale insieme numerico appartengono tutti i numeri assegnati?
  - indicare almeno un numero razionale compreso fra 3 e 4;
  - l'insieme dei razionali è denso o discreto?
16. Rappresentare sulla stessa retta gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio precedente.
- Indicare almeno un numero razionale compreso fra -4 e -3.
17. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i razionali e rappresentare i seguenti numeri:
- $\frac{1}{3}$      $\frac{2}{3}$      $\frac{3}{3}$      $\frac{4}{3}$      $\frac{5}{3}$      $\frac{6}{3}$      $\frac{7}{3}$      $\frac{8}{3}$      $\frac{9}{3}$
- Indicare almeno due numeri razionali compresi fra 2 e 3;
18. Rappresentare sulla stessa retta gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio precedente.
- Indicare almeno due numeri razionali compresi fra -3 e -2.
19. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i razionali e indicare i seguenti numeri:
- $\frac{1}{4}$      $\frac{2}{4}$      $\frac{3}{4}$      $\frac{4}{4}$      $\frac{5}{4}$      $\frac{6}{4}$      $\frac{7}{4}$      $\frac{8}{4}$      $\frac{9}{4}$
- Indicare almeno tre numeri razionali compresi fra 1 e 2.
20. Rappresentare sulla stessa retta gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio precedente.
- Indicare almeno tre numeri razionali compresi fra -2 e -1.

21. Scrivere i numeri corrispondenti ai punti indicati in fig. 3.

Figura 3



### Riflettere sulla scelta dell'unità di misura OU

22. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i razionali e rappresentare i seguenti numeri:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{10} \quad -\frac{1}{10} \quad \frac{2}{5} \quad -\frac{2}{5} \quad \frac{5}{2} \quad -\frac{5}{2} \quad 1$$

23. Nell'esercizio precedente si dovevano rappresentare, fra le altre, le frazioni  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{5}$  sulla stessa retta; il procedimento era dunque il seguente:

- per rappresentare  $\frac{1}{2}$  si divide OU in 2 parti e se ne prende una;
- per rappresentare  $\frac{1}{5}$  si divide OU in 5 parti e se ne prende una.

Spiegare perché, per ottenere un disegno preciso, conviene scegliere OU lungo 10 quadretti. Come sarebbe il disegno scegliendo OU lungo 20 quadretti? E scegliendo OU lungo 4 quadretti?

24. Si debbono rappresentare sulla stessa retta i seguenti numeri:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{7}{6}$$

Scegliere fra le seguenti unità di misura quella che sembra più adatta, motivando la scelta:

- OU lungo 4 quadretti;
- OU lungo 6 quadretti;
- OU lungo 8 quadretti;
- OU lungo 12 quadretti.

25. Quelle che seguono sono alcune regole che suggeriscono come scegliere l'unità di misura per rappresentare sulla stessa retta più frazioni; confrontare le varie regole e indicare quella che si ritiene più efficiente.

- la lunghezza di OU deve essere sempre 1 quadretto;
- la lunghezza di OU deve essere un multiplo dei numeratori;
- la lunghezza di OU deve essere un divisore dei denominatori;
- la lunghezza di OU deve essere un multiplo dei denominatori;
- la lunghezza di OU deve essere il minimo comune multiplo dei denominatori;
- la lunghezza di OU deve essere il massimo comun divisore dei denominatori;
- la lunghezza di OU deve essere il minimo comune multiplo dei numeratori.

26. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i razionali e rappresentare i seguenti numeri, scegliendo l'unità di misura più opportuna:

$$\frac{3}{5} \quad -\frac{3}{5} \quad \frac{5}{3} \quad -\frac{5}{3} \quad \frac{8}{15} \quad -\frac{8}{15} \quad \frac{12}{15} \quad -\frac{12}{15} \quad 1$$

27. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i razionali e rappresentare i seguenti numeri, scegliendo l'unità di misura più opportuna:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{7}{8} \quad 1 \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{9}{8} \quad -\frac{7}{8} \quad -\frac{9}{8}$$

### «Vedere» la somma di due razionali sulla retta

28. Dopo aver rappresentato sulla retta  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{7}{8}$ , ci si trova nella situazione di fig. 4: al punto A corrisponde  $\frac{3}{4}$ ; al punto B corrisponde  $\frac{7}{8}$ .

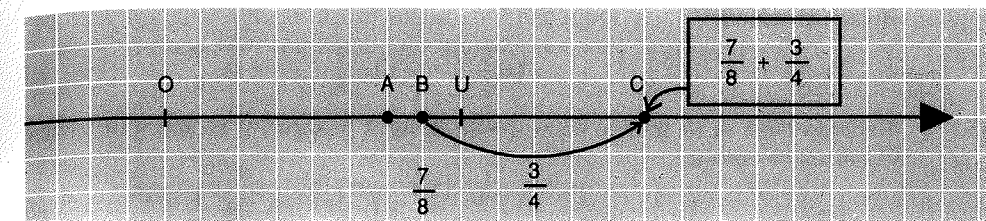
Per «vedere» la somma dei due numeri  $\frac{7}{8} + \frac{3}{4}$  si può procedere nel modo seguente:

- a partire da B, e seguendo il verso indicato dalla freccia, si disegna sulla retta il segmento BC=OA;

- il numero che corrisponde al punto C è proprio la somma dei due numeri. Rappresentare in modo analogo le seguenti somme:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{8} \quad \frac{3}{4} + \frac{3}{8} \quad \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \quad \frac{7}{8} + \frac{1}{8} \quad \frac{3}{8} + \frac{1}{8}$$

Figura 4



29. Il procedimento indicato nell'esercizio precedente si può ripetere inalterato se il primo addendo è negativo; rappresentare le seguenti somme:

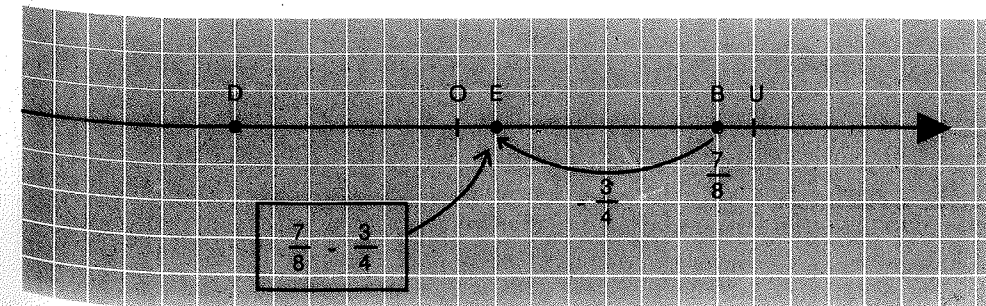
$$-\frac{5}{8} + \frac{3}{4} \quad -\frac{3}{8} + \frac{3}{4} \quad -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \quad -\frac{1}{8} + \frac{7}{8}$$

30. Il procedimento indicato nell'esercizio 28 si modifica se il secondo addendo è negativo; per «vedere» la somma dei due numeri  $\frac{7}{8} + (-\frac{3}{4})$  si può procedere nel modo seguente (fig. 5):

- si determina il punto B che corrisponde a  $\frac{7}{8}$ ;
- si determina il punto D che corrisponde a  $-\frac{3}{4}$ ;
- a partire da B e seguendo il verso opposto a quello della freccia, si disegna sulla retta il segmento BE=OD;
- il numero che corrisponde al punto E è proprio la somma dei due numeri. Rappresentare in modo analogo le seguenti somme:

$$\frac{3}{4} + (-\frac{5}{8}) \quad \frac{3}{4} + (-\frac{3}{8}) \quad \frac{3}{4} + (-\frac{1}{4}) \quad \frac{7}{8} + (-\frac{1}{8})$$

Figura 5



31. Confrontare i procedimenti seguiti negli esercizi 28 e 30 e spiegare perché vale la seguente uguaglianza:

$$\frac{3}{4} + \left(-\frac{5}{8}\right) = -\frac{5}{8} + \frac{3}{4}$$

Scrivere le analoghe uguaglianze che si trovano confrontando lo svolgimento dei due esercizi.

32. Rappresentare le seguenti somme di due numeri negativi, procedendo con il metodo indicato nell'esercizio 30.

$$-\frac{3}{4} + \left(-\frac{5}{8}\right) \quad -\frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{8}\right) \quad -\frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{4}\right) \quad -\frac{7}{8} + \left(-\frac{1}{8}\right)$$

33. Ricordare che la differenza di due numeri si ottiene sommando al primo l'opposto del secondo e rappresentare su un grafico come quello di fig. 5 le seguenti differenze fra numeri:

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{8} \quad -\frac{3}{4} - \frac{7}{8} \quad \frac{5}{4} - \frac{1}{4} \quad -\frac{7}{8} - \frac{1}{8} \quad 1 - \frac{3}{4} \quad -1 - \frac{3}{4}$$

34. Rappresentare su un grafico come quello di fig. 5 le seguenti somme e differenze di numeri razionali:

$$1 + \frac{7}{8} \quad 1 - \frac{7}{8} \quad -1 + \frac{7}{8} \quad -1 - \frac{7}{8} \quad 0 - \frac{7}{8} \quad -\frac{7}{8} + 0$$

35. Rappresentare su un grafico come quello di fig. 5 le seguenti somme e differenze di numeri razionali:

$$1 + \frac{1}{8} \quad 1 - \frac{1}{8} \quad -1 + \frac{1}{8} \quad -1 - \frac{1}{8} \quad 0 - \frac{1}{8} \quad -\frac{1}{8} + 0$$

36. Rappresentare su un grafico come quello di fig. 5 qualche altra somma e differenza di numeri razionali a piacere.

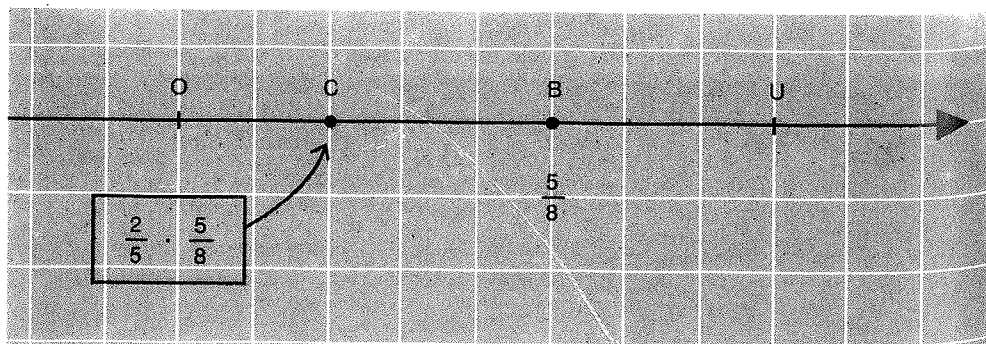
#### «Vedere» il prodotto di due razionali sulla retta

37. Per «vedere», per esempio, il prodotto di  $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8}$ , si può procedere così (fig. 6):

- si rappresenta il secondo fattore, cioè  $\frac{5}{8}$ , ottenendo il punto B;
  - si determinano i  $\frac{2}{5}$  di  $\frac{5}{8}$ , cioè si divide il segmento OB in 5 parti e se ne riportano 2 a partire da O nel verso indicato dalla freccia, ottenendo il punto C;
  - il numero che corrisponde al punto C è proprio il prodotto dei due numeri.
- Rappresentare in modo analogo i seguenti prodotti:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \quad 2 \cdot \frac{3}{4} \quad 2 \cdot \frac{3}{8} \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}$$

Figura 6



38. Ripetere il procedimento indicato nell'esercizio precedente per rappresentare i seguenti numeri:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \cdot 2 \quad \frac{3}{8} \cdot 2 \quad \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} \quad \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3}$$

39. Confrontare i risultati ottenuti negli esercizi 37 e 38 e spiegare perché vale la seguente uguaglianza:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$$

Scrivere le analoghe uguaglianze che si trovano confrontando lo svolgimento dei due esercizi.

40. Ripetere il procedimento indicato nell'esercizio 37 per rappresentare i seguenti prodotti:

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{4} \quad \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6}$$

41. Spiegare perché il procedimento indicato nell'esercizio 37 permette di rappresentare anche il quoziente di due numeri razionali positivi.

42. Indicare almeno un procedimento per rappresentare il prodotto di due numeri razionali nei casi in cui i due numeri non sono entrambi positivi.

#### Successioni di numeri rappresentati sulla retta

43. Determinare sulla retta i punti corrispondenti ai seguenti numeri, scegliendo un'unità di misura opportuna:

$$1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{16}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- trovare la legge con la quale sono stati scritti i numeri;
- scrivere il numero successivo all'ultimo dato e determinarne il punto corrispondente sulla retta;
- indicare il punto a cui si avvicinano i punti determinati prima;
- indicare il numero a cui si avvicinano i numeri dati.

44. Ripetere l'esercizio precedente a partire dai seguenti numeri:

$$-1 \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{4} \quad -\frac{1}{8} \quad -\frac{1}{16}$$

45. Ripetere l'esercizio 43 a partire dai seguenti numeri:

$$1 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{27}$$

46. Scrivere un'altra successione di numeri che si avvicinano a 0.

47. Ripetere l'esercizio 43 a partire dai seguenti numeri:

$$1+1 \quad 1+\frac{1}{2} \quad 1+\frac{1}{4} \quad 1+\frac{1}{8} \quad 1+\frac{1}{16}$$

48. Ripetere l'esercizio 43 a partire dai seguenti numeri:

$$2 \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{17}{16}$$

Confrontare la successione ottenuta con quella assegnata nell'esercizio precedente.



49. Ripetere l'esercizio 43 a partire dai seguenti numeri:

$$1-1 \quad 1-\frac{1}{2} \quad 1-\frac{1}{4} \quad 1-\frac{1}{8} \quad 1-\frac{1}{16}$$

50. Ripetere l'esercizio 43 a partire dai seguenti numeri:

$$0 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{15}{16}$$

Confrontare la successione ottenuta con quella assegnata nell'esercizio precedente.

51. Scrivere un'altra successione di numeri che si avvicinano a 1.

52. Ripetere l'esercizio 43 a partire dai seguenti numeri:

$$-1+1 \quad -1+\frac{1}{2} \quad -1+\frac{1}{4} \quad -1+\frac{1}{8} \quad -1+\frac{1}{16}$$

53. Ripetere l'esercizio 43 a partire dai seguenti numeri:

$$0 \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{3}{4} \quad -\frac{7}{8} \quad -\frac{15}{16}$$

Confrontare la successione ottenuta con quella assegnata nell'esercizio precedente.

54. Ripetere l'esercizio 43 a partire dai seguenti numeri:

$$-1-1 \quad -1-\frac{1}{2} \quad -1-\frac{1}{4} \quad -1-\frac{1}{8} \quad -1-\frac{1}{16}$$

55. Ripetere l'esercizio 43 a partire dai seguenti numeri:

$$-2 \quad -\frac{3}{2} \quad -\frac{5}{4} \quad -\frac{9}{8} \quad -\frac{15}{16}$$

Confrontare la successione ottenuta con quella assegnata nell'esercizio precedente.

56. Scrivere un'altra successione di numeri che si avvicinano a -1.

57. Scrivere almeno due successioni di numeri che si avvicinano a 2.

58. Scrivere almeno due successioni di numeri che si avvicinano a -2.

## Ordinamento dei numeri razionali

### Simboli e parole dell'ordinamento

59. Completare le frasi seguenti come nei primi due esempi:

- a.  $3 > 2$  si legge «3 maggiore di 2» oppure «3 segue 2».  
 b.  $3 < 2$  si legge «3 minore di 2» oppure «3 precede 2».  
 c.  $-3 < 2$  si legge «-3  2» oppure «-3  2».  
 d.  $-3 > 2$  si legge «3  -2» oppure «3  -2».  
 e.  $3 < -2$  si legge «3  -2» oppure «3  -2».  
 f.  $3 > -2$  si legge «3  -2» oppure «3  -2».  
 g.  $-3 < -2$  si legge «-3  -2» oppure «-3  -2».  
 h.  $-3 > -2$  si legge «-3  -2» oppure «-3  -2».

60. Completare le frasi seguenti come è mostrato nei primi due esempi dell'esercizio precedente:

- a.  $2 > 3$  si legge «   oppure «  .  
 b.  $2 < 3$  si legge «   oppure «  .  
 c.  $-2 < 3$  si legge «   oppure «  .  
 d.  $-2 > 3$  si legge «   oppure «  .  
 e.  $2 < -3$  si legge «   oppure «  .  
 f.  $2 > -3$  si legge «   oppure «  .  
 g.  $-2 < -3$  si legge «   oppure «  .  
 h.  $-2 > -3$  si legge «   oppure «  .

61. Completare le frasi seguenti come nei primi due esempi:

- a.  $3 > 0$  si legge «3  maggiore di 0» oppure «3  positivo».  
 b.  $-2 < 0$  si legge «-2  minore di 0» oppure «-2  negativo».  
 c.  $2 > 0$  si legge «2  » oppure «2  ».  
 d.  $-3 < 0$  si legge «-3  » oppure «-3  .

62. Completare le frasi seguenti come è mostrato nei primi due esempi dell'esercizio precedente:

- a.  $5 > 0$  si legge «   oppure «  .  
 b.  $-5 < 0$  si legge «   oppure «  .  
 c.  $4 < 0$  si legge «   oppure «  .  
 d.  $-4 > 0$  si legge «   oppure «  .

63. Completare le frasi seguenti come nei primi due esempi:

- a.  $3 > 2$  è una formula *esatta* perché il numero 3 *segue* il numero 2.  
 b.  $3 < 2$  è una formula *sbagliata* perché il numero 3 *non precede* il numero 2.  
 c.  $-3 > 2$  è una formula  perché il n° -3  il n° 2.  
 d.  $-3 < 2$  è una formula  perché il n° -3  il n° 2.  
 e.  $3 > -2$  è una formula  perché il n°  il n° .  
 f.  $3 < -2$  è una formula  perché il n°  il n° .  
 g.  $-3 > -2$  è una formula  perché il n°  il n° .  
 h.  $-3 < -2$  è una formula  perché il n°  il n° .

64. Completare le frasi seguenti come è mostrato nei primi due esempi dell'esercizio precedente:

- a.  $2 > 3$  è una formula  perché  .  
 b.  $2 < 3$  è una formula  perché  .  
 c.  $-2 > 3$  è una formula  perché  .  
 d.  $-2 < 3$  è una formula  perché  .  
 e.  $2 > -3$  è una formula  perché  .  
 f.  $2 < -3$  è una formula  perché  .  
 g.  $-2 > -3$  è una formula  perché  .  
 h.  $-2 < -3$  è una formula  perché  .

65. Completare le frasi seguenti come è mostrato nei primi due esempi dell'esercizio 63.

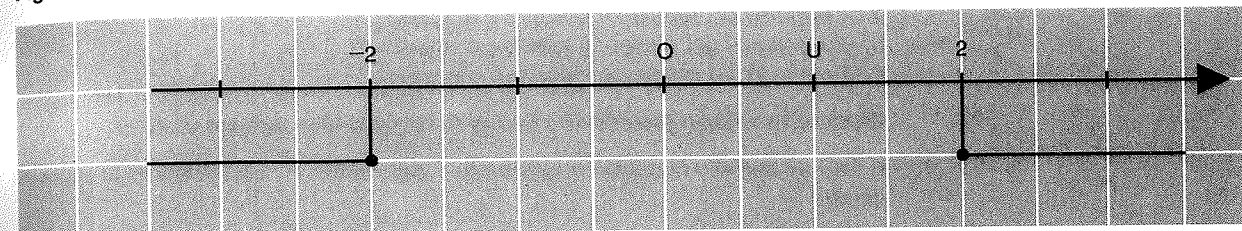
- a.  $\frac{1}{3} > 0$  è una formula  perché  .  
 b.  $-\frac{1}{3} < 0$  è una formula  perché  .  
 c.  $\frac{1}{3} < 0$  è una formula  perché  .  
 d.  $\frac{1}{3} > 1$  è una formula  perché  .  
 e.  $-\frac{1}{3} < -1$  è una formula  perché  .

66. Completare le frasi seguenti come è mostrato nei primi tre esempi:
- È esatta la formula  $\frac{1}{2} < 1$  perché  $\frac{1}{2}$  precede 1.
  - È esatta la formula  $1 > \frac{1}{2}$  perché 1 segue  $\frac{1}{2}$ .
  - È sbagliata la formula  $\frac{1}{2} > 1$  perché  $\frac{1}{2}$  non segue 1.
  - È ..... la formula  $-\frac{1}{2} < 1$  perché  $-\frac{1}{2}$  ..... 1.
  - È ..... la formula  $-\frac{1}{2} > 1$  perché  $-\frac{1}{2}$  ..... 1.
  - È ..... la formula  $-\frac{1}{2} > 1$  perché  $-\frac{1}{2}$  ..... 1.
  - È ..... la formula  $-\frac{1}{2} < -1$  perché .....
  - È ..... la formula  $-\frac{1}{2} > -1$  perché .....
  - È ..... la formula  $-\frac{1}{2} > -1$  perché .....
  - È ..... la formula  $\frac{1}{2} > -1$  perché .....
  - È ..... la formula  $\frac{1}{2} < -1$  perché .....
67. Completare le frasi seguenti come è mostrato nei primi tre esempi dell'esercizio precedente:
- È ..... la formula  $\frac{3}{2} > -1$  perché .....
  - È ..... la formula  $\frac{3}{2} > -1$  perché .....
  - È ..... la formula  $\frac{3}{2} > -1$  perché .....
  - È ..... la formula  $\frac{3}{2} > -1$  perché .....
  - È ..... la formula  $\frac{3}{2} > -1$  perché .....
  - È ..... la formula  $\frac{3}{2} > -1$  perché .....
  - È ..... la formula  $\frac{3}{2} > -1$  perché .....
  - È ..... la formula  $-\frac{3}{2} > -1$  perché .....
68. Completare le seguenti formule inserendo il corretto segno di disuguaglianza fra i due numeri di ciascuna coppia:
- $$\frac{3}{4} \square 1 \quad 1 \square \frac{3}{4} \quad -\frac{3}{4} \square -1 \quad -1 \square -\frac{3}{4}$$
69. Ripetere l'esercizio 68 a partire dalle seguenti coppie di numeri:
- $$\frac{5}{4} \square 1 \quad 1 \square \frac{5}{4} \quad -\frac{5}{4} \square -1 \quad -1 \square -\frac{5}{4}$$
70. Ripetere l'esercizio 68 a partire dalle seguenti coppie di numeri:
- $$\frac{3}{5} \square 1 \quad 1 \square \frac{3}{5} \quad -\frac{3}{5} \square -1 \quad -1 \square -\frac{3}{5}$$

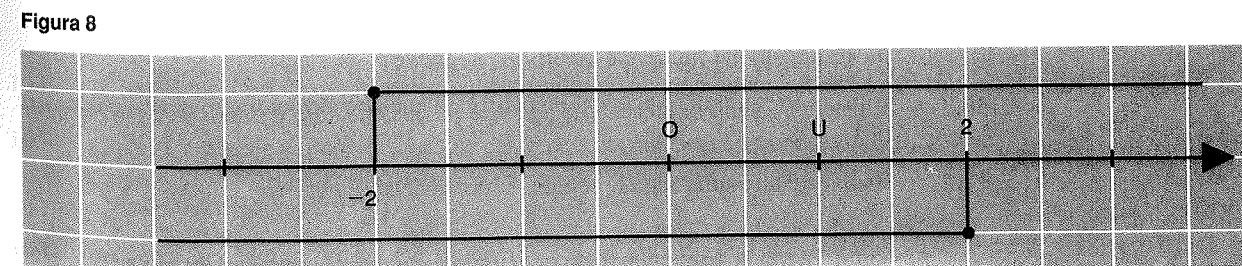
71. Ripetere l'esercizio 68 a partire dalle seguenti coppie di numeri:
- $$\frac{5}{3} \square 1 \quad 1 \square \frac{5}{3} \quad -\frac{5}{3} \square -1 \quad -1 \square -\frac{5}{3}$$
72. Ripetere l'esercizio 68 a partire dalle seguenti coppie di numeri:
- $$\frac{3}{4} \square \frac{3}{5} \quad \frac{3}{5} \square \frac{3}{4} \quad -\frac{3}{4} \square -\frac{3}{5} \quad -\frac{3}{5} \square -\frac{3}{4}$$
73. Ripetere l'esercizio 68 a partire dalle seguenti coppie di numeri:
- $$\frac{3}{5} \square \frac{4}{5} \quad \frac{4}{5} \square \frac{3}{5} \quad -\frac{3}{5} \square -\frac{4}{5} \quad -\frac{4}{5} \square -\frac{3}{5}$$
74. Ripetere l'esercizio 68 a partire dalle seguenti coppie di numeri:
- $$\frac{5}{3} \square 1 \quad \frac{2}{3} \square 1 \quad \frac{3}{4} \square 1 \quad \frac{3}{2} \square 1$$

### Le disuguaglianze per descrivere semirette o segmenti

75. Scrivere le disuguaglianze che caratterizzano le semirette indicate in fig. 7.



76. Rappresentare le semirette descritte dalle seguenti disuguaglianze:
- $$x \leq 1 \quad x \geq 1 \quad x \geq -1 \quad x \leq -1$$
77. Scrivere almeno quattro numeri maggiori di 1 e altrettanti minori di 1.
78. Scrivere almeno quattro numeri maggiori di -1 e altrettanti minori di -1.
79. Scrivere le disuguaglianze che caratterizzano le semirette indicate in fig. 8.



80. Rappresentare i segmenti descritti dalle seguenti disuguaglianze:
- $$0 \leq x \leq 1 \quad -1 \leq x \leq 0 \quad -1 \geq x \geq -2 \quad 3 \geq x \geq 0$$
81. Scrivere almeno quattro numeri positivi e minori di 1 e altrettanti negativi e maggiori di -1.
82. Spiegare perché non si possono trovare i segmenti descritti dalle seguenti disuguaglianze:
- $$0 \leq x \leq -1 \quad 1 \leq x \leq 0 \quad 1 \geq x \geq 2 \quad -3 \geq x \geq 0$$

### Riflettere sull'ordinamento dei razionali

83. Scrivere tre frazioni con lo stesso denominatore, una minore di 1, una uguale a 1 e una maggiore di 1.
84. Scrivere tre frazioni con lo stesso numeratore, una minore di 1, una uguale a 1 e una maggiore di 1.
85. Scrivere almeno quattro numeri razionali compresi fra 3,748 e 3,749.
86. Scrivere almeno quattro numeri razionali compresi fra 0,001 e 0,01.
87. Scrivere almeno quattro numeri razionali compresi fra -1 e -0,5.
88. Scrivere almeno quattro numeri razionali compresi fra -0,1 e 0.
89. È dato un numero razionale negativo, per esempio -2. Rispondere ai seguenti quesiti:
- l'opposto del numero è positivo o negativo?
  - il reciproco del numero è positivo o negativo?
  - l'opposto del reciproco è positivo o negativo?
90. Ripetere l'esercizio precedente a partire da qualche altro numero negativo.
91. È dato un numero razionale positivo, per esempio 4. Rispondere ai seguenti quesiti:
- l'opposto del numero è positivo o negativo?
  - il reciproco del numero è positivo o negativo?
  - l'opposto del reciproco è positivo o negativo?
92. Ripetere l'esercizio precedente a partire da qualche altro numero positivo.
93. È dato un numero razionale maggiore di 1, per esempio  $\frac{4}{3}$ . Rispondere ai seguenti quesiti:
- il reciproco del numero è maggiore o minore di 1?
  - l'opposto del numero è maggiore o minore di 1?
  - l'opposto del reciproco del numero è maggiore o minore di 1?
94. Ripetere l'esercizio precedente a partire da qualche altro numero maggiore di 1.
95. È dato un numero razionale positivo e minore di 1, per esempio  $\frac{2}{3}$ . Rispondere ai seguenti quesiti:
- il reciproco del numero è maggiore o minore di 1?
  - il reciproco del numero è positivo o negativo?
  - l'opposto del numero è maggiore o minore di 1?
  - l'opposto del numero è positivo o negativo?
96. Ripetere l'esercizio precedente a partire da qualche altro numero positivo e minore di 1.
97. Rappresentare sulla retta la seguente successione di numeri:
- 2                  4                  8                  16
- Completare la seguente frase: «Si passa dal primo numero ai successivi procedendo sulla retta nel verso fissato, perciò i numeri diventano sempre più .....
98. Rappresentare sulla retta la seguente successione di numeri:
- 1                   $\frac{1}{2}$                    $\frac{1}{4}$                    $\frac{1}{8}$                    $\frac{1}{16}$
- Completare la seguente frase: «Si passa dal primo numero ai successivi procedendo sulla retta nel verso ....., perciò i numeri diventano sempre più .....

99. Rappresentare sulla retta la seguente successione di numeri:
- 2                  -4                  -8                  -16

Completare la seguente frase: «Si passa dal primo numero ai successivi procedendo sulla retta nel verso ....., perciò i numeri diventano sempre più .....

100. Rappresentare sulla retta la seguente successione di numeri:

-1                   $-\frac{1}{2}$                    $-\frac{1}{4}$                    $-\frac{1}{8}$                    $-\frac{1}{16}$

Completare la seguente frase: «Si passa dal primo numero ai successivi procedendo sulla retta nel verso ....., perciò i numeri diventano sempre più .....

### Insiemi numerici finiti

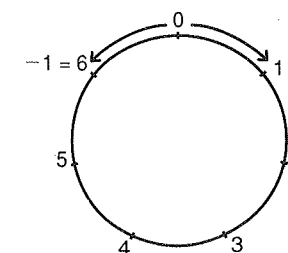
#### I numeri che indicano i giorni della settimana

101. Completare la seguente tabella con i risultati dell'addizione fra i numeri che indicano i giorni della settimana:

+	0	1	2	3	4	5	6
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							

102. Determinare il risultato delle seguenti addizioni fra i numeri che indicano i giorni della settimana:
- 1+6+1      4+3+1      4+2+1      5+1+2
103. Basarsi sulla tabella compilata nell'esercizio 101 per completare le seguenti frasi:
- 1+6=0, perciò l'opposto di 1 è 6 e si potrebbe scrivere «-1=6».
  - 2+5=0, perciò l'opposto di ... è ... e si potrebbe scrivere «.....».
  - 3+4=0, perciò l'opposto di ... è ... e si potrebbe scrivere «.....».
104. Completare l'esercizio precedente determinando gli opposti dei numeri 4, 5 e 6.
105. Spiegare perché si può trovare l'opposto del numero 1 anche con il procedimento illustrato in fig. 9: si percorre l'«orologio con 7 numeri» nel verso opposto a quello fissato, a partire da 0.
106. Determinare il risultato delle seguenti sottrazioni, seguendo il procedimento indicato nel primo esempio:
- 6-1=6+(-1)=6+6=5
  - 6-4=6+.....=6+.....=.....
  - 5-1=5+.....=5+.....=.....
  - 5-4=5+.....=5+.....=.....
  - 4-3=4+.....=4+.....=.....
  - 6-2=6+(-2)=6+.....=.....
  - 6-6=6+.....=6+.....=.....
  - 5-2=5+.....=5+.....=.....
  - 5-5=5+.....=5+.....=.....
  - 4-4=4+.....=4+.....=.....
107. Riprendere l'esercizio 105 e spiegare come si potrebbero determinare le differenze assegnate nell'esercizio 106, basandosi solo su un procedimento grafico.

Figura 9



## I numeri dell'orologio

108. Completare la seguente tabella con i risultati dell'addizione fra i numeri dell'orologio.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0												
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												

109. Determinare il risultato delle seguenti addizioni fra i numeri dell'orologio:  
 $4+7+1$      $3+8+1$      $5+6+1$      $1+9+2$
110. Determinare il risultato delle seguenti addizioni fra i numeri dell'orologio:  
 $4+7+2$      $4+8+1$      $5+6+2$      $1+10+2$
111. Basarsi sulla tabella compilata nell'esercizio 108 per completare le seguenti frasi:  
a.  $1+11=0$ , perciò l'opposto di 1 è 11; si potrebbe scrivere « $-1=11$ ».  
b.  $2+10=0$ , perciò l'opposto di ..... è .....; si potrebbe scrivere «.....».  
c.  $3+.....=0$ , perciò l'opposto di ..... è .....; si potrebbe scrivere «.....».  
d.  $4+.....=0$ , perciò l'opposto di ..... è .....; si potrebbe scrivere «.....».  
e.  $5+.....=0$ , perciò l'opposto di ..... è .....; si potrebbe scrivere «.....».  
f.  $6+.....=0$ , perciò l'opposto di ..... è .....; si potrebbe scrivere «.....».
112. Completare l'esercizio precedente determinando gli opposti dei numeri 7, 8, 9, 10 e 11.
113. Spiegare perché si può trovare l'opposto del numero 1 anche con un procedimento analogo a quello illustrato in fig. 9: si percorre l'«orologio con 12 numeri» nel verso opposto a quello fissato, a partire da 0.
114. Determinare il risultato delle seguenti sottrazioni, seguendo il procedimento indicato nel primo esempio:  
a.  $11-1=11+(-1)=11+11=10$     f.  $11-2=11+(-2)=11+.....=.....$   
b.  $11-10=11+.....=11+.....=.....$     g.  $11-11=11+.....=11+.....=.....$   
c.  $10-1=10+.....=10+.....=.....$     h.  $10-2=10+.....=10+.....=.....$   
d.  $10-9=10+.....=10+.....=.....$     i.  $10-10=10+.....=10+.....=.....$   
e.  $1-10=1+.....=1+.....=.....$     j.  $2-9=2+.....=2+.....=.....$
115. Riprendere l'esercizio 113 e spiegare come si potrebbero determinare le differenze assegnate nell'esercizio 114, basandosi solo su un procedimento grafico.

## Collegamento con il capitolo precedente

116. Esaminare le seguenti due tabelle:

	A		
+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

	B		
+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	10
2	2	10	11

Rispondere ai seguenti quesiti:

- a. quale tabella descrive l'addizione fra interi scritti nel sistema posizionale in base 3?  
b. quale tabella descrive l'addizione fra i resti della divisione per 3?

117. Esaminare le seguenti due tabelle:

	A			
+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	10
2	2	3	10	11
3	3	10	11	12

	B			
+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

Rispondere ai seguenti quesiti:

- a. quale tabella descrive l'addizione fra interi scritti nel sistema posizionale in base 4?  
b. quale tabella descrive l'addizione fra i resti della divisione per 4?

## Aritmetiche finite

### I resti della divisione per 3

118. Completare le seguenti tabelle con i risultati delle operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 3.

	Addizione		
+	0	1	2
0			
1			
2			

	Moltiplicazione		
·	0	1	2
0			
1			
2			

119. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 3.

$$\begin{array}{cccc} 1+2+1 & 1 \cdot 2 \cdot 1 & 2 \cdot 2 \cdot 2 & 2+2+2 \\ 2 \cdot 1+2 & 2 \cdot (1+2) & 2 \cdot 2+2 & 2 \cdot (2+2) \end{array}$$

120. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 3.

$$\begin{array}{cccc} (1+2) \cdot (2+2) & (1+2) \cdot 2+2 & 1+2 \cdot (2+2) & 1+2 \cdot 2+2 \\ (1+2) \cdot (2+1) & (1+2) \cdot 2+1 & 1+2 \cdot (2+1) & 1+2 \cdot 2+1 \end{array}$$

121. Basarsi sulle tabelle compilate nell'esercizio 118 per completare le seguenti frasi:  
a.  $1+2=0$ , perciò l'opposto di ..... è .....; si potrebbe scrivere « $-1=2$ ».  
b.  $2+1=0$ , perciò l'opposto di ..... è .....; si potrebbe scrivere «.....».



122. Determinare il risultato delle seguenti sottrazioni, seguendo il procedimento indicato nel primo esempio:
- a.  $2-1=2+(-1)=2+2=1$       d.  $2-2=2+.....=2+.....=.....$   
 b.  $1-2=1+.....=1+.....=.....$       e.  $1-1=1+.....=1+.....=.....$   
 c.  $0-1=0+.....=0+.....=.....$       f.  $0-2=0+.....=0+.....=.....$

123. Basarsi sulla tabella della moltiplicazione compilata nell'esercizio 118 per rispondere ai seguenti quesiti:
- a. completare la seguente frase:  
 $2:2=1$ , perciò il reciproco di ..... è ..... si potrebbe scrivere « $\frac{1}{2}=2$ »;  
 b. determinare il reciproco di 1;  
 c. spiegare perché 0 non ha reciproco.

124. Determinare il risultato delle seguenti divisioni, seguendo il procedimento indicato nel primo esempio:
- a.  $2:2=2 \cdot \frac{1}{2}=2:2=1$       b.  $1:2=1 \cdot .....=1 \cdot .....=.....$   
 Spiegare perché non è possibile dividere per 0.

125. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 3.
- $1:2-1$        $1:(2-1)$        $2:1-2$        $2:(1-2)$   
 $2-1:2$        $(2-1):2$        $1-2:2$        $(1-2):2$

126. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 3.
- $2-1:2+1$        $(2-1):(2+1)$        $2-1:(2+1)$        $(2-1):2+1$   
 $2-2:2+2$        $(2-2):(2+2)$        $2-2:(2+2)$        $(2-2):2+2$

127. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 3.
- $1+2:2:(1-2)$        $(1+2):2:(1-2)$        $(1+2:2):1-2$   
 $2-2:1:(1+2)$        $(2-2):1:(1+2)$        $(2-2:1):1+2$

#### I resti della divisione per 4

128. Completare le seguenti tabelle con i risultati dell'addizione e della moltiplicazione fra i numeri che indicano i resti della divisione per 4.

Addizione				
+	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

Moltiplicazione				
·	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

129. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 4.
- $1+2+3$        $1 \cdot 2 \cdot 3$        $3 \cdot 3 \cdot 3$        $3+3+3$   
 $2 \cdot 3+2$        $2 \cdot (3+2)$        $3 \cdot 3+2$        $3 \cdot (3+2)$

130. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 4.

$(1+3) \cdot (3+2)$	$(1+3) \cdot 3+2$	$1+3 \cdot (3+2)$	$1+3 \cdot 3+2$
$(2+3) \cdot (2+1)$	$(2+3) \cdot 2+1$	$2+3 \cdot (2+1)$	$2+3 \cdot 2+1$

131. Basarsi sulle tabelle compilate nell'esercizio 128 per completare le seguenti frasi:
- a.  $1+3=0$ , perciò l'opposto di ..... è .....; si potrebbe scrivere « $-1=3$ ».  
 b.  $2+2=0$ , perciò l'opposto di ..... è .....; si potrebbe scrivere «.....».  
 c.  $3+1=0$ , perciò l'opposto di ..... è .....; si potrebbe scrivere «.....».

132. Determinare il risultato delle seguenti sottrazioni, seguendo il procedimento indicato nel primo esempio:
- a.  $3-1=3+(-1)=3+3=2$       e.  $3-3=3+.....=3+.....=.....$   
 b.  $2-1=2+.....=2+.....=.....$       f.  $2-2=1+.....=1+.....=.....$   
 c.  $1-2=0+.....=0+.....=.....$       g.  $1-1=1+.....=1+.....=.....$   
 d.  $0-3=0+.....=0+.....=.....$       h.  $0-2=0+.....=0+.....=.....$

133. Basarsi sulla tabella della moltiplicazione compilata nell'esercizio 128 per rispondere ai seguenti quesiti:
- a. completare la frase seguente:  
 $3 \cdot 3=1$ , perciò il reciproco di ..... è .....; si potrebbe scrivere « $\frac{1}{3}=3$ »;  
 b. determinare il reciproco di 1;  
 c. spiegare perché 0 e 2 non hanno reciproco.

134. Determinare il risultato delle seguenti divisioni, seguendo il procedimento indicato nel primo esempio:
- a.  $2:3=2 \cdot \frac{1}{3}=2:3=.....$       b.  $1:3=1 \cdot .....=1 \cdot .....=.....$   
 Spiegare perché non è possibile dividere né per 0, né per 2.

135. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 4, segnalando le operazioni che non possono essere eseguite.
- $2:3-1$        $2:(3-1)$        $3:2-1$        $3:(2-1)$   
 $2-3:2$        $(2-3):2$        $1-2:3$        $(1-2):3$

136. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 4, segnalando le operazioni che non possono essere eseguite.
- $3+1:3-1$        $(3+1):(3-1)$        $3-1:(3+1)$        $(3-1):3+1$   
 $3-2:2+2$        $(3-2):(2+2)$        $2-3:(3-1)$        $(2-3):3-1$

137. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 4, segnalando le operazioni che non possono essere eseguite.
- $3+2:2:(3-2)$        $(3+2):2:(3-2)$        $(3+2:2):3-2$   
 $2-2:3:(3+2)$        $(2-2):3:(3+2)$        $(2-2:3):3+2$

### I resti della divisione per 5

138. Completare le seguenti tabelle con i risultati dell'addizione e della moltiplicazione fra i numeri che indicano i resti della divisione per 5.

Addizione					
+	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					
4					

Moltiplicazione					
	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					
4					

139. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 5.

$$\begin{array}{llll} (3+4) \cdot (2+1) & (3+4) \cdot 2+1 & 3+4 \cdot (2+1) & 3+4 \cdot 2+1 \\ (1+3) \cdot (4+1) & (1+3) \cdot 4+1 & 1+3 \cdot (4+1) & 1+3 \cdot 4+1 \end{array}$$

140. Basandosi sulla tabella dell'addizione compilata nell'esercizio 138, risolvere i seguenti quesiti:

- spiegare come si verifica che ogni numero ha il suo opposto;
- determinare l'opposto di ogni numero dell'insieme dei resti della divisione per 5.

141. Determinare il risultato delle seguenti sottrazioni nell'insieme dei resti della divisione per 5.

$$\begin{array}{llll} 2-1 & 2-2 & 3-2 & 3-3 \\ 4-3 & 4-4 & 3-4 & 1-3 \end{array}$$

142. Basarsi sulla tabella della moltiplicazione compilata nell'esercizio 138 per rispondere ai seguenti quesiti:

- spiegare perché 0 non ha reciproco;
- spiegare come si verifica che ogni numero diverso da 0 ha il suo reciproco;
- determinare il reciproco di ogni numero diverso da 0 dell'insieme dei resti della divisione per 5.

143. Determinare il risultato delle seguenti divisioni:

$$\begin{array}{llll} 3:2 & 2:3 & 4:3 & 3:4 \\ 2:4 & 4:2 & 4:4 & 1:4 \end{array}$$

Spiegare perché non è possibile dividere per 0.

144. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 5.

$$\begin{array}{llll} 4-3:2+1 & (4-3):(2+1) & 4-3:(2+1) & (4-3):2+1 \\ 2-1:3+4 & (2-1):(3+4) & 2-1:(3+4) & (2-1):3+4 \end{array}$$

145. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 5.

$$\begin{array}{lll} 4+3:3:(4-2) & (4+3):3:(4-2) & (4+3:3):4-2 \\ 3-2:4:(1+2) & (3-2):4:(1+2) & (3-2:4):1+2 \end{array}$$

### I resti della divisione per 6

146. Completare le seguenti tabelle con i risultati dell'addizione e della moltiplicazione fra i numeri che indicano i resti della divisione per 6.

Addizione						
+	0	1	2	3	4	5
0						
1						
2						
3						
4						
5						

Moltiplicazione						
	0	1	2	3	4	5
0						
1						
2						
3						
4						
5						

147. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 6.

$$\begin{array}{llll} (5+4) \cdot (2+3) & (5+4) \cdot 2+3 & 5+4 \cdot (2+3) & 5+4 \cdot 2+3 \\ (2+3) \cdot (4+5) & (2+3) \cdot 4+5 & 2+3 \cdot (4+5) & 2+3 \cdot 4+5 \end{array}$$

148. Basandosi sulla tabella dell'addizione compilata nell'esercizio 146, risolvere i seguenti quesiti:

- spiegare come si verifica che ogni numero ha il suo opposto;
- determinare l'opposto di ogni numero dell'insieme dei resti della divisione per 6.

149. Determinare il risultato delle seguenti sottrazioni:

$$\begin{array}{llll} 5-1 & 5-2 & 4-2 & 4-3 \\ 5-3 & 4-4 & 5-5 & 1-3 \end{array}$$

150. Basarsi sulla tabella della moltiplicazione compilata nell'esercizio 146 per rispondere ai seguenti quesiti:

- nell'insieme dei resti della divisione per 6 indicare i numeri che hanno un reciproco e determinare tale reciproco;
- nell'insieme dei resti della divisione per 6 indicare i numeri che non hanno un reciproco, spiegando perché ciò avviene.

151. Scrivere alcune divisioni possibili nell'insieme dei resti della divisione per 6 e determinarne il risultato.

152. Determinare il risultato delle seguenti operazioni fra i numeri che indicano i resti della divisione per 6, indicando le espressioni che non si possono calcolare.

$$\begin{array}{lll} 5-3:3:(4+1) & (5-3):3:(4+1) & (5-3:3):4+1 \\ 3+2:4:(1-5) & (3-2):4:(1-5) & (3-2:4):1-5 \end{array}$$

### Rappresentazione degli interi in Pascal

Nel linguaggio Pascal si trova un particolare insieme finito di numeri, detto *Integer*, formato dagli interi compresi fra -32768 e 32767; in questo insieme è stabilita un'aritmetica finita: si addizionano o moltiplicano due numeri come se fossero disposti ciclicamente lungo una circonferenza (fig. 2, pag. 105).

Per capire meglio questa rappresentazione, ci si può basare su un «modello ridotto»: si immagina di avere a disposizione una word di 4 bit. Si hanno allora due scelte:

- Si rappresentano solo numeri interi positivi;
- Si rappresentano anche i numeri negativi.

Esercizi

153. Completare il seguente schema per determinare gli interi positivi che si possono rappresentare con una word di 4 bit.

0000=0	0001=1·2 <sup>0</sup> =1	0010=.....	0011=.....
0100=.....	0101=.....	0110=.....	0111=.....
1000=.....	1001=.....	1010=.....	1011=.....
1100=.....	1101=.....	1110=.....	1111=.....

154. Disponendo ciclicamente su una circonferenza i 16 numeri indicati nell'esercizio precedente si può ottenere un'aritmetica finita; determinare il risultato delle seguenti operazioni, basandosi semplicemente sull'«orologio con 16 numeri» rappresentato in fig. 10.

11+5	12+4	15+1	15+2	13+4	12+5
7+15	8+14	10+12	12+12	13+11	14+10

155. Riconoscere nell'aritmetica finita studiata nell'esercizio precedente l'insieme dei resti della divisione per un numero; di quale numero si tratta?

156. Gli stessi numeri binari individuati nell'esercizio 153 possono essere utilizzati per indicare degli interi relativi, con il metodo descritto in fig. 11. Determinare il risultato delle seguenti operazioni, basandosi sulla rappresentazione della figura.

7+1	7+2	7+3	7+4	7+5	7+6
7+7=2·7	6+6=2·6	5+5=2·5	4+4=2·4	3+3=2·3	

Figura 10

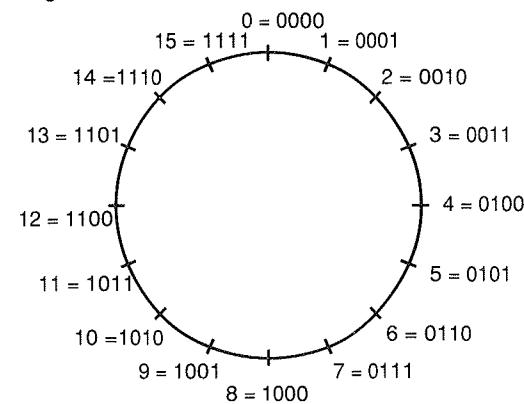
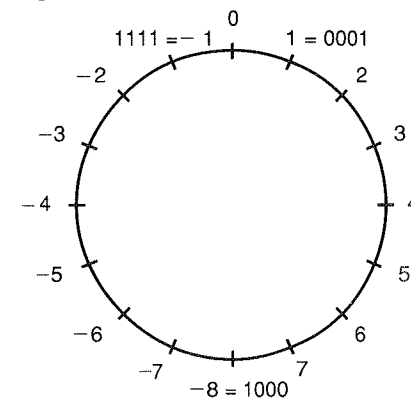


Figura 11



157. Ripetere le considerazioni svolte negli esercizi 153-156 per studiare la rappresentazione degli interi con una word di 8 bit, distinguendo i due casi:  
A. Si rappresentano solo numeri interi positivi;  
B. Si rappresentano anche i numeri negativi.
158. Ripetere le considerazioni svolte negli esercizi 153-156 per studiare la rappresentazione degli interi con una word di 16 bit, distinguendo i due casi:  
A. Si rappresentano solo numeri interi positivi;  
B. Si rappresentano anche i numeri negativi.