

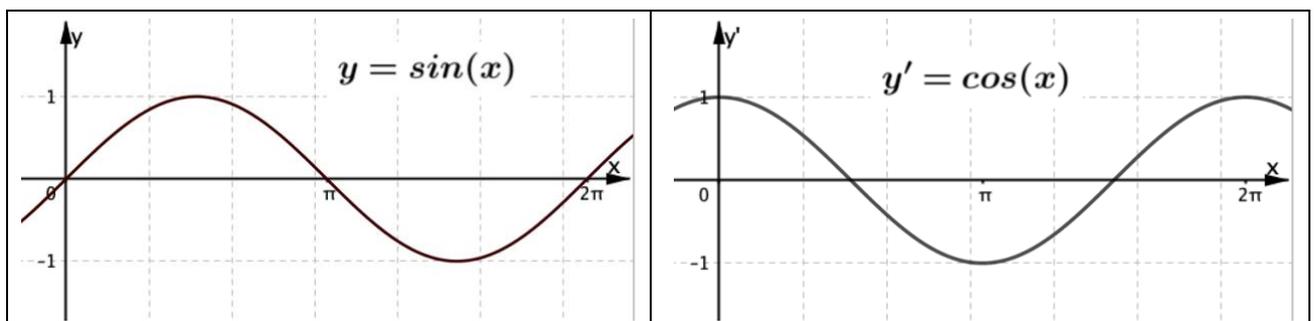
Derivate di funzioni elementari. Esercizi

1. Completa la tabella seguente

Funzione	Derivata	Ascissa a	Derivata nel punto di ascissa a
$y = 2\pi$		$a = -1$	
$y = x^4$		$a = -2$	
$y = \cos(\pi)$		$a = 2\pi$	
$y = \sin(x)$		$a = \pi$	
$y = \cos(x)$		$a = 0$	
$y = e^x$		$a = 3$	
$y = \ln(x)$		$a = e$	

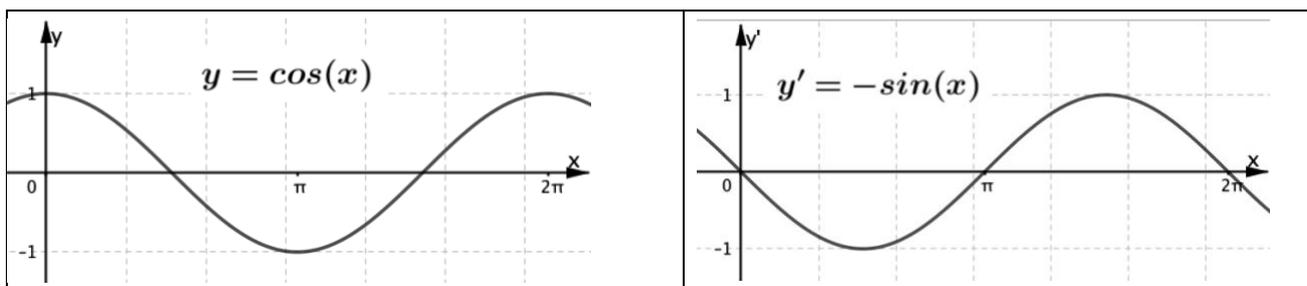
2. Qui sotto sono disegnati i grafici di $y = \sin(x)$ e della sua derivata $y' = \cos(x)$; rispondi ai quesiti seguenti:

- a. Il punto **A** della senoide ha ascissa π ; completa le seguenti frasi:
 - L'ordinata del punto **A** è data da
 - La pendenza m_A della tangente t_A alla senoide in **A** è $m_A = \dots\dots\dots$
- b. traccia il grafico della retta t_A .
- c. Il punto **B** della senoide ha ascissa $\frac{\pi}{3}$; completa le seguenti frasi:
 - L'ordinata del punto **B** è data da
 - la pendenza m_B della tangente t_B alla senoide in **B** è $m_B = \dots\dots\dots$
- d. traccia il grafico della retta t_B .
- e. indica sulla senoide i punti che hanno la tangente parallela alla retta $y = x + 4$.
- f. Come puoi individuare sulla senoide punti che hanno le tangenti fra loro parallele?



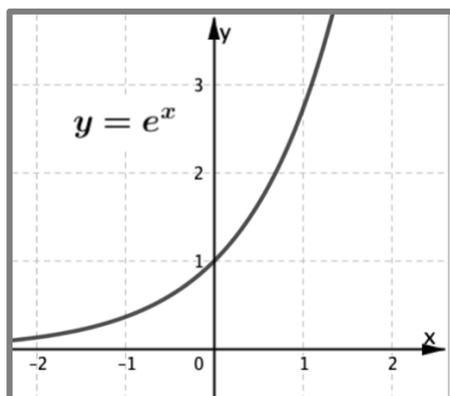
3. Qui sotto sono disegnati i grafici di $y = \cos(x)$ e della sua derivata $y' = -\sin(x)$; rispondi ai seguenti quesiti:

- a. Il punto **A** della cosinusoide ha ascissa π ; completa le frasi qui sotto e rispondi ai quesiti seguenti:
 - L'ordinata del punto **A** è data da
 - La pendenza m_A della tangente t_A alla cosinusoide in **A** è $m_A = \dots$
- b. traccia il grafico della retta t_A .
- c. Il punto **B** della cosinusoide ha ascissa $\frac{\pi}{6}$ e completa le seguenti frasi:
 - L'ordinata del punto **B** è data da
 - la pendenza m_B della tangente t_B alla cosinusoide in **B** è $m_B = \dots$
- d. traccia il grafico della retta t_B .
- e. indica sulla sinusoide i punti che hanno la tangente parallela alla retta $y = x + 4$.
- f. Come puoi individuare sulla sinusoide punti che hanno le tangenti fra loro parallele?



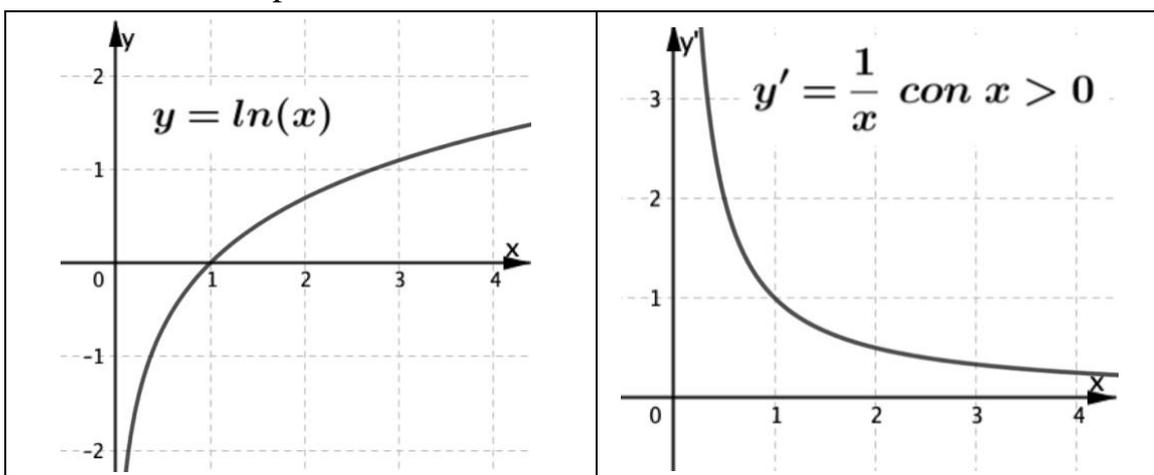
4. Qui sotto è disegnato il grafico di $y = e^x$, che ha per derivata $y' = e^x$. Completa le frasi e rispondi ai quesiti seguenti:

- a. Il punto **A** della curva esponenziale ha ascissa 0; completa le seguenti frasi:
 - L'ordinata del punto **A** è data da
 - La pendenza m_A della tangente t_A alla curva in **A** è $m_A = \dots$
- b. traccia il grafico della retta t_A .
- c. Puoi trovare sulla curva esponenziale punti con la tangente parallela all'asse delle x ?
- d. Motiva la tua risposta.



5. Qui sotto sono disegnati i grafici di $y = \ln(x)$ e della sua derivata $y' = \frac{1}{x}$; completa le frasi e rispondi ai quesiti seguenti:

- Il punto A della curva logaritmica ha ascissa 2; completa le seguenti frasi:
 - L'ordinata del punto A è data da
 - La pendenza m_A della tangente t_A alla curva in A è $m_A = \dots\dots\dots$
- traccia il grafico della retta t_A .
- Puoi trovare sulla curva logaritmica punti con la tangente parallela alla retta d'equazione $y = -3x + 1$?
- Motiva la tua risposta.



Ricorda le formule di prostaferesi richiamate qui sotto e risolvi gli esercizi seguenti

$$\sin p - \sin q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

6. Calcola la derivata di $y = \sin(x)$ applicando le formule di prostaferesi.

(Si ottiene

$$\sin(x+h) - \sin x = 2 \cos\left(x + \frac{h}{2}\right) \sin \frac{h}{2}$$

e quindi

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{2}{h} \cos\left(x + \frac{h}{2}\right) \sin \frac{h}{2} = \cos\left(x + \frac{h}{2}\right) \frac{\sin \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

Per semplificare i calcoli, si può introdurre la variabile

$$z = \frac{h}{2}$$

tenendo presente che, se $h \rightarrow 0$, anche $z \rightarrow 0$. Così si calcola subito

$$\lim_{z \rightarrow 0} \cos(x+z) \cdot \frac{\sin z}{z} = \cos x.$$

7. Calcola la derivata di $y = \cos(x)$ applicando le formule di prostaferesi