

Grafico di una retta

Equazioni che descrivono rette

Riprendo una conclusione della lezione precedente

L'equazione di una retta si scrive in una delle forme seguenti:

$$x = k \quad \text{oppure} \quad y = mx + q$$

Esempi di equazioni che descrivono rette

Del tipo $x = k$

$$x = 2$$

$$x = 0$$

$$x = -3$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$x = -\frac{3}{4}$$

$$x = \sqrt{5}$$

Del tipo $y = mx + q$

$$y = 2x + 3$$

$$y = -4x$$

$$y = -x$$

$$y = -5$$

$$y = 0$$

$$y = x - 1$$

$$y = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{2}$$

$$y = -2x + \pi$$

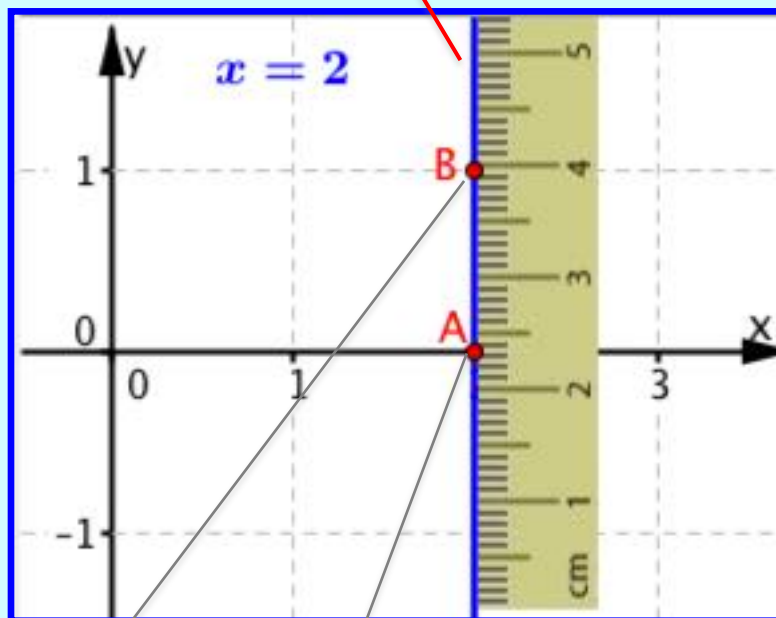
Tracciare il grafico a partire dall'equazione

Primo esempio

Equazione
 $x = 2$

Un punto $P(x, y)$
percorre la retta solo se
la sua ascissa x vale 2

Per due punti passa
una sola retta



A e **B** sono due punti
che hanno ascissa 2

Significato dell'equazione di una retta

Secondo esempio

La retta r ha equazione $y = 2x + 3$

Le variabili x e y permettono di ottenere le coordinate di tutti i punti che compongono una retta.

Posso trovare tanti punti della retta

x	$y = 2x + 3$	Punti della retta
-2	$2 \cdot (-2) + 3 = -1$	A(-2, -1)
-1	$2 \cdot (-1) + 3 = 1$	B(-1, 1)
0	$2 \cdot 0 + 3 = 3$	C(0, 3)
$\frac{1}{2}$	$2 \cdot \frac{1}{2} + 3 = 4$	D($\frac{1}{2}$, 4)
1	$2 \cdot 1 + 3 = 5$	E(1, 5)
.....		

Ma ricorda: bastano due punti per disegnare una retta.

Un procedimento per tracciare il grafico di una retta a partire da un'equazione del tipo $y = mx + q$

- Con l'aiuto di una tabella determino **due** punti A e B con le coordinate legate dall'equazione.
- Indico i punti A e B sul piano cartesiano.
- Con l'aiuto di un righello disegno la retta che passa per A e per B.

Esempio

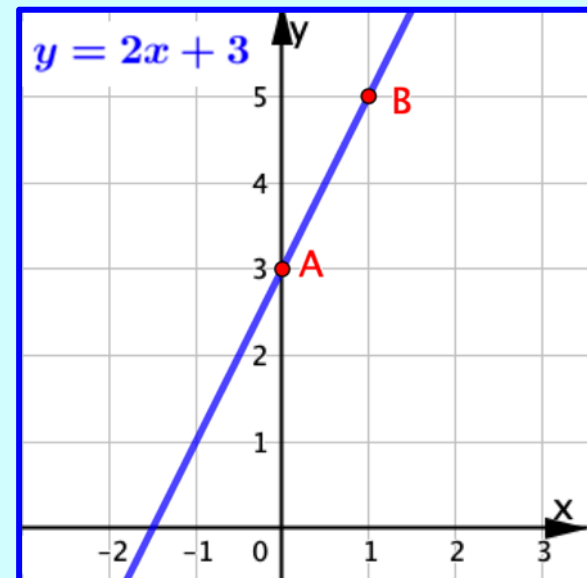
Equazione

$$y = 2x + 3$$

Tabella

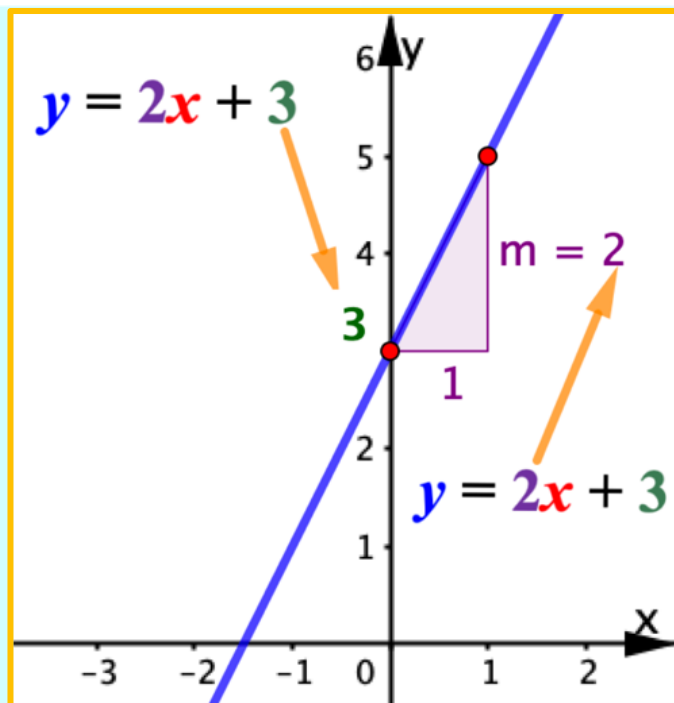
x	$y = 2x + 3$	Punti
0	$2 \cdot 0 + 3 = 3$	A(0, 3)
1	$2 \cdot 1 + 3 = 5$	B(1, 5)

Grafico



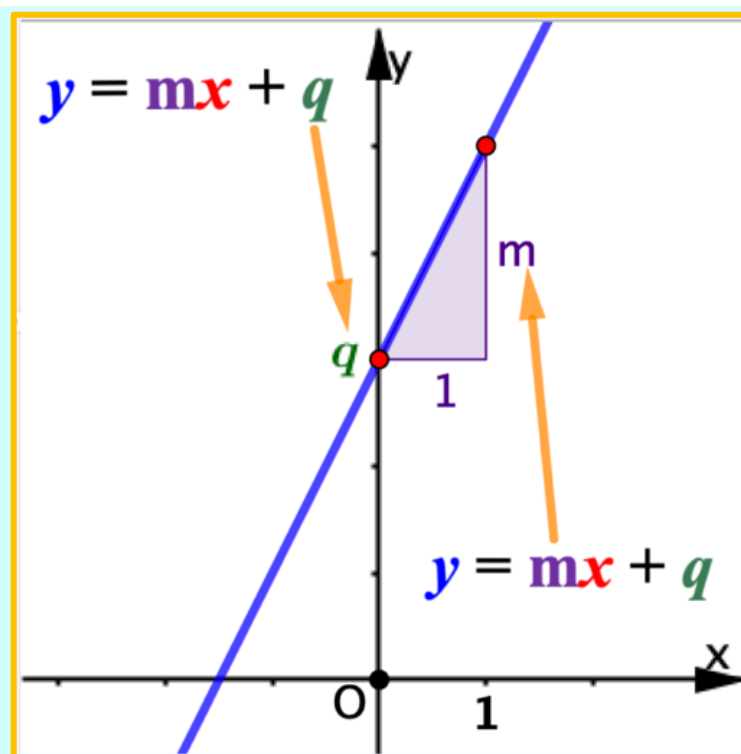
Significato grafico delle lettere m e q in un'equazione del tipo $y = mx + q$

x	$y = 2x + 3$	Punto
0	$2 \cdot 0 + 3 = 3$	$A(0, 3)$



Daniela Valenti, 2020

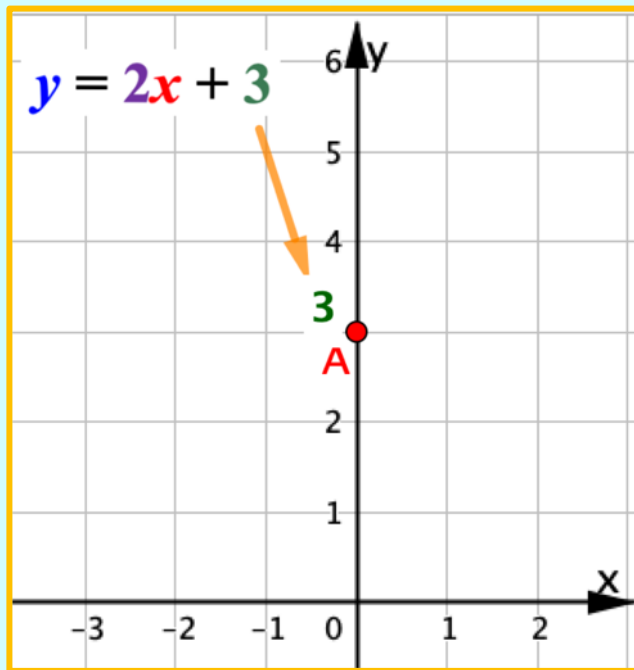
x	$y = mx + q$	Punto
0	$m \cdot 0 + q = q$	$A(0, q)$



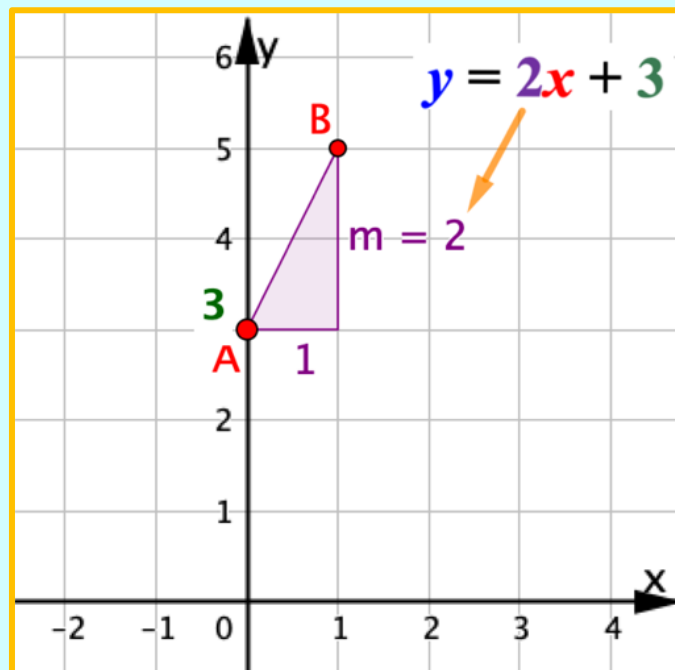
Un altro procedimento per tracciare il grafico di un'equazione del tipo $y = mx + q$

Per tracciare il grafico di $y = 2x + 3$

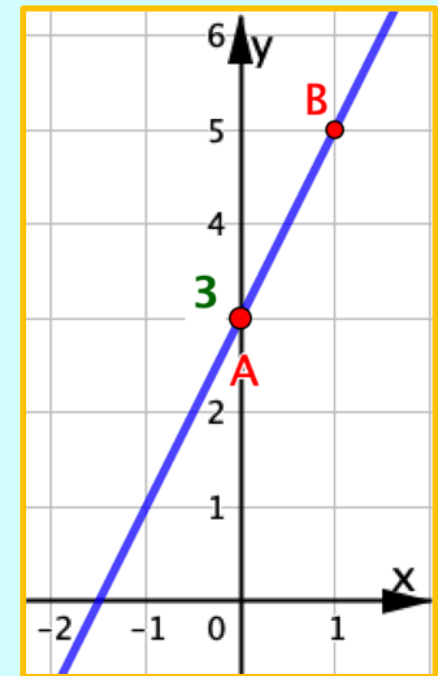
Invece di compilare la tabella



Indico $A(0, 3)$ sull'asse y



Traccio il segmento AB con pendenza 2



Traccio il grafico della retta

Attività

Completa la scheda di lavoro per consolidare quello che hai imparato

Che cosa hai ottenuto

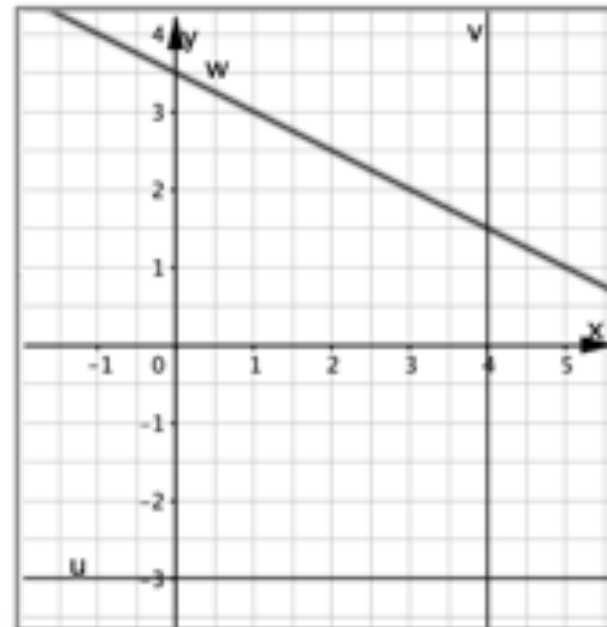
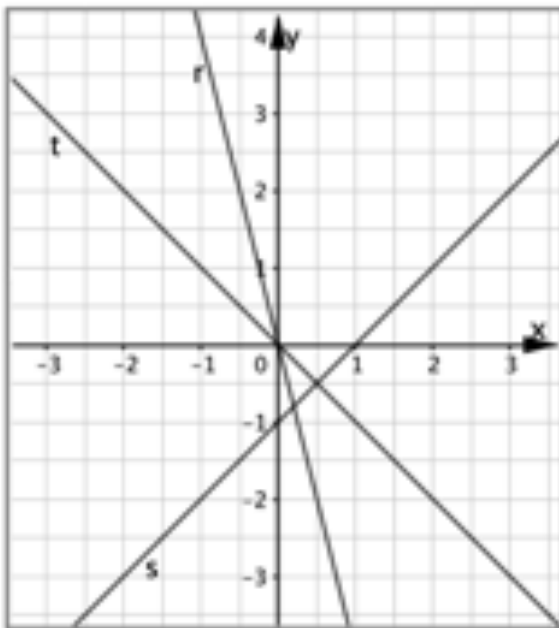
Quesito 1

Equazione	È del tipo $y = mx + q$?	m	q	È del tipo $x = k$?	k
a) $y = -x$	Sì $y = (-1) \cdot x + 0$	-1	0	No	
b) $x = 4$	NO			Sì	4
c) $y = -4x$	Sì $y = (-4) \cdot x + 0$	-4	0	No	
d) $y = -3$	Sì	0	-3	No	
e) $y = -2x^2 + 1$	NO			NO	
f) $y = x - 1$	Sì	1	-1	No	
g) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$	Sì	$-\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$	No	
h) $y = \frac{1}{x}$	NO			NO	

Quesito 2

2. Associa ad ogni equazione di retta il corrispondente grafico, scelto fra quelli delle figure qui sotto. Scrivi 'No' sotto le equazioni che **non** hanno per grafico una retta.

Equazione	a. $y = -x$	b. $x = 4$	c. $y = -4x$	d. $y = -3$	e	f. $y = x - 1$	g. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$	h
Grafico	t	v	r	u	NO	s	w	NO



x e **y** in geometria analitica

Nell'equazione di una data retta compaiono solo due lettere: **x** e **y**.

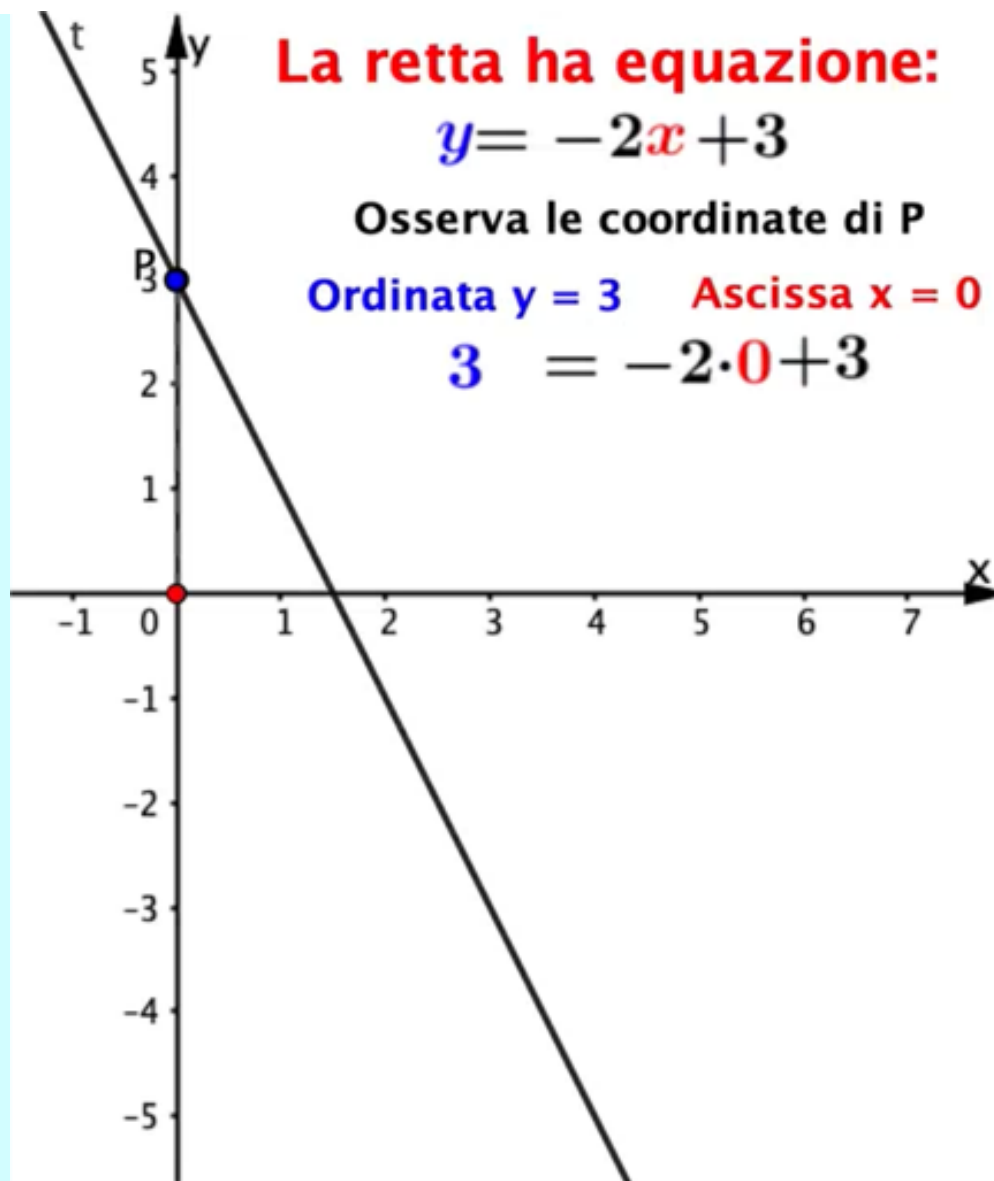
Ad esempio, trovo **x** e **y** nell'equazione

$$\mathbf{y} = -2\mathbf{x} + 3$$

Qual è il significato di **x** e **y**?

Lo ricorda il video seguente

Video: **x** e **y** in geometria analitica

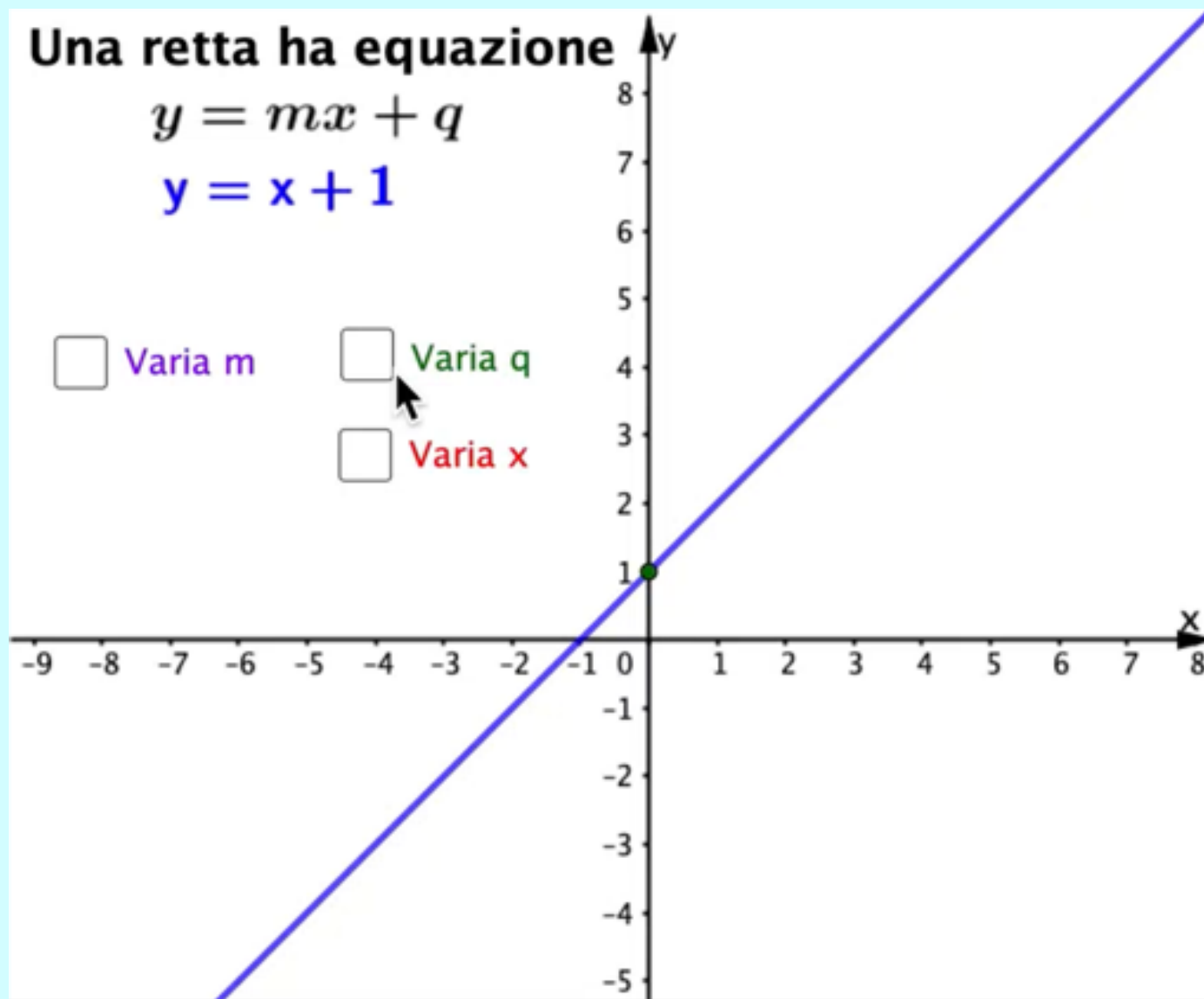


m ed n nell'equazione di una retta

Il video ha ricordato che **x** e **y** sono le coordinate **variabili** di un punto P che percorre la retta d'equazione $y = -2x + 3$

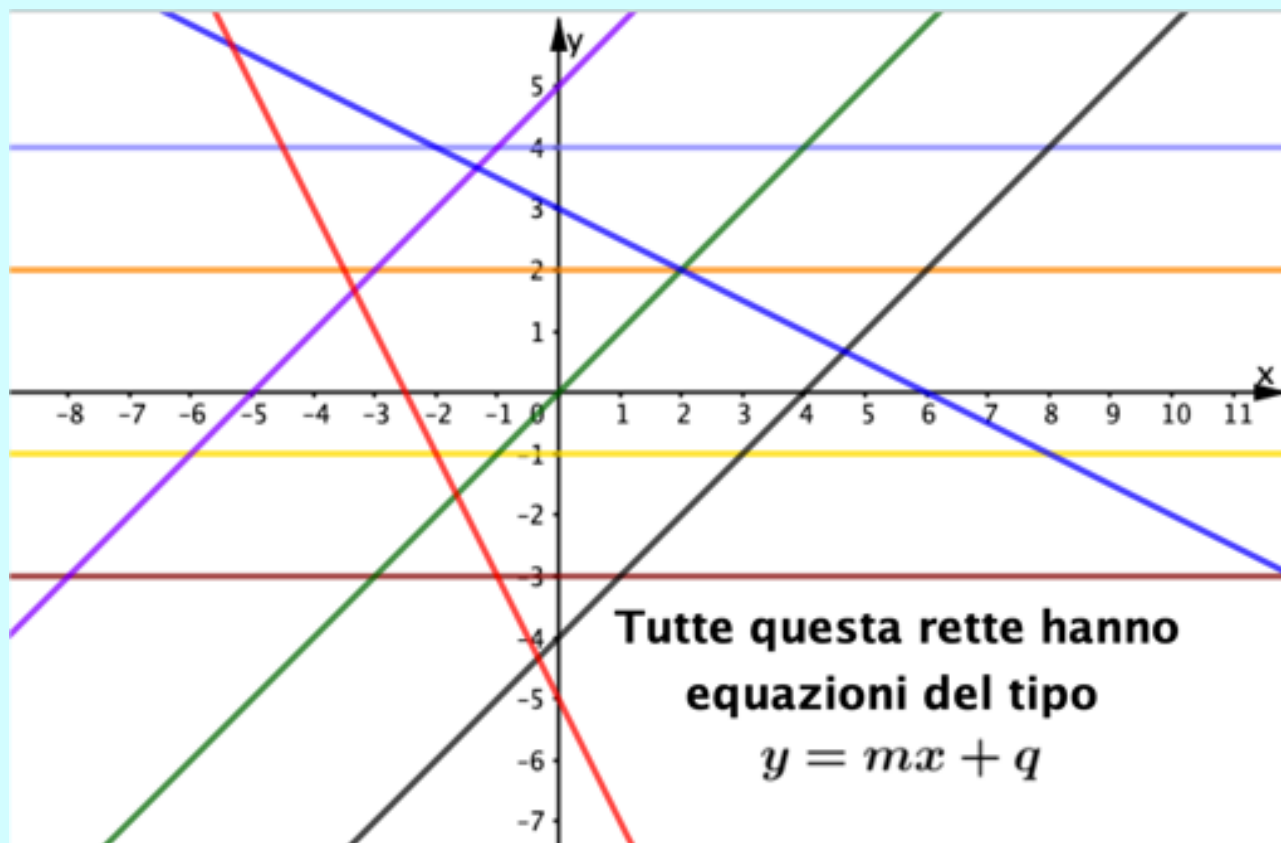
Ma, che cosa penso, quando dico che l'equazione di una retta è *del tipo* $y = mx + q$?
Il video seguente aiuta a trovare una risposta.

Video: m ed n nell'equazione di una retta



m ed n nell'equazione di una retta

L'equazione $y = mx + q$ è uno strumento notevole: racchiude in sé equazioni e tabelle di tante rette del piano.



Rette che NON hanno equazione $y = mx + q$

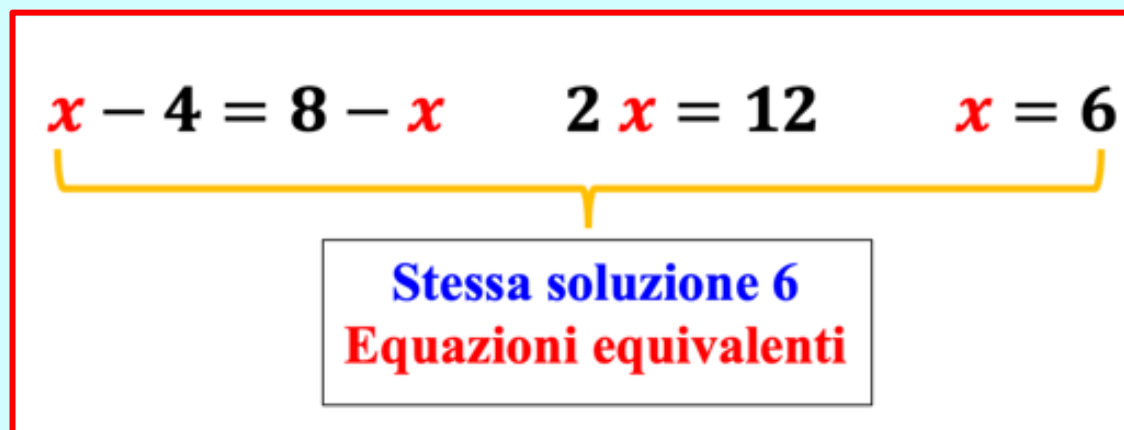
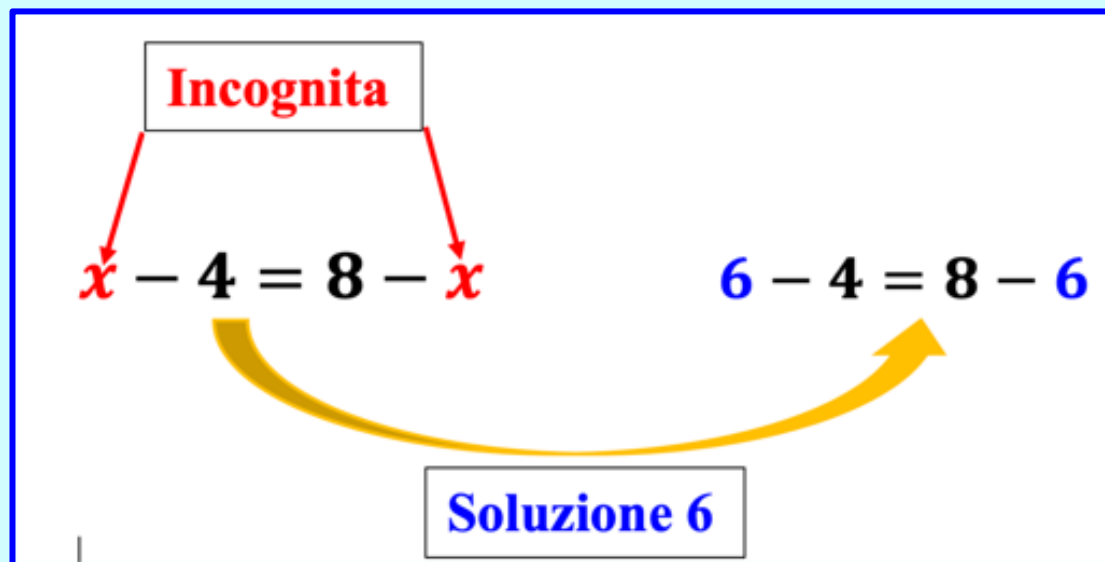
Però l'equazione $y = mx + q$ 'lascia fuori' le rette parallele all'asse y .



Per superare questo 'difetto', bisogna ricordare qualcosa sulle equazioni.

Equazioni in algebra

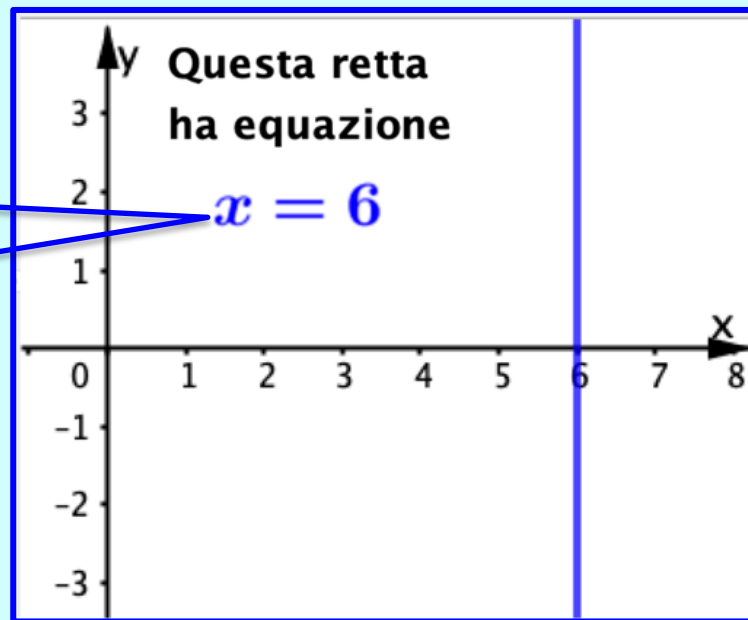
Hai incontrato in algebra le prime *equazioni*.



Equazioni in geometria analitica

Hai incontrato in geometria analitica
Equazione di una retta

Tutti i punti
della retta
hanno l'ascissa
 x che vale 6



La stessa formula può avere un significato diverso in geometria analitica e in algebra

Una parola con più significati

Anche nel linguaggio comune trovo spesso una parola che ha più significati. Un esempio.

*Oggi è il compleanno di papà che è appassionato di cucina: gli abbiamo regalato una **batteria** di pentole.*



*Poi è arrivata mamma disperata: si era scaricata la **batteria** del suo telefonino. Aspettava una chiamata importante e ha preso il cellulare di mio fratello Carlo.*



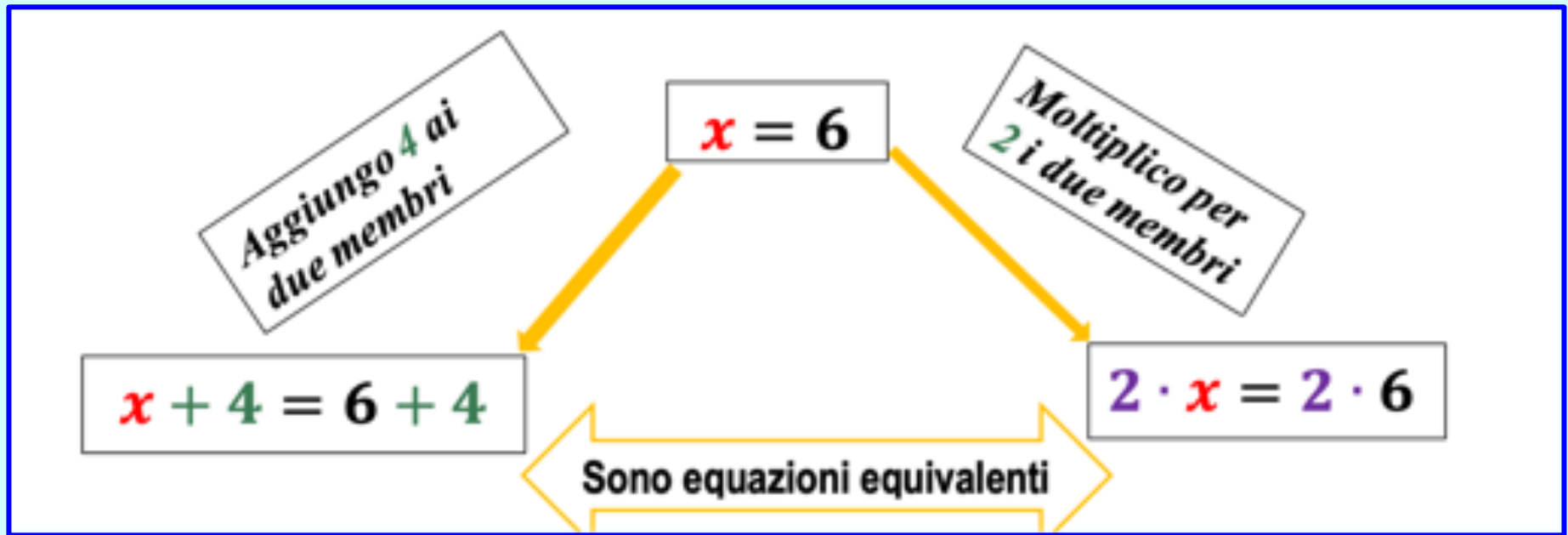
*Carlo non si è accorto di niente, perché stava suonando la **batteria**!*



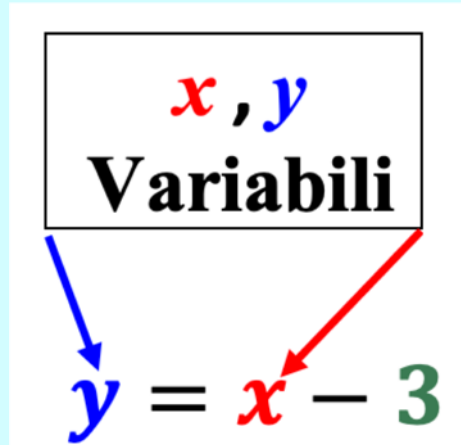
Ricavo il significato di una parola dalla situazione e dal resto del discorso, nel linguaggio comune e anche in matematica.

Ottenere equazioni equivalenti

Anche in geometria analitica, posso applicare i principi di equivalenza, scoperti in algebra. Richiamo qui sotto i principi con un esempio.



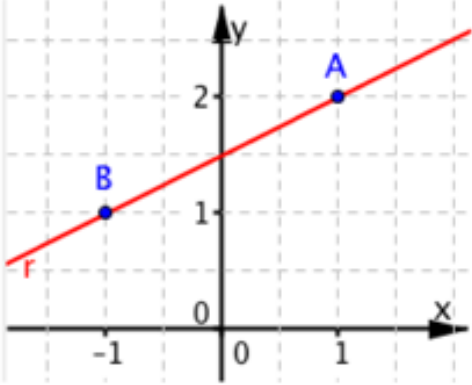
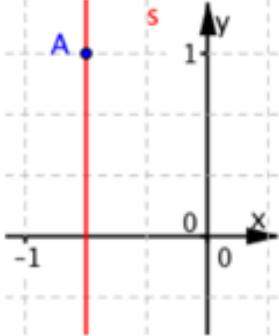
Altre equazioni in geometria analitica



x	$y = x - 3$
-1	-4
0	-3
1	-2
2	-1
$\dots$	$\dots$

$(-1, -4)$, $(0, -3)$, ...
Infinite coppie di
numeri soluzioni
dell'equazione.

Scrivere equazioni di una retta

Grafico della retta	Equazione	Equazioni equivalenti
	$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$	$2y = x + 3$ $x - 2y + 3 = 0$
	$x = -\frac{2}{3}$	$3x = -2$ $3x + 2 = 0$

Equazioni del tipo
 $ax + by + c = 0$

Equazione della retta in forma implicita

Una conclusione di carattere generale

Si può sempre scrivere l'equazione di una retta nella seguente forma

$$ax + by + c = 0$$

che prende il nome di *equazione della retta in forma implicita*.

Equazione $ax + by + c = 0$

Casi particolari

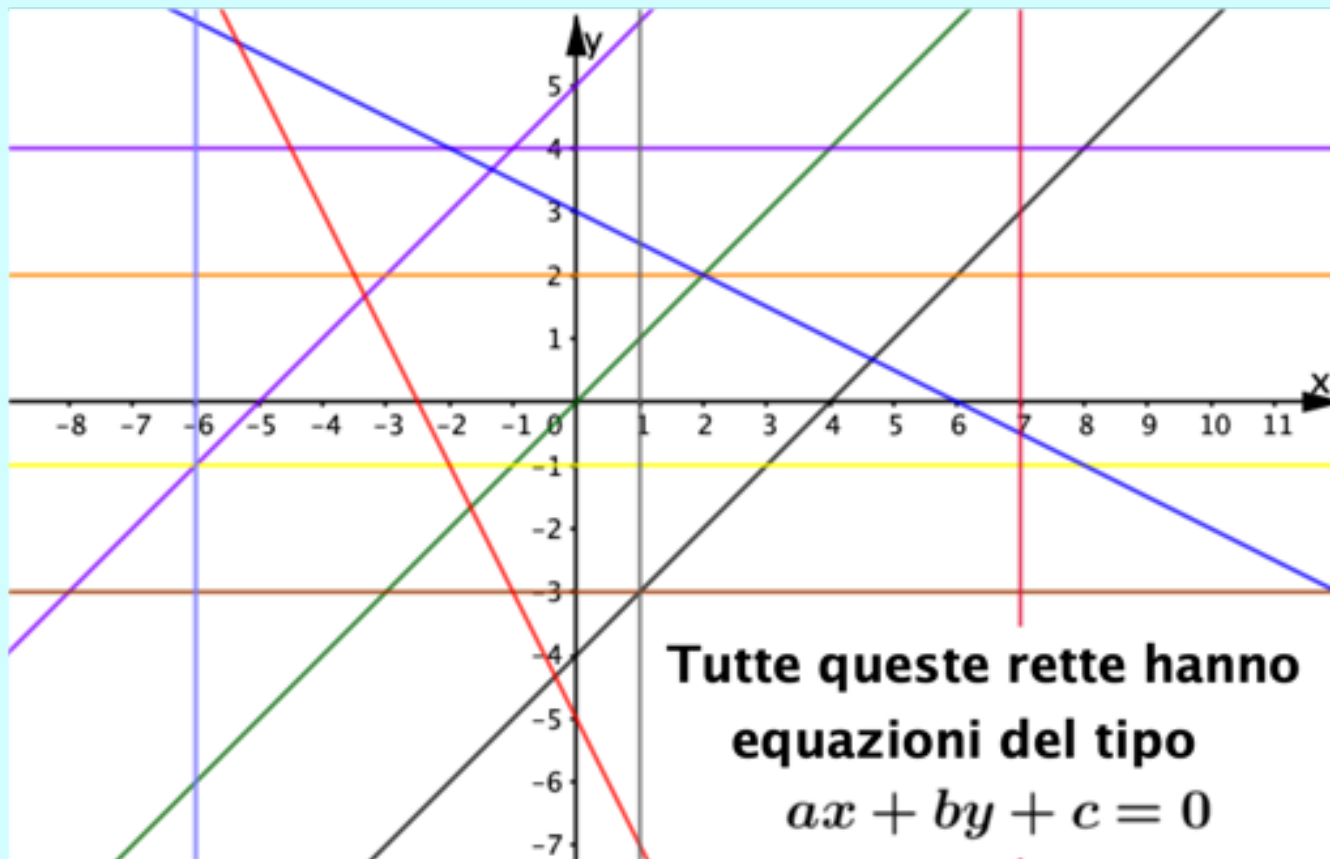
Casi particolari	Esempi
$b \neq 0$ <i>Posso esplicitare y</i>	$3x - 4y - 2 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ $3y + 5 = 0 \Rightarrow y = -\frac{5}{3}$ $8y = 0 \Rightarrow y = 0$
$b = 0 \text{ e } a \neq 0$ <i>Posso esplicitare x</i>	$4x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$ $6x = 0 \Rightarrow x = 0$
$a = b = 0 \text{ e } c \neq 0$ <i>Uguaglianza sempre falsa</i>	$3 = 0$
$a = b = c = 0$ <i>Uguaglianza sempre vera</i>	$0 = 0$

Equazioni del tipo
 $y = mx + q$
forma esplicita

Equazioni del tipo
 $x = k$

L'equazione $ax + by + c = 0$

L'equazione $ax + by + c = 0$ è ora uno strumento completo: racchiude in sé equazioni e tabelle di tutte le rette del piano.



Caratteristiche delle equazioni di una retta

$$y = -\frac{3}{5}x + \sqrt{2} \quad y = 2x \quad y = 0 \quad x = -\sqrt{5} \quad x = 0 \quad 2x - 3y + \sqrt{3} = 0$$

Sono tutte equazioni di I grado: sono somme di monomi con le lettere x e y che compaiono al massimo al I grado.

Proprio perché rappresentano rette, le equazioni di I grado prendono anche il nome di **equazioni lineari**.

Le lettere x e y indicano nel piano cartesiano le coordinate variabili di un punto P che percorre la retta.

Riprendiamo gli ultimi quesiti della scheda

Quesito 3

3. Quali equazioni **non** hanno per grafico una retta?

e. $y = -2x^2 + 1$ h. $y = \frac{1}{x}$

Motiva la scelta.

Perché non sono del tipo $y = mx + q$ e neppure del tipo $x = k$.

Risposta più sintetica: perché **non** sono equazioni lineari

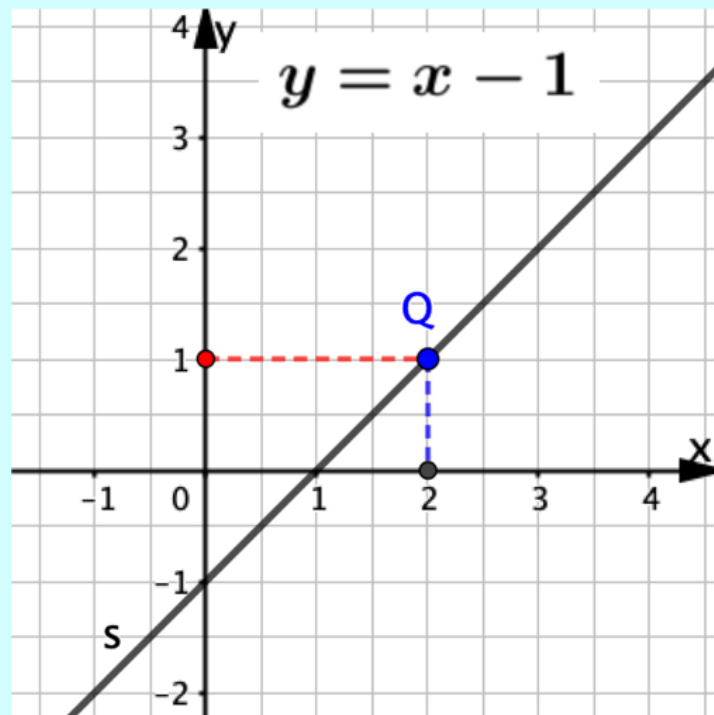
Particolare attenzione all'equazione h.

$y = \frac{1}{x}$ è equivalente a $xy = 1$, cioè $x^1 \cdot y^1 = 1$, che è di 2° grado

Quesito 4

4. Spiega perché la retta s non passa per il punto $P(2, \frac{3}{2})$

- **Risposta grafica.** Il grafico mostra che la retta s passa per $Q(2, 1)$.
- **Risposta algebrica.** La retta s ha equazione $y = x - 1$ e, se sostituisco le coordinate di P nell'equazione, ottengo **l'uguaglianza falsa** $\frac{3}{2} = 2 - 1$.



Quesito 5

5. Modifica solo la pendenza della retta s in modo da far passare la retta per $P\left(2, \frac{3}{2}\right)$.

- Indico con m la pendenza da trovare, così l'equazione della retta è: $y = mx - 1$
- Sostituisco le coordinate P nell'equazione e ottengo:

$$\frac{3}{2} = m \cdot 2 - 1$$

Ho scritto un'equazione di 1° grado con l'incognita m .

- Risolvo l'equazione e ottengo:

$$\frac{3}{2} + 1 = m \cdot 2 \quad \text{da cui} \quad \frac{5}{2} = m \cdot 2 \quad \text{e infine} \quad \frac{5}{4} = m$$

La retta richiesta ha equazione:

$$y = \frac{5}{4}x - 1$$

Il problema coinvolge algebra e geometria analitica.