

Radicali e prodotti notevoli

Scrittura simbolica di numeri reali e calcolo letterale

1. Completa la seguente tabella come mostra la prima riga

a	b	$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$	Risultato finale
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	$(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}$	$(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = 7 + 2\sqrt{10}$
$\sqrt{6}$	$\sqrt{3}$		
<i>In generale</i>			
\sqrt{x} $x \geq 0$	\sqrt{y} $y \geq 0$		

2. Completa la seguente tabella come mostra la prima riga

a	b	$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$	Risultato finale
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	$(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}$	$(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = 7 - 2\sqrt{10}$
$\sqrt{6}$	$\sqrt{3}$		
<i>In generale</i>			
\sqrt{x} $x \geq 0$	\sqrt{y} $y \geq 0$		

3. Completa la seguente tabella come mostra la prima riga

a	b	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	Risultato finale
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	$(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2$	$(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{2}) = 5 - 2 = 3$
$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$		
<i>In generale</i>			
\sqrt{x} $x \geq 0$	\sqrt{y} $y \geq 0$		

4. Completa la seguente tabella come mostra la prima riga

Numero	Procedimento	Risultato finale
$\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{5}} = \frac{1 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{5}$
$\frac{1}{\sqrt[3]{7}}$		
<i>In generale</i>		
$\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ $x \neq 0$		

5. Completa la seguente tabella come mostra la prima riga

Numero	Procedimento	Risultato finale
$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{2})}$	$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$		
$\frac{1}{\sqrt{10}-1}$		
<i>In generale</i>		
$\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ $x > 0$ e $y > 0$ $e x \neq y$		

6. Completa la seguente tabella come mostra la prima riga

Numero	Procedimento	Risultato finale
$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{2})}$	$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$		
$\frac{1}{\sqrt{10}+1}$		
<i>In generale</i>		
$\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ $x > 0$ e $y > 0$		

OSSERVAZIONI

Gli esercizi proposti nelle ultime tre tabelle ripetono il seguente percorso: partono da un'espressione frazionaria con radicali al denominatore; alla fine del percorso trovo un'espressione frazionaria equivalente, ma con il denominatore che è un numero intero.

Questo tipo di procedimento era diffuso quando si dovevano eseguire i calcoli solo con carta e penna e prende il nome di *'razionalizzazione del denominatore'*.

Esercizi su radicali e prodotti notevoli

Calcolo simbolico con radicali e prodotti notevoli

Esaminare i gruppi di espressioni assegnati negli esercizi da 1 a 6 e, per ogni gruppo, risolvere i seguenti quesiti:

- spiegare perché le espressioni sono diverse una dall'altra;
- calcolare il risultato delle espressioni quando ciò è possibile.

- $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$ $\sqrt{5}-2\sqrt{5}+2$
- $(2\sqrt{3}+\sqrt{5})(2\sqrt{3}-\sqrt{5})$ $2\sqrt{3}+\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{3}-\sqrt{5}$
- $(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})$ $3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$
- $(2+\sqrt{3})^2$ $(2-\sqrt{3})^2$ $(3+\sqrt{2})^2$ $(3-\sqrt{2})^2$
- $(\sqrt{5}+\sqrt{20})^2$ $(\sqrt{5}-\sqrt{20})^2$ $(5+\sqrt{20})^2$ $(\sqrt{5}-20)^2$
- $(\sqrt{6}-3\sqrt{2})^2+4\sqrt{3}(3-2\sqrt{3})$ $(\sqrt{6}-3\sqrt{2})^2+4\sqrt{3}\cdot 3-2\sqrt{3}$

Razionalizzare il denominatore

Gli esercizi dei numeri 7- 16 conducono ad esaminare espressioni frazionarie con radicali al denominatore per trasformarle in espressioni frazionarie equivalenti con il denominatore che è un numero intero.

- Completare la seguente tabella come mostrato nella prima riga:

Espressione data	Procedimento	Calcoli	Espressione ottenuta
$\frac{1}{\sqrt{3}}$	Moltiplicare numeratore e denominatore per $\sqrt{3}$	$\frac{1\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{5}}$			
$\frac{3}{\sqrt{7}}$			
$\frac{5+\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$			

- Rendere razionale il denominatore delle seguenti espressioni:

$$\frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{8}}$$

$$\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$$

$$\frac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$$

3. Completare la seguente tabella come mostrato nelle prime righe:

Espressione data	Procedimento	Calcoli	Espressione ottenuta
$\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$	Moltiplicare numeratore e denominatore per $\sqrt[3]{5^2}$	$\frac{1 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^3}}$	$\frac{\sqrt[3]{5^2}}{5}$
$\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$	Moltiplicare numeratore e denominatore per $\sqrt[n]{a^{n-m}}$	$\frac{1 \cdot \sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^{n-m}}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^n}}$	$\frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$
$\frac{1}{\sqrt[3]{10^2}}$			
$\frac{1}{\sqrt[4]{7^3}}$			

10. Dopo aver svolto l'esercizio 9, rendere razionale il denominatore delle seguenti espressioni

$$\frac{1}{\sqrt[3]{6}} \quad \frac{1}{\sqrt[3]{6^2}} \quad \frac{1}{\sqrt[5]{4}} \quad \frac{1}{\sqrt[5]{4^3}}$$

11. Dopo aver svolto l'esercizio 9, rendere razionale il denominatore delle seguenti espressioni

$$\frac{5}{\sqrt[4]{3}} \quad \frac{6}{\sqrt[4]{3^3}} \quad \frac{8}{\sqrt[5]{6^2}} \quad \frac{9}{\sqrt[5]{3^4}}$$

12. Completa la seguente tabella come mostrato nella prima riga

Numero	Procedimento	Risultato finale
$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{2})}$	$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{6}}$		
$\frac{1}{\sqrt{11}-1}$		

13. Dopo aver svolto l'esercizio 12, rendere razionale il denominatore delle seguenti espressioni

$$\frac{1}{\sqrt{10}-\sqrt{6}} \quad \frac{5}{\sqrt{10}-\sqrt{6}} \quad \frac{1}{\sqrt{8}-1} \quad \frac{7}{\sqrt{8}-1}$$

14. Completa la seguente tabella come mostrato nella prima riga

Numero	Procedimento	Risultato finale
$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{2})}$	$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{3}}$		
$\frac{1}{\sqrt{11}+1}$		

15. Dopo aver svolto l'esercizio 14, rendere razionale il denominatore delle seguenti espressioni

$$\frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{6}}$$

$$\frac{4}{\sqrt{10}+\sqrt{6}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{8}+1}$$

$$\frac{7}{\sqrt{8}+1}$$

16. Dopo aver svolto gli esercizi 12 e 14, rendere razionale il denominatore delle seguenti espressioni

$$\frac{3}{\sqrt{12}+\sqrt{8}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{12}-\sqrt{8}}$$

$$\frac{5}{\sqrt{13}+1}$$

$$\frac{5}{\sqrt{13}-1}$$