

Esercizi tratti dai testi

E.Castelnuovo, C. Gori Giorgi, D. Valenti

Matematica oggi 1

Matematica nella realtà

Equazione di una retta parallela ad uno degli assi cartesiani

Equazione di una retta parallela all'asse delle y

Disegnare sul piano cartesiano le rette parallele all'asse delle y assegnate negli esercizi dal n. 31 al n. 34 e scriverne l'equazione.

31. (a), che passa per A(2; 3) (b), che passa per B(-2; 3)
32. (c), che passa per C(4; 0) (d), che passa per D(-4; 0)
33. (e), che passa per E $(\frac{3}{4}; 1)$ (f), che passa per F $(-\frac{3}{4}; 1)$
34. (r), che passa per R $(\frac{4}{3}; 0)$ (s), che passa per S $(-\frac{4}{3}; 0)$

Equazione di una retta parallela all'asse delle x

Disegnare sul piano cartesiano le rette parallele all'asse delle x assegnate negli esercizi dal n. 35 al n. 38 e scriverne l'equazione.

35. (a), che passa per A(2; 3) (b), che passa per B(2; -3)
36. (c), che passa per C(0; 4) (d), che passa per D(0; -4)
37. (e), che passa per E $(1; \frac{3}{4})$ (f), che passa per F $(1; -\frac{3}{4})$
38. (r), che passa per R $(0; \frac{4}{3})$ (s), che passa per S $(0; -\frac{4}{3})$

Riflettere sull'equazione di rette parallele ad uno degli assi cartesiani

39. Scegliere fra i seguenti punti quelli che appartengono alla retta r d'equazione $x=-1$, motivando la scelta.

A(-1; 3) B(4; -1) C(-1; -1) D(1; 4)

Modificare le coordinate dei punti che non appartengono alla retta, in modo da ottenere punti che vi appartengano.

(I punti della retta debbono avere tutti l'ascissa che vale -1; ...)

40. Ripetere l'esercizio precedente a partire dalla retta s d'equazione $y=-2$ e dai punti seguenti:

A(-2; 3) B(3; -2) C(0; -2) D(-2; 0)

(I punti della retta debbono avere tutti l'ordinata che vale -2; ...)

41. Spiegare perché le seguenti frasi sono sbagliate e correggerne gli errori.

- «Il punto 0 si trova sulle x »;
- «Il punto A si trova sull'ordinata, perciò vale 0»;
- «L'ascissa ha equazione 0»;
- «L'asse delle x è uguale a 0».

42. Spiegare perché le seguenti frasi sono sbagliate e correggerne gli errori.

- «Il punto A vale 1 e si trova sulle ascisse»;
- «Disegno sull'ordinata il punto 2»;
- «La retta $x=1$ e $y=2$ »;

43. Completare le frasi seguenti:
 - «L'asse delle ha equazione $x=0$, perché tutti i suoi hanno»;
 - «L'asse delle x ha equazione, perché tutti i suoi hanno».
44. Completare le frasi seguenti:
 - «Il punto $A(-3; 2)$ si trova sulla retta d'equazione $x=.....$, dato che vale -3 »;
 - «Il punto $A(.....;)$ non si trova sulla retta d'equazione $y=4$, dato che non vale».
45. Spiegare perché nel piano cartesiano non c'è un solo punto con l'ascissa che vale 3.
46. Spiegare perché nel piano cartesiano non c'è un solo punto con l'ordinata che vale 3.
47. Spiegare perché nel piano cartesiano c'è un solo punto che ha l'ascissa e l'ordinata che valgono 3.
48. Spiegare perché occorrono due coordinate per fissare un punto sul piano cartesiano.

Problemi di geometria sul piano cartesiano

49. Disegnare il rettangolo ABCD, che ha i vertici seguenti:
 $A(6; 2)$ $B(6; 4)$ $C(0; 4)$ $D(0; 2)$
 Scrivere le equazioni delle seguenti rette:
 a. le rette su cui si trovano i lati del rettangolo;
 b. gli assi mediani del rettangolo.
50. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal rettangolo ABCD, che ha i vertici seguenti:
 $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ $B(1; 0)$ $C\left(1; \frac{3}{2}\right)$ $D\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$
51. Il rettangolo OABC ha tre vertici che sono i punti seguenti:
 $O(0; 0)$ $A(4; 0)$ $B(4; 6)$
 Determinare il quarto vertice del rettangolo e scrivere le equazioni delle seguenti rette:
 a. le rette su cui si trovano i lati del rettangolo;
 b. gli assi mediani del rettangolo.
52. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal rettangolo che ha i vertici seguenti:
 $O(0; 0)$ $A\left(0; -\frac{2}{3}\right)$ $B\left(1; -\frac{2}{3}\right)$
53. Il quadrato OABC ha due vertici che sono i punti seguenti:
 $O(0; 0)$ $A(-8; 0)$
 Determinare gli altri due vertici del quadrato e scrivere le equazioni delle seguenti rette:
 a. le rette su cui si trovano i lati del quadrato;
 b. gli assi mediani del rettangolo.
54. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal quadrato OABC che ha i vertici seguenti:
 $O(0; 0)$ $A\left(0; \frac{3}{4}\right)$

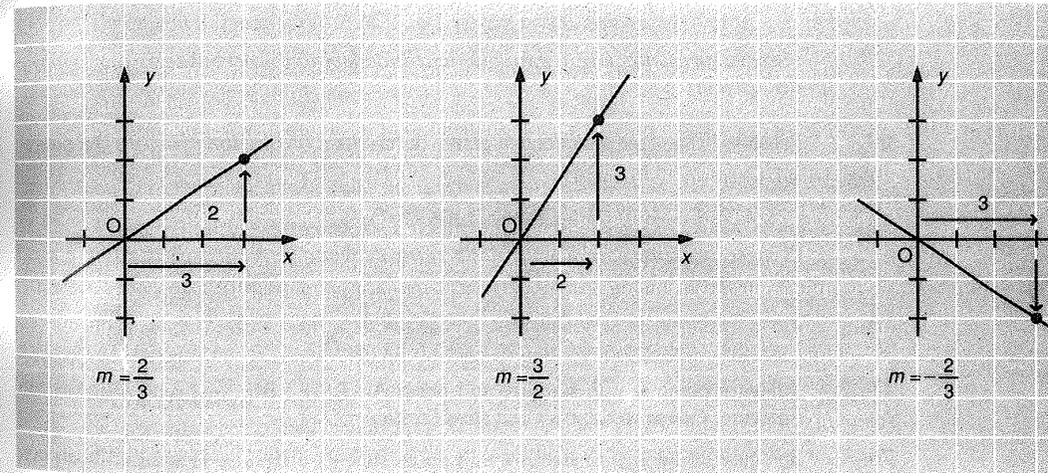
Equazione di una retta che passa per l'origine

Pendenza ed equazione di una retta che passa per $O(0; 0)$

Disegnare sul piano cartesiano le rette passanti per l'origine e per il punto assegnato negli esercizi dal n. 55 al n. 60; determinare la pendenza e l'equazione di ogni retta.

55. (a), che passa per $A(1; 1)$ (b), che passa per $B(-1; 1)$
 56. (c), che passa per $C(1; 3)$ (d), che passa per $D(-1; 3)$
 57. (e), che passa per $E(3; 1)$ (f), che passa per $F(3; -1)$
 58. (h), che passa per $H(3; 2)$ (k), che passa per $K(-3; 2)$
 59. (p), che passa per $P\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ (q), che passa per $Q\left(-\frac{3}{4}; 1\right)$
 60. (r), che passa per $R\left(1; \frac{4}{3}\right)$ (s), che passa per $S\left(1; -\frac{4}{3}\right)$
61. In fig. 5 sono disegnate 3 rette che passano per l'origine ed hanno la pendenza indicata nella figura; scrivere le equazioni delle tre rette.

Figura 5
 Disegnare rette passanti per O di pendenza data



Seguendo le indicazioni della fig. 5, disegnare le rette che passano per O ed hanno la pendenza assegnata negli esercizi dal n. 62 al n. 67; determinare l'equazione di ogni retta.

62. $m=1$ $m'=-1$ 63. $m=3$ $m'=-3$
 64. $m=\frac{1}{3}$ $m'=-\frac{1}{3}$ 65. $m=\frac{3}{4}$ $m'=-\frac{3}{4}$
 66. $m=\frac{4}{3}$ $m'=-\frac{4}{3}$ 67. $m=10$ $m'=-10$

Riflettere sull'equazione di rette passanti per l'origine

68. Determinare la pendenza delle rette che hanno le equazioni seguenti:
 $y=5x$ $y=5$ $y=\frac{1}{5}x$ $y=\frac{1}{5}$ $y=-x$
69. Determinare la pendenza delle rette che hanno le equazioni seguenti:
 $y=-5x$ $y=-5$ $y=-\frac{1}{5}x$ $y=-\frac{1}{5}$ $y=-x$
70. Scegliere fra i seguenti punti quelli che appartengono alla retta a d'equazione $y=x$, motivando la scelta.
 $A(-1; 1)$ $B(-1; -1)$ $C(2; 1)$ $D(-1; -2)$
 Modificare le coordinate dei punti che non appartengono alla retta, in modo da ottenere punti che vi appartengono.
 (Tenere presente che i punti della retta debbono avere le due coordinate uguali fra loro)
71. Ripetere l'esercizio precedente a partire dalla retta b d'equazione $y=2x$ e dai punti seguenti:
 $A(2; 1)$ $B(1; 2)$ $C(-1; -2)$ $D(-2; 4)$
 (Tenere presente che i punti della retta debbono avere l'ordinata doppia dell'ascissa)
72. Ripetere l'esercizio precedente a partire dalla retta c d'equazione $y=-x$ e dai punti seguenti:
 $A(1; -1)$ $B(-2; -2)$ $C(2; 2)$ $D(-3; 4)$
 (Tenere presente che i punti della retta debbono avere l'ordinata opposta dell'ascissa)
73. Ripetere l'esercizio precedente a partire dalla retta d d'equazione $y=\frac{1}{2}x$ e dai punti seguenti:
 $A(2; 1)$ $B(1; 2)$ $C(-2; -1)$ $D(-2; 1)$
 (Tenere presente che i punti della retta debbono avere l'ordinata che è metà dell'ascissa)
74. Spiegare come si può stabilire se i punti $A(3; 4)$ e $B(6; 8)$ sono allineati con l'origine, cioè si trovano su una stessa retta per O .
75. Spiegare come si può stabilire se i punti $A(-3; 4)$ e $B(6; -8)$ sono allineati con l'origine, cioè si trovano su una stessa retta per O .
76. Spiegare come si può stabilire se i punti $A(5; 4)$ e $B(-5; -4)$ sono allineati con l'origine, cioè si trovano su una stessa retta per O .
77. Spiegare come si può stabilire se i punti $A(5; -4)$ e $B(-5; -4)$ sono allineati con l'origine, cioè si trovano su una stessa retta per O .
78. Spiegare perché le seguenti frasi sono sbagliate e correggerne gli errori.
 - «Una retta per l'origine ha equazione $y=m$ »;
 - «Una retta per l'origine ha equazione $y=m$ »;
 - «Una retta per l'origine ha equazione $x=m$ »;
 - «L'origine ha equazione $y=mx$ ».
79. Spiegare perché le seguenti frasi sono sbagliate e correggerne gli errori.
 - «Una retta per l'origine ha pendenza $x=m$ »;
 - «Il punto $O(0; 0)$ ha pendenza 0 »;
 - «L'asse delle y ha pendenza 0 ».
 - «L'asse delle y non ha equazione».

80. Completare le frasi seguenti:
 - «La retta che passa per O e $A(-2; -6)$ ha la pendenza m che ha segno perché la pendenza si trova»;
 - «L'asse delle y non ha pendenza, perché, però ha equazione, perché tutti i suoi hanno
81. Completare le frasi seguenti:
 - «Il punto $A(2; 4)$ si trova sulla retta d'equazione $y=.....x$, dato che la sua ordinata è dell'ascissa»;
 - «Il punto $A(.....;)$ non si trova sulla retta d'equazione $y=2x$, dato che

82. Completare le frasi seguenti, basandosi sull'esempio dato:
 - «L'equazione $y=2x$ significa che tutti i punti della retta hanno l'ordinata y doppia dell'ascissa x »;
 - «L'equazione $y=\frac{1}{2}x$ significa che»;
 - «L'equazione $y=x$ significa che»;
 - «L'equazione $y=-x$ significa che

Problemi di geometria sul piano cartesiano

83. Disegnare il quadrilatero $ABCD$, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(-4; 8)$ $B(4; 8)$ $C(4; -8)$ $D(-4; -8)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. riconoscere di quale quadrilatero si tratta;
 b. scrivere le equazioni delle rette su cui sono disposti i lati;
 c. scrivere le equazioni delle sue diagonali.
84. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal quadrilatero $ABCD$, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(8; -4)$ $B(8; 4)$ $C(-8; 4)$ $D(-8; -4)$
85. Disegnare il quadrilatero $ABCD$, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(2; 1)$ $B(-4; 6)$ $C(-4; -2)$ $D(2; -3)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. riconoscere di quale quadrilatero si tratta;
 b. verificare che le due diagonali passano per O e scriverne le equazioni.
86. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal quadrilatero $ABCD$, che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(1; -2)$ $B(6; 4)$ $C(-2; 4)$ $D(-3; -2)$
87. Disegnare il triangolo ABC , che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(4; 3)$ $B(4; -6)$ $C(-8; -6)$
 Risolvere i seguenti quesiti:
 a. riconoscere di quale triangolo si tratta;
 b. verificare che i vertici A e C sono allineati con O ;
 c. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati del triangolo.
88. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal triangolo ABC , che ha per vertici i seguenti punti:
 $A(-3; -4)$ $B(6; -4)$ $C(6; 8)$

89. Disegnare il triangolo rettangolo isoscele con l'ipotenusa AB che ha per estremi i seguenti punti:

$A(-2; -2)$ $B(2; 2)$

Verificare che i punti A e B sono allineati con O e scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati del triangolo.

90. Ripetere l'esercizio precedente a partire dal triangolo rettangolo isoscele con l'ipotenusa AB che ha per estremi i seguenti punti:

$A(3; -3)$ $B(-3; 3)$

Equazione della retta sul piano cartesiano

Scrivere l'equazione di una retta sul piano cartesiano

91. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

Pendenza della retta	Intersezione della retta con l'asse delle y	Equazione della retta
-2	$B(0; 4)$	$y = -2x + 4$
4	$B(0; -2)$	
$\frac{1}{2}$	$B(0; -\frac{5}{4})$	
$-\frac{5}{4}$	$B(0; \frac{1}{2})$	
		$y = -x + 1$
		$y = x - 1$
		$y = x + 1$
		$y = -x - 1$
		$y = x$
		$y = 1$
		$y = 0$

92. In fig. 6 sono disegnate tre rette che passano per il punto $B(0; 3)$ ed hanno la pendenza indicata nella figura; scrivere le equazioni delle tre rette.

Seguendo le indicazioni della fig. 6, disegnare sul piano cartesiano le rette che hanno la pendenza ed il punto d'intersezione con l'asse delle y indicati negli esercizi dal n. 93 al n. 95; scrivere l'equazione di ogni retta.

93. $m = \frac{1}{3}$ e $B(0; -1)$ $m' = -3$ e $B(0; -1)$ $m = \frac{1}{3}$ e $C(0; -3)$

94. $m = \frac{2}{3}$ e $B(0; 1)$ $m' = -\frac{2}{3}$ e $B(0; 1)$ $m = \frac{2}{3}$ e $C(0; -1)$

95. $m = \frac{3}{2}$ e $B(0; \frac{3}{2})$ $m' = -\frac{3}{2}$ e $B(0; \frac{3}{2})$ $m = \frac{3}{2}$ e $C(0; -\frac{3}{2})$

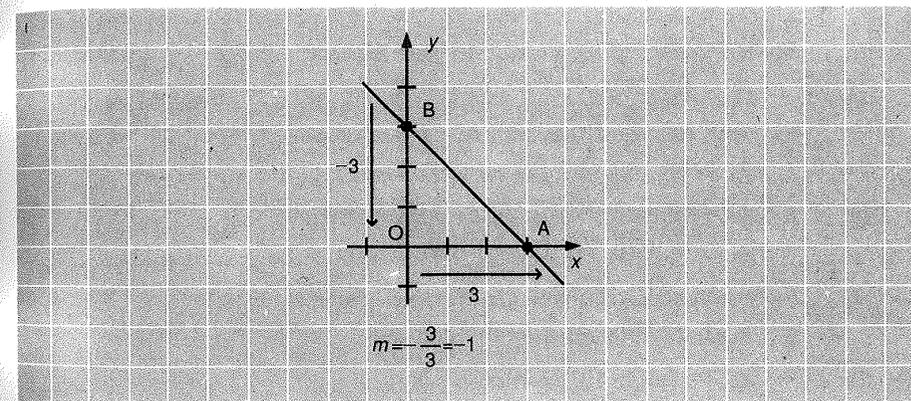
96. Disegnare quattro rette che hanno tutte pendenza 1 e intersecano l'asse delle y in quattro punti a scelta; scrivere l'equazione delle quattro rette.

97. Disegnare quattro rette che intersecano l'asse delle y nello stesso punto $B(0; 1)$ ed hanno come pendenza quattro numeri a scelta; scrivere l'equazione delle quattro rette.

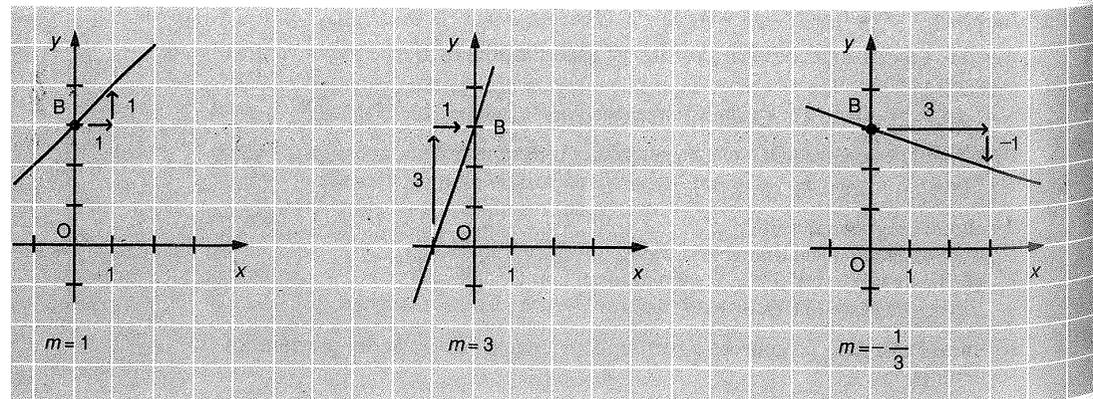
Riflettere sull'equazione di una retta nel piano cartesiano

98. In fig. 7 è disegnata la retta che passa per i punti $B(0; 3)$ e $A(3; 0)$ ed ha quindi la pendenza indicata nella figura; scrivere l'equazione della retta.

Figura 7
La pendenza della retta passante per $A(3; 0)$ e $B(0; 3)$



16
Disegnare le rette passanti per $B(0; 3)$ di pendenza data



Disegnare le rette che passano per le coppie di punti assegnati negli esercizi dal n. 99 al n. 104; seguendo le indicazioni della fig. 6 determinare la pendenza di ogni retta e scriverne l'equazione.

(Un procedimento più generale per scrivere l'equazione della retta che passa per due punti qualunque del piano si trova nell'esercizio n. 459 del capitolo nono, p. 709)

99. $A(0; 3)$ $B(-3; 0)$

100. $A(0; -3)$ $B(3; 0)$

101. $A(0; -3)$ $B(-3; 0)$

102. $A(0; 1)$ $B(2; 3)$

103. $A(0; 4)$ $B(1; 3)$

104. $A(0; -3)$ $B(2; 1)$

Problemi di geometria sul piano cartesiano

105. Disegnare il triangolo ABC, che ha per vertici i punti seguenti:
A(-4; -2) B(4; -2) C(0; 2)
Risolvere i seguenti quesiti:
a. riconoscere di quale triangolo si tratta;
b. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati.
106. Disegnare il triangolo ABC, che ha per vertici i punti seguenti:
A(4; 0) B(0; 2) C(4; 4)
Risolvere i seguenti quesiti:
a. riconoscere di quale triangolo si tratta;
b. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati;
c. scrivere l'equazione dell'altezza relativa al lato AC.
107. Disegnare il quadrilatero ABCD che ha per vertici i punti seguenti:
A(-3; 0) B(0; -3) C(3; 0) D(0; 3)
Risolvere i seguenti quesiti:
a. riconoscere di quale quadrilatero si tratta;
b. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati;
c. indicare gli assi di simmetria del quadrilatero.
108. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-4; 0) B(0; -2) C(4; 0) D(0; 2)
109. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-2; 0) B(0; -4) C(2; 0) D(0; 4)
110. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-2; 0) B(0; -4) C(2; 0) D(0; 2)
111. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-3; 0) B(0; -3) C(6; 0) D(0; 2)
112. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-6; 0) B(0; -3) C(3; 0) D(0; 3)
113. Ripetere l'esercizio 107 a partire dai punti seguenti:
A(-2; 0) B(0; -2) C(2; 0) D(0; 4)
114. Disegnare il quadrilatero ABCD che ha per vertici i punti seguenti:
O(0; 0) A(5; 0) B(5; 5) C(0; 3)
Risolvere i seguenti quesiti:
a. riconoscere di quale quadrilatero si tratta;
b. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano i lati;
c. scrivere le equazioni delle rette su cui si trovano le diagonali.
115. Ripetere l'esercizio 114 a partire dai punti seguenti:
O(0; 0) A(3; 0) B(3; -3) C(0; -5)
116. Ripetere l'esercizio 114 a partire dai punti seguenti:
O(0; 0) A(0; 8) B(-8; 4) C(-8; 0)

Riflettere sull'equazione della retta per due punti $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ scritta nella forma

$$\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

29. Se uno dei punti assegnati (A o B) coincide con l'origine degli assi $O(0,0)$, quale forma assume l'equazione (1)?
Sembra di ottenere equazioni di tipo diverso a seconda che si scelga A o B coincidente con O ; in entrambi i casi scrivere in forma esplicita le equazioni ottenute e confrontarle.
30. Se i punti assegnati sono i punti in cui la retta incontra gli assi coordinati, cioè se i punti sono $A(p,0)$ e $B(0,n)$, quale forma assume l'equazione (1)?
Verificare che, in tal caso, l'equazione della retta si può sempre scrivere nella forma seguente:
(1') $\frac{x}{p} + \frac{y}{n} = 1$.
L'equazione (1') prende il nome di equazione segmentaria della retta.

33. Verificare se sono allineati i seguenti punti:

$$A(1, -2), \quad B\left(-2, \frac{5}{2}\right), \quad C\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$$