

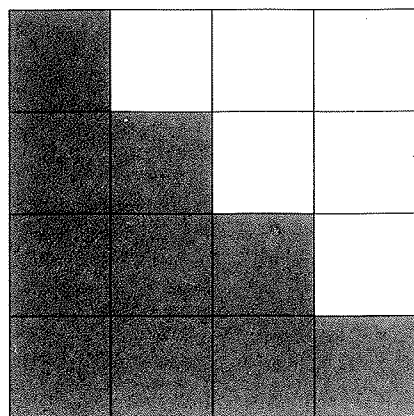
Le frazioni

1. Completare le seguenti frasi come è mostrato dal primo esempio:
- per rappresentare la frazione $\frac{3}{4}$ si divide un segmento in 4 parti uguali e se ne prendono 3.
 - per rappresentare la frazione $\frac{4}{3}$ si divide un segmento in parti uguali e se ne prendono
 - per rappresentare la frazione $\frac{6}{5}$ si divide un segmento in parti uguali e se ne prendono
 - per rappresentare la frazione $\frac{5}{6}$ si divide un segmento in parti uguali e se ne prendono
 - in generale, per rappresentare la frazione $\frac{n}{d}$ si divide un segmento in parti uguali e se ne prendono
2. Esaminare la fig. 1 e risolvere i seguenti quesiti:
- esprimere con una frazione la parte di figura colorata in grigio;
 - rappresentare con un procedimento analogo a quello suggerito dalla figura le frazioni seguenti:
- $$\frac{1}{3} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{2}{6} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{4}{6} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{7}{6} \quad \frac{8}{6}$$
- fra le frazioni precedenti individuare quelle equivalenti;
 - rappresentare qualche altra frazione a piacere.
3. Esaminare la fig. 2 e risolvere i seguenti quesiti:
- esprimere con una frazione la parte di figura colorata in grigio;
 - rappresentare con un procedimento analogo a quello suggerito dalla figura le frazioni seguenti:
- $$\frac{1}{16} \quad \frac{2}{16} \quad \frac{3}{16} \quad \frac{4}{16} \quad \frac{5}{16} \quad \frac{6}{16} \quad \frac{7}{16} \quad \frac{8}{16} \quad \frac{9}{16} \quad \frac{15}{16} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{8}$$
- fra le frazioni precedenti individuare quelle equivalenti;
 - rappresentare qualche altra frazione a piacere.

Figura 1



Figura 2



4. Esaminare la fig. 3 e risolvere i seguenti quesiti:
- esprimere con una frazione la parte di figura colorata in grigio;
 - rappresentare con un procedimento analogo a quello suggerito dalla figura le frazioni seguenti:
- $$\frac{1}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{4}{8} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{8}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{10}{8} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4}$$
- fra le frazioni precedenti individuare quelle equivalenti;
 - rappresentare qualche altra frazione a piacere.
5. Esaminare la fig. 4 e risolvere i seguenti quesiti:
- esprimere con una frazione la parte di figura colorata in grigio;
 - rappresentare con un procedimento analogo a quello suggerito dalla figura le frazioni seguenti:
- $$\frac{1}{24} \quad \frac{2}{24} \quad \frac{3}{24} \quad \frac{4}{24} \quad \frac{5}{24} \quad \frac{6}{27} \quad \frac{7}{24} \quad \frac{8}{24} \quad \frac{12}{24} \quad \frac{14}{24} \quad \frac{16}{24} \quad \frac{18}{24}$$
- ridurre tutte le frazioni precedenti ai minimi termini;
 - rappresentare qualche altra frazione a piacere.

Figura 3

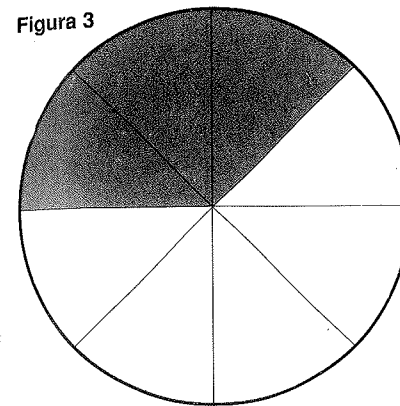
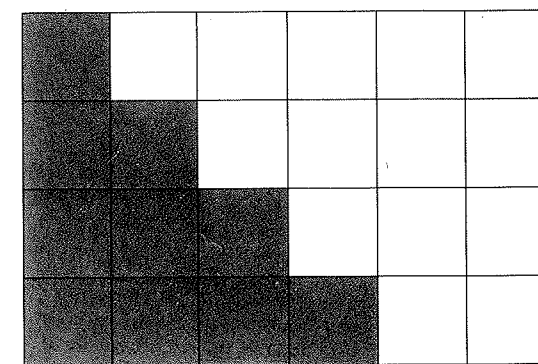


Figura 4



6. Calcolare e rappresentare con un procedimento analogo a quelli suggeriti dalle figure 1-4 il risultato delle seguenti operazioni:

- il doppio di $\frac{1}{2}$, cioè $\frac{1}{2} \cdot 2$
- il doppio di $\frac{1}{3}$, cioè $\frac{1}{3} \cdot 2$
- il triplo di $\frac{2}{3}$, cioè $\frac{2}{3} \cdot 3$
- il triplo di $\frac{1}{3}$
- la metà di $\frac{1}{2}$, cioè $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
- la metà di $\frac{2}{3}$, cioè $\frac{2}{3} : 2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$
- il doppio di $\frac{3}{2}$, cioè $\frac{3}{2} \cdot 2$
- la terza parte di $\frac{1}{3}$

7. Calcolare e rappresentare con un procedimento analogo a quelli suggeriti dalle figure 1-4 il risultato delle seguenti operazioni:

- il doppio di:
- $$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{11}{8} \quad \frac{5}{12}$$
- la metà di:
- $$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{11}{8} \quad \frac{5}{12}$$

8. Calcolare e rappresentare con un procedimento analogo a quelli suggeriti dalle figure 1-4 il risultato delle seguenti operazioni:

a. il triplo di:

$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{11}{6} \quad \frac{5}{12}$$

b. la terza parte di:

$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{11}{6} \quad \frac{5}{12}$$

9. Completare le seguenti uguaglianze come è mostrato nell'esempio.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15} \quad \frac{3}{5} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{10} \quad \frac{5}{4} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{20}{\quad}$$

10. Completare le seguenti uguaglianze come è mostrato nell'esempio dell'esercizio precedente.

$$\frac{5}{9} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{36} \quad \frac{3}{7} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{9}{\quad} \quad \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{35}{21}$$

11. Scrivere le frazioni che sono equivalenti a $\frac{1}{2}$ e hanno i seguenti denominatori:

4 6 8 10 12 14 16 18 20

Fra le frazioni equivalenti a $\frac{1}{2}$ si può trovare una frazione con denominatore 3?

12. Scrivere le frazioni che sono equivalenti a $\frac{3}{4}$ e hanno i seguenti denominatori:

8 12 16 20 24 28 32 40 100

Fra le frazioni equivalenti a $\frac{3}{4}$ si può trovare una frazione con denominatore 9?

13. Scrivere le frazioni che sono equivalenti a $\frac{1}{3}$ e hanno i seguenti denominatori:

6 9 12 15 18 21 24 27 30

Fra le frazioni equivalenti a $\frac{1}{3}$ si può trovare una frazione con denominatore 10?

14. Scrivere le frazioni che sono equivalenti a $\frac{5}{9}$ e hanno i seguenti denominatori:

18 27 36 45 54 63 72 81 90

Fra le frazioni equivalenti a $\frac{5}{9}$ si può trovare una frazione con denominatore 100?

15. Scrivere le due frazioni che hanno denominatore 6 e sono equivalenti una a $\frac{1}{2}$ e l'altra a $\frac{1}{3}$.

16. Scrivere le due frazioni che hanno denominatore 10 e sono equivalenti una a $\frac{3}{5}$ e l'altra a $\frac{1}{2}$.

17. Scrivere le frazioni che hanno denominatore 100 e sono equivalenti alle seguenti frazioni:

$$\frac{5}{4} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{17}{20} \quad \frac{13}{25} \quad \frac{23}{50}$$

18. Scrivere le frazioni che hanno denominatore 1000 e sono equivalenti alle seguenti frazioni:

$$\frac{5}{8} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{4}{25} \quad \frac{25}{4} \quad \frac{113}{125} \quad \frac{97}{200} \quad \frac{333}{500}$$

Riflettere sulle frazioni equivalenti

19. Descrivere il procedimento da seguire per decidere se sono equivalenti le seguenti due frazioni:

$$\frac{6}{8} \quad \frac{9}{12}$$

20. Un procedimento per decidere se sono equivalenti le due frazioni assegnate nell'esercizio precedente può anche essere il seguente:

- si scrivono due frazioni equivalenti a quelle date e che hanno come denominatore il prodotto dei denominatori, e cioè $8 \cdot 12 = 96$; si ha:

$$\frac{6}{8} = \frac{6 \cdot 12}{8 \cdot 12} = \frac{72}{96} \quad \frac{9}{12} = \frac{9 \cdot 8}{12 \cdot 8} = \frac{72}{96}$$

- si trova così che le due frazioni assegnate sono equivalenti, dato che sono entrambe equivalenti a $\frac{72}{96}$.

Ripetere il procedimento indicato per decidere quali fra le seguenti frazioni sono equivalenti:

$$\frac{15}{24} \quad \frac{25}{40} \quad \frac{10}{32} \quad \frac{14}{24} \quad \frac{21}{36} \quad \frac{35}{60} \quad \frac{35}{50}$$

Scrittura delle frazioni in forma decimale

21. Scrivere in forma decimale le seguenti frazioni:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{7}{5} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{11}{20} \quad \frac{17}{25} \quad \frac{47}{50} \quad \frac{81}{100}$$

Spiegare perché tutte queste frazioni danno luogo a decimali finiti.

22. Scrivere in forma decimale le seguenti frazioni:

$$\frac{3}{6} \quad \frac{9}{12} \quad \frac{15}{24} \quad \frac{33}{60} \quad \frac{27}{150} \quad \frac{9}{36} \quad \frac{18}{30}$$

Spiegare perché tutte queste frazioni danno luogo a decimali finiti.

23. Spiegare perché danno luogo a decimali periodici tutte le frazioni seguenti:

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{11}{12} \quad \frac{13}{15} \quad \frac{23}{30}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. di tutte le frazioni assegnate scrivere i decimali approssimati a meno di un decimo ottenuti per troncamento e per arrotondamento;
b. di tutte le frazioni assegnate scrivere i decimali approssimati a meno di un centesimo ottenuti per troncamento e per arrotondamento.

24. Spiegare perché danno luogo a decimali periodici tutte le frazioni seguenti:

$$\frac{2}{6} \quad \frac{3}{18} \quad \frac{15}{27} \quad \frac{10}{15} \quad \frac{12}{45} \quad \frac{12}{72} \quad \frac{80}{144}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- di tutte le frazioni assegnate scrivere i decimali approssimati a meno di un decimo ottenuti per troncamento e per arrotondamento;
- di tutte le frazioni assegnate scrivere i decimali approssimati a meno di un centesimo ottenuti per troncamento e per arrotondamento.

25. Esaminare le seguenti frazioni:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{2}{6}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- riconoscere le frazioni che danno luogo a decimali finiti, motivando la scelta e rappresentare tali frazioni in forma decimale;
- riconoscere le frazioni che danno luogo a decimali periodici motivando la scelta;
- delle frazioni indicate al punto (b) scrivere i decimali approssimati a meno di un decimo ottenuti per troncamento e per arrotondamento;
- delle frazioni indicate al punto (b) scrivere i decimali approssimati a meno di un centesimo ottenuti per troncamento e per arrotondamento.

26. Esaminare le seguenti frazioni:

$$\frac{3}{6} \quad \frac{2}{6} \quad \frac{7}{14} \quad \frac{2}{14} \quad \frac{3}{12} \quad \frac{4}{12} \quad \frac{9}{21}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- riconoscere le frazioni che danno luogo a decimali finiti, motivando la scelta e rappresentare tali frazioni in forma decimale;
- riconoscere le frazioni che danno luogo a decimali periodici motivando la scelta;
- delle frazioni indicate al punto (b) scrivere i decimali approssimati a meno di un decimo ottenuti per troncamento e per arrotondamento;
- delle frazioni indicate al punto (b) scrivere i decimali approssimati a meno di un centesimo ottenuti per troncamento e per arrotondamento.

Ricordare come si riduce una frazione ai minimi termini

27. Descrivere il procedimento seguito per ridurre ai minimi termini la seguente frazione:

$$\frac{75}{90}$$

28. Un procedimento rapido per ridurre la frazione $\frac{75}{90}$ ai minimi termini è il seguente:

- si scompongono i termini della frazione in fattori, ottenendo:

$$75=5^2 \cdot 3 \quad 90=3^2 \cdot 2 \cdot 5$$

- si calcola il massimo comune divisore (M.C.D.) dei due termini, che in questo caso è:

$$\text{M.C.D.} = 3 \cdot 5 = 15$$

- si dividono i due termini della frazione per 15 e si ha:

$$\frac{75:15}{90:15} = \frac{5}{6}$$

- si ottiene in definitiva la frazione che è equivalente a quella data e ha i termini primi fra loro; tale frazione è:

$$\frac{5}{6}$$

Ripetere il procedimento ora descritto per ridurre ai minimi termini le seguenti frazioni:

$$\frac{16}{100} \quad \frac{54}{144} \quad \frac{33}{605} \quad \frac{15}{180} \quad \frac{21}{315} \quad \frac{26}{169} \quad \frac{18}{210}$$

Errore assoluto ed errore relativo

29. Calcolare l'errore assoluto e l'errore relativo che si commettono indicando come risultati delle seguenti divisioni quelli indicati:

$$2:3=0,6 \quad 2:3=0,7 \quad 2:3=0,66 \quad 2:3=0,6$$

$$2:3=0,667 \quad 3:4=0,7 \quad 3:4=0,75$$

30. Fra le seguenti formule scegliere quelle corrette motivando la scelta:

$$\frac{2}{3}=0,7 \quad \frac{2}{3} \approx 0,7 \quad \frac{3}{4}=0,75 \quad \frac{3}{4} \approx 0,75 \quad \frac{3}{4} \approx 0,7$$

31. Calcolare l'errore assoluto e l'errore relativo che si commettono indicando come risultati delle seguenti divisioni quelli indicati:

$$7:6=1,1 \quad 7:6=1,2 \quad 7:6=1,16 \quad 7:6=1,17 \quad 7:6=1,167$$

$$47:40=1,1 \quad 47:40=1,2 \quad 47:40=1,17 \quad 47:40=1,175$$

32. Fra le seguenti formule scegliere quelle corrette motivando la scelta:

$$\frac{7}{6}=1,17 \quad \frac{7}{6} \approx 1,17 \quad \frac{47}{40}=1,175 \quad \frac{47}{40} \approx 1,175 \quad \frac{47}{40} \approx 1,17$$

33. Calcolare l'errore assoluto e l'errore relativo che si commettono indicando come risultati delle seguenti divisioni quelli indicati:

$$13:15=0,8 \quad 13:15=0,86 \quad 13:15=0,87 \quad 13:15=0,867$$

$$7:8=0,8 \quad 7:8=0,9 \quad 7:8=0,87 \quad 7:8=0,875$$

34. Fra le seguenti formule scegliere quelle corrette motivando la scelta:

$$\frac{13}{15}=0,8 \quad \frac{13}{15} \approx 0,8 \quad \frac{7}{8}=0,875 \quad \frac{7}{8} \approx 0,875 \quad \frac{7}{8} \approx 0,87$$

35. È assegnata l'espressione:

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{24}$$

Calcolare l'espressione nei seguenti modi:

- lavorando con le frazioni;
 - lavorando con i decimali che approssimano le frazioni a meno di 10^{-1} ;
 - lavorando con i decimali che approssimano le frazioni a meno di 10^{-2} ;
- Valutare l'errore assoluto e l'errore relativo che si commettono negli ultimi due casi.

36. Ripetere l'esercizio 35 a partire dall'espressione $\frac{8}{21} + \frac{2}{7}$

Esercizi

37. Ripetere l'esercizio 35 a partire dall'espressione $\frac{11}{24} \cdot \frac{15}{22}$
38. Ripetere l'esercizio 35 a partire dall'espressione $\frac{13}{34} \cdot \frac{17}{26}$
39. Ripetere l'esercizio 35 a partire dall'espressione $\frac{8}{3} - \frac{1}{6}$
40. Ripetere l'esercizio 35 a partire dall'espressione $\frac{17}{14} - \frac{5}{7}$
41. Ripetere l'esercizio 35 a partire dall'espressione $\frac{13}{21} : \frac{26}{7}$
42. Ripetere l'esercizio 35 a partire dall'espressione $\frac{11}{28} : \frac{5}{8}$
43. Ripetere l'esercizio 35 a partire dall'espressione $\frac{13}{28} \cdot \frac{14}{39} - \frac{13}{27} \cdot \frac{26}{9}$
44. Ripetere l'esercizio 35 a partire dall'espressione $\frac{10}{17} \cdot \frac{34}{30} + \frac{7}{13} : \frac{21}{13}$

Calcoli approssimati con il calcolatore tascabile

45. Molti calcolatori mostrano sul visualizzatore 7 cifre dopo la virgola, ma lavorano con valori approssimati con 10 cifre dopo la virgola; in tal caso qual è l'approssimazione effettiva data dal calcolatore?
Leggere le istruzioni del proprio calcolatore sull'argomento.
46. Calcolare con il calcolatore il risultato delle seguenti divisioni:
2:3 7:6 3:4 47:40 13:15 7:8
Stabilire qual è l'errore assoluto e l'errore relativo commessi in ogni caso dal calcolatore.
47. Sono assegnate le espressioni:
 $\frac{5}{6} + \frac{1}{24} - \frac{7}{8}$ $\frac{11}{24} \cdot \frac{15}{22} - \frac{5}{16}$
Calcolare le espressioni nei seguenti modi:
a. «a mano», lavorando con le frazioni;
b. con il calcolatore.
Confrontare i due risultati ottenuti.
48. Ripetere l'esercizio 47 a partire dalle seguenti espressioni:
 $\frac{8}{3} - \frac{1}{6} - \frac{5}{2}$ $\frac{11}{28} : \frac{5}{8} - \frac{22}{35}$
49. Ripetere l'esercizio 47 a partire dalle seguenti espressioni:
 $\frac{8}{21} + \frac{2}{7} - \frac{2}{3}$ $\frac{13}{34} \cdot \frac{17}{26} - \frac{1}{4}$
50. Ripetere l'esercizio 47 a partire dalle seguenti espressioni:
 $\frac{17}{14} - \frac{5}{7} - \frac{1}{2}$ $\frac{13}{21} : \frac{26}{7} - \frac{1}{6}$

51. Ripetere l'esercizio 47 a partire dalle seguenti espressioni:
 $\frac{13}{28} \cdot \frac{14}{39} - \frac{13}{27} : \frac{26}{9}$ $\frac{10}{17} \cdot \frac{34}{30} + \frac{7}{13} : \frac{21}{13}$

52. È assegnata l'espressione:
 $(3^{-2})^{-2}$

Calcolare l'espressione in vari modi, fra i quali i seguenti:

- a. con il calcolatore, usando ripetutamente il tasto y^x ;
b. con il calcolatore, usando i tasti $\frac{1}{x}$ e x^2 ;
c. «a mano».

Confrontare i risultati ottenuti; se il calcolatore fornisce un risultato approssimato, indicare l'errore assoluto e l'errore relativo commessi.

53. Ripetere l'esercizio precedente a partire dall'espressione:
 $(7^{-2})^{-2}$

Calcoli con le frazioni

54. Fra le seguenti uguaglianze scegliere quelle corrette e spiegare perché le altre uguaglianze sono sbagliate, indicando in ogni caso le proprietà delle operazioni su cui ci si basa.

(a) $(9+6):2=9:2+6:2$ cioè $\frac{9+6}{2} = \frac{9}{2} + \frac{6}{2}$

(b) $(9+6):2=9+6:2$ cioè $\frac{9+6^3}{2} = 9+3$

(c) $(9 \cdot 6):2=9 \cdot (6:2)$ cioè $\frac{9 \cdot 6^3}{2} = 9 \cdot 3$

(d) $(9 \cdot 6):2=(9:2) \cdot (6:2)$ cioè $\frac{9 \cdot 6}{2} = \frac{9}{2} \cdot \frac{6}{2}$

55. Fra le seguenti uguaglianze scegliere quelle corrette e spiegare perché le altre uguaglianze sono sbagliate, indicando in ogni caso le proprietà delle operazioni su cui ci si basa.

(a) $(15-2):5=15:5-2:5$ cioè $\frac{15-2}{5} = \frac{15}{5} - \frac{2}{5}$

(b) $(15-2):5=15:5-2$ cioè $\frac{15^3-2}{5} = 3-2$

(c) $30:5 \cdot 2=30:(5 \cdot 2)$ cioè $\frac{30}{5} \cdot 2 = \frac{30}{5 \cdot 2}$

(d) $(30:5):2=30:(5:2)$ cioè $\frac{30:5}{2} = 30 \cdot \frac{5}{2}$

56. Fra le seguenti uguaglianze scegliere quelle corrette e spiegare perché le altre uguaglianze sono sbagliate, indicando in ogni caso le proprietà delle operazioni su cui ci si basa.

(a) $9:(7+3)=9:7+9:3$ cioè $\frac{9}{7+3}=\frac{9}{7}+\frac{9}{3}$

(b) $9 \cdot (7+3)=9 \cdot 7+9 \cdot 3$

(c) $\frac{9^3}{7+3}=\frac{3}{7+1}$

(d) $\frac{9^3}{7+3}=\frac{3}{7}$

57. Fra le seguenti uguaglianze scegliere quelle corrette e spiegare perché le altre uguaglianze sono sbagliate, indicando in ogni caso le proprietà delle operazioni su cui ci si basa:

(a) $\frac{10}{5-3}=\frac{10}{5}-\frac{10}{3}$ ossia $10:(5-3)=10:5-10:3$

(b) $10 \cdot (5-3)=10 \cdot 5-10 \cdot 3$

(c) $\frac{10^2}{5-3}=\frac{2}{1-3}$

(d) $\frac{10^2}{5-3}=-\frac{2}{3}$

58. Fra le seguenti uguaglianze scegliere quelle corrette e spiegare perché l'altra uguaglianza è sbagliata, indicando in ogni caso le proprietà delle operazioni su cui ci si basa.

$\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=2+3$ $\frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}=2 \cdot 3$ $\frac{1}{\frac{1}{2}}+\frac{1}{\frac{1}{3}}=2+3$

Esaminare le espressioni assegnate dal n. 59 al n. 76 e determinarne il risultato in più modi, fra i quali per esempio i seguenti:

- a. lavorando con le frazioni;
b. lavorando con i decimali che approssimano le frazioni a meno di 10^{-1} ;
c. lavorando con il calcolatore tascabile.

Confrontare i risultati ottenuti.

59. $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{4}$ $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}}$ $[\frac{5}{24}; \frac{10}{3}]$

60. $\frac{\frac{7}{8}-\frac{3}{4}}{8}$ $\frac{\frac{7}{8}-\frac{3}{4}}{\frac{1}{8}}$ $[\frac{1}{64}; 1]$

61. $\frac{\frac{1}{16}-1}{-\frac{1}{4}} : \frac{-\frac{1}{4}-1}{-\frac{1}{2}+1}$ $\frac{\frac{1}{16}-1}{-\frac{1}{4}} \cdot \frac{-\frac{1}{4}-1}{-\frac{1}{2}+1}$ $[-\frac{3}{2}; -\frac{75}{8}]$

62. $(4-\frac{3}{-\frac{1}{4}-2}) : (\frac{5}{2-\frac{1}{4}}+\frac{1}{-\frac{1}{4}-1})$ $[\frac{70}{27}]$

63. $4-\frac{3}{-\frac{1}{4}-2} : \frac{5}{2-\frac{1}{4}}+\frac{1}{-\frac{1}{4}-1}$ $[\frac{11}{3}]$

64. $(\frac{1}{2-\frac{1}{3}}-\frac{1}{2+\frac{1}{3}}) : (\frac{1}{2+\frac{1}{3}}+\frac{1}{2-\frac{1}{3}})$ $[\frac{1}{6}]$

65. $\frac{(-1)^2+(-1) \cdot (-2)+(-2)^2}{2 \cdot [(-1)^3-(-2)^3]} : (\frac{1-\frac{1}{3}}{2}+\frac{1-\frac{1}{2}}{3})$ $[1]$

66. $\frac{1}{2-\frac{1}{3}}-\frac{1}{2+\frac{1}{3}} : \frac{1}{2+\frac{1}{3}}+\frac{1}{2-\frac{1}{3}}$ $[\frac{1}{5}]$

67. $\frac{-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}-\frac{1}{4}}$ $\frac{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}}{\frac{1}{3}-\frac{4}{3}}$ $[-\frac{5}{4}; -\frac{5}{4}]$

68. $\frac{2 \cdot (-\frac{1}{6})^2-1}{(-\frac{1}{3})^2-\frac{1}{3}}$ $\frac{2 \cdot (\frac{1}{6})^2-1}{(\frac{1}{3})^2-\frac{1}{3}}$ $[\frac{17}{4}; \frac{17}{4}]$

69. $\frac{(\frac{2}{3})^2 \cdot (-\frac{1}{2})^3 + (\frac{3}{4})^2}{(\frac{1}{2})^2 - (\frac{1}{3})^2}$ $\frac{\frac{2^2}{3} - \frac{1^3}{2} + \frac{3^2}{4}}{\frac{1^2}{2} - \frac{1^2}{3}}$ $[\frac{73}{20}; \frac{37}{2}]$

70. $\frac{\frac{7}{20}-\frac{1}{2}}{\frac{9}{10}-\frac{3}{2}} - \frac{\frac{1}{3}-\frac{3}{5}}{1-\frac{1}{5}} - \frac{\frac{3}{2}-1}{\frac{11}{17}-1}$ $[2]$

71. $4-\frac{3}{-\frac{1}{4}-2}$ $\frac{\frac{5}{2-\frac{1}{4}}+\frac{1}{-\frac{1}{4}-2}}$ $[\frac{42}{19}]$

72. $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{(-\frac{1}{2})^2 - (-\frac{1}{2}) \cdot (-\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{3})^2}$ $[\frac{30}{7}]$

73.
$$\frac{1-\frac{4}{3}+\frac{1}{3}-\frac{5^2}{6}}{1-\frac{7}{5}+2-\frac{7}{3}} - \frac{\frac{2}{3}-\frac{1}{10}-\frac{1^4}{15}}{\frac{3}{2}-\frac{3}{4}} \quad \left[\frac{35}{3} \right]$$

74.
$$\frac{1-\frac{4}{3}+\frac{1}{3}-\left(\frac{5}{6}\right)^2}{1-\frac{7}{5}+2-\frac{7}{3}} - \frac{\frac{2}{3}-\frac{1}{10}-\left(\frac{1}{15}\right)^4}{\frac{3}{2}-\frac{3}{4}} \quad \left[\frac{705\ 391}{607\ 500} \right]$$

75.
$$\frac{1-\frac{4}{3}+\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\right)^2}{1-\frac{7}{5}+2-\frac{7}{3}} - \frac{\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{10}-\frac{1}{15}\right)^4}{\frac{3}{2}-\frac{3}{4}} \quad [0]$$

76.
$$\frac{1-\frac{4}{3}+\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\right)^2}{1-\frac{7}{5}+2-\frac{7}{3}} - \left(\frac{\frac{2}{3}-\frac{1}{10}-\frac{1}{15}}{\frac{3}{2}-\frac{3}{4}}\right)^4 \quad \left[\frac{935}{324} \right]$$

Scrittura di numeri in vari sistemi posizionali

77. Completare le uguaglianze come è mostrato nella prima riga:

$154,376 = 1 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 6 \cdot 10^{-3}$

$1235,4876 = \dots$

$104050 = \dots$

$0,00453 = \dots$

78. Completare le uguaglianze come è mostrato nella prima riga:

$2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 10^{-3} = 20560,008$

$5 \cdot 10^3 + 8 + 6 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3} = \dots$

$9 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10 = \dots$

$3 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-4} = \dots$

79. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima colonna:

Numero	Base 2	Base 3	Base 4	Base 5	Base 6	Base 7	Base 8	Base 9	Base 10
100	$2^2=4$								
10	$2^1=2$								
1	$2^0=1$								
0,1	$2^{-1}=\frac{1}{2}=0,5$								
0,01	$2^{-2}=\frac{1}{4}=0,25$								

80. Completare le uguaglianze come è mostrato nella prima riga:

$111_2 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 7$ $0,111_2 = 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = \frac{7}{8}$

$111_3 = \dots$ $0,111_3 = \dots$

$111_4 = \dots$ $0,111_4 = \dots$

$111_5 = \dots$ $0,111_5 = \dots$

$111_6 = \dots$ $0,111_6 = \dots$

$111_7 = \dots$ $0,111_7 = \dots$

$111_8 = \dots$ $0,111_8 = \dots$

$111_9 = \dots$ $0,111_9 = \dots$

81. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga:

Numero dato	Sviluppo secondo le potenze della base	Numero in base 10
$21,12_3$	$2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 + 1 \cdot 3^{-1} + 2 \cdot 3^{-2}$	$\frac{71}{8} = 7,875$
$121,211_3$		
102010_3		
$0,00221_3$		
	$1 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^{-2} + 1 \cdot 3^{-3}$	
	$2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^{-2}$	

82. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga:

Numero dato	Sviluppo secondo le potenze della base	Numero in base 10
$31,32_4$	$3 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 + 2 \cdot 4^{-1} + 3 \cdot 4^{-2}$	$\frac{111}{8} = 13,875$
$321,322_4$		
102030_4		
$0,00312_4$		
	$3 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^{-2} + 2 \cdot 4^{-3}$	
	$3 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^{-2}$	

83. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga:

Numero dato	Sviluppo secondo le potenze della base	Numero in base 10
$43,12_5$	$4 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 + 1 \cdot 5^{-1} + 2 \cdot 5^{-2}$	$\frac{582}{25} = 23,28$
$432,134_5$		
102040_5		
$0,00412_5$		
	$1 \cdot 5^4 + 4 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^{-2} + 4 \cdot 5^{-3}$	
	$4 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^{-2}$	

Riflettere sui sistemi di numerazione in base diversa da 10

84. Spiegare perché la frazione $\frac{1}{6}$ dà luogo a un decimale finito nel sistema di numerazione in base 6; in quale base $\frac{1}{9}$ dà certamente luogo a un decimale finito?
85. Scrivere i seguenti numeri in base 3, completando le uguaglianze assegnate.
- $$4=3+1=1 \cdot 3^1+1 \cdot 3^0=11_3$$
- $$5=3+2=$$
- $$6=2 \cdot 3=$$
- $$7=2 \cdot 3+1=$$
- $$8=2 \cdot 3+2=$$
- $$9=3^2=$$
- $$10=3^2+1=$$
- $$11=3^2+2=$$
- $$12=3^2+3=$$
- $$13=3^2+3+1=$$
- $$26=2 \cdot 3^2+2 \cdot 3+2=$$
- $$27=3^4=$$
86. Scrivere i seguenti numeri in base 5, completando le uguaglianze assegnate.
- $$6=5+1=1 \cdot 5^1+1 \cdot 5^0=11_5$$
- $$7=5+2=$$
- $$8=5+3=$$
- $$9=5+4=$$
- $$10=2 \cdot 5=$$
- $$11=2 \cdot 5+1=$$
- $$12=2 \cdot 5+2=$$
- $$13=2 \cdot 5+3=$$
- $$14=2 \cdot 5+4=$$
- $$15=3 \cdot 5=$$
- $$24=4 \cdot 5+4=$$
- $$25=5^2=$$
87. Determinare qual è il più grande numero di quattro cifre che si può scrivere nelle varie basi, completando lo schema seguente:
- base 2: $1111=1 \cdot 2^3+1 \cdot 2^2+1 \cdot 2^1+1 \cdot 2^0=15$
 - base 3: $2222=$
 - base 4: $3333=$
 - base 5: $4444=$
 - base 6: $5555=$
 - base 7: $6666=$
 - base 8: $7777=$
 - base 9: $8888=$
 - base 10: $9999=$

Il sistema binario

88. Scrivere nel sistema decimale i seguenti numeri scritti nel sistema binario, completando le uguaglianze come è mostrato nel primo esempio.
- $$1000=1 \cdot 2^3+0 \cdot 2^2+0 \cdot 2^1+0 \cdot 2^0=8$$
- $$1001=$$
- $$1010=$$
- $$1100=$$
- $$1110=$$
- $$1111=$$
89. Scrivere nel sistema binario i seguenti numeri scritti nel sistema decimale, completando le uguaglianze come è mostrato nel primo esempio.
- $$3=2+1=11_2$$
- $$4=2^2=$$
- $$5=2^2+1=$$
- $$6=2^2+2=$$
- $$7=2^2+2+1=$$
- $$8=$$
- $$9=$$
- $$10=$$
- $$81=$$
- $$82=$$

90. Completare la seguente tabella, come è mostrato nella prima riga:

Numero binario	Sviluppo secondo le potenze di 2	Numero in base 10
101,01	$1 \cdot 2^2+0 \cdot 2^1+1 \cdot 2^0+0 \cdot 2^{-1}+1 \cdot 2^{-2}$	$\frac{21}{4}=5,25$
1101,101		
0,001		
	$1 \cdot 2^3+1 \cdot 2^{-1}$	
	$1 \cdot 2^4+1 \cdot 2^{-2}$	
		$13=8+4+1$
		$20=16+4$

Eeguire i calcoli nel sistema binario assegnati negli esercizi dal n. 91 al n. 97. Eeguire le corrispondenti operazioni nel sistema decimale, controllando l'esattezza dei risultati.

- | | | | | |
|-----|--------|--------|---------|----------|
| 91. | 10+10 | 10+11 | 10+111 | 10+1111 |
| 92. | 100+10 | 100+11 | 100+111 | 100+1111 |
| 93. | 10·10 | 10·11 | 10·111 | 10·1111 |
| 94. | 100·10 | 100·11 | 100·111 | 100·1111 |

Esercizi

95. $10 \cdot (10+11)$ $10 \cdot 10+11$ $11 \cdot (10+11)$ $11 \cdot 10+11$
96. $11 \cdot (11+11)$ $11 \cdot 11+11$ $11 \cdot (10+10)$ $11 \cdot 10+10$
97. $11+11+11$ $11 \cdot 11 \cdot 11$ $10+10+10$ $10 \cdot 10 \cdot 10$
98. Completare lo schema seguente per determinare il più grande numero binario che si può scrivere con un numero fisso di cifre.
- | | |
|----------|--------------------------------|
| 2 cifre | $11=1 \cdot 2^1+1 \cdot 2^0=3$ |
| 3 cifre | $111=$ |
| 4 cifre | $1111=$ |
| 5 cifre | $11111=$ |
| 6 cifre | |
| 7 cifre | |
| 8 cifre | |
| 16 cifre | |

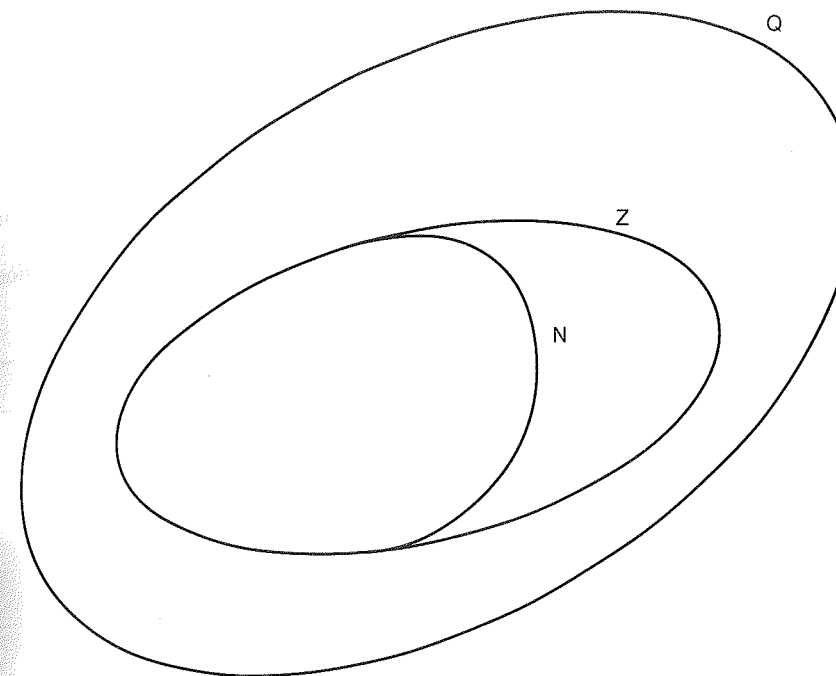
Il sistema esadecimale

99. Scrivere nel sistema decimale i seguenti numeri scritti nel sistema esadecimale, completando le uguaglianze come è mostrato nel primo esempio.
- $AB, C=10 \cdot 16^1+11 \cdot 16^0+12 \cdot 16^{-1}=\frac{687}{4}=171,75$
- $AB0F=$
- $ABF0=$
- $AB, F=$
- $F0, A=$
100. Scrivere nel sistema esadecimale i seguenti numeri scritti nel sistema decimale, completando le uguaglianze come è mostrato nel primo esempio.
- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| $17=16+1=11_{16}$ | $18=16+2=$ |
| $19=16+3=$ | $20=16+4=$ |
| $33=2 \cdot 16+1=$ | $47=2 \cdot 16+15=$ |
| $48=3 \cdot 16+0=$ | $63=3 \cdot 16+15=$ |
| $241=15 \cdot 16+1=$ | $255=15 \cdot 16+15=$ |
101. Completare lo schema seguente per determinare il più grande numero esadecimale che si può scrivere con un dato numero di cifre.
- | | |
|---------|--------------------------------------|
| 2 cifre | $FF=15 \cdot 16^1+15 \cdot 16^0=255$ |
| 3 cifre | $FFF=$ |
| 4 cifre | $FFFF=$ |
| 5 cifre | |

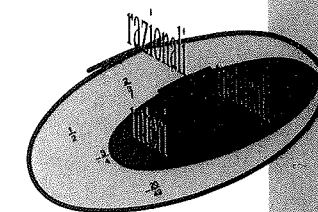
L'insieme dei numeri razionali

1. Esaminare i seguenti numeri e collocarli negli insiemi rappresentati in fig. 1.
- 0 -2 3 $\frac{2}{3}$ $-\frac{12}{4}$ 1,5 -1

Figura 1
Insiemi numerici



2. Determinare gli opposti dei numeri assegnati nel precedente esercizio e collocarli negli insiemi di fig. 1.
3. Esaminare i seguenti numeri e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.
- 1 $-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ 4 $-\frac{3}{4}$ 0,5 -1
4. Determinare i reciproci dei numeri assegnati nell'esercizio precedente e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.
5. Collocare in uno schema come quello di fig. 1 i seguenti numeri:
- tre numeri naturali;
 - tre numeri interi, ma non naturali;
 - tre numeri razionali, ma non interi.
6. Spiegare perché *non è possibile* trovare i seguenti numeri:
- un numero naturale, ma non intero;
 - un numero naturale, ma non razionale;
 - un numero intero, ma non razionale.
7. Collocare in uno schema come quello di fig. 1 i numeri ottenuti eseguendo le operazioni seguenti:
- 35-5 5-35 48:8 -40:(-8) 8:40 8:(-40) 0:2



3