

I numeri reali

L'insieme dei numeri reali

Gli esercizi dal numero 1 al numero 10 richiedono di esaminare l'insieme dei numeri reali e gli altri insiemi numerici che lo compongono.

1. Esaminare i seguenti numeri e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.

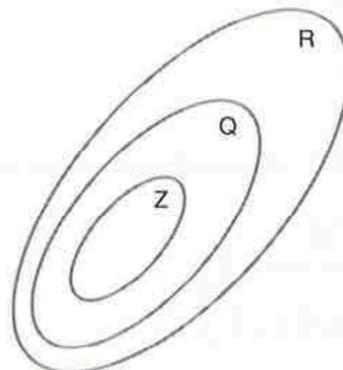
$$\sqrt{0} \quad \sqrt[3]{1} \quad \sqrt{2} \quad \sqrt[3]{4} \quad \sqrt[3]{27} \quad \sqrt{27}$$

2. Calcolare i quadrati dei numeri assegnati nell'esercizio 1 e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.
3. Calcolare i cubi dei numeri assegnati nell'esercizio 1 e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.
4. Esaminare i seguenti numeri e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.

$$\sqrt{\frac{1}{4}} \quad \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \quad \sqrt{\frac{9}{4}} \quad \sqrt[3]{\frac{9}{4}} \quad \sqrt[3]{\frac{27}{100}} \quad \sqrt{\frac{3}{4}}$$

5. Esaminare i quadrati dei numeri assegnati nell'esercizio 4 e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.
6. Esaminare i cubi dei numeri assegnati nell'esercizio 4 e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.
7. Collocare in uno schema come quello rappresentato in fig. 1 i seguenti numeri:
- tre numeri interi;
 - tre numeri razionali, ma non interi;
 - tre numeri reali, ma non razionali.
8. Spiegare perché non è possibile trovare i seguenti numeri:
- un numero intero, ma non razionale;
 - un numero intero, ma non reale;
 - un numero razionale, ma non reale.
9. Spiegare il significato dei seguenti termini:
- numero razionale;
 - numero irrazionale;
 - numero reale.
10. Spiegare perché un numero irrazionale è certamente reale, mentre non è detto che un numero reale sia irrazionale.

Figura 1
Insiemi numerici



Rappresentare numeri reali sulla retta

Rappresentare numeri razionali

11. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i numeri reali e rappresentare sulla retta i seguenti numeri:

1 2 3 4 -1 -2 -3 -4

Rispondere ai seguenti quesiti:

- a. a quale insieme numerico appartengono tutti i numeri assegnati?
b. si può trovare un numero intero fra 3 e 4?
12. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i numeri reali e rappresentare sulla retta i seguenti numeri:

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{4}{2}$
 $\frac{5}{2}$ $\frac{6}{2}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{8}{2}$ $\frac{9}{2}$

Rispondere ai seguenti quesiti:

- a. a quale insieme numerico appartengono tutti i numeri assegnati?
b. indicare almeno due numeri razionali compresi fra 3 e 4;
13. Disegnare sulla retta gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 12. Indicare almeno un numero razionale compreso fra -4 e -3.
14. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i numeri reali e rappresentare sulla retta i seguenti numeri:

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{3}$
 $\frac{5}{3}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{9}{3}$

Indicare almeno due numeri razionali compresi fra 2 e 3.

15. Disegnare sulla retta gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 14. Indicare almeno due numeri razionali compresi fra -3 e -2.
16. Disegnare sulla retta tutti gli elementi necessari per rappresentare i numeri reali e rappresentarvi i seguenti numeri:

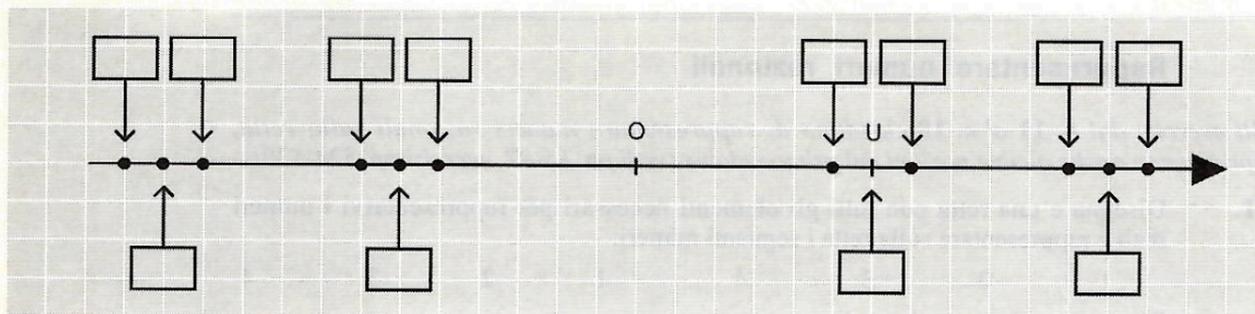
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{2}{3}$ $-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{3}$ $-\frac{3}{2}$ $-\frac{2}{3}$

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. spiegare perché, per ottenere un disegno preciso, conviene scegliere OU lungo 6 quadretti;
b. come sarebbe il disegno scegliendo OU lungo 12 quadretti?
c. come sarebbe il disegno scegliendo OU lungo 2 quadretti?
17. Disegnare sulla retta tutti gli elementi necessari per rappresentare i numeri reali e rappresentarvi i seguenti numeri, scegliendo l'unità di misura più opportuna:

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$ 1 $-\frac{3}{8}$ $-\frac{5}{4}$ $-\frac{3}{2}$

Figura 2 18. Scrivere i numeri corrispondenti ai punti indicati in fig. 2.



Rappresentare radicali quadratici opposti con una costruzione geometrica

Osservare le due figure qui sotto: mostrano come applicare il 2° teorema di Euclide per rappresentare radicali quadratici opposti sulla retta.

Figura 3
I punti che corrispondono a $\sqrt{2}$ e a $-\sqrt{2}$

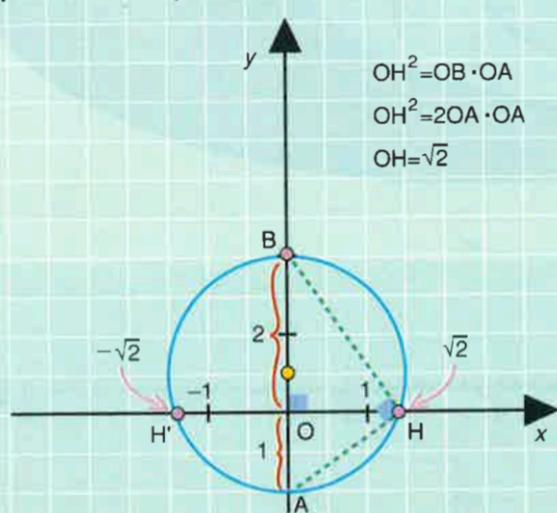
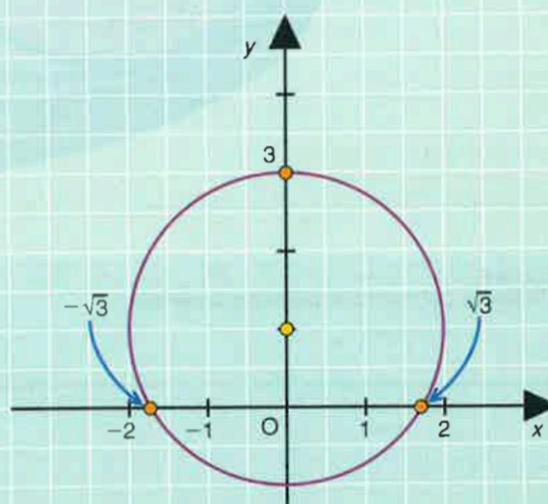


Figura 4
Altri numeri irrazionali rappresentati sulla retta



19. Riprendere la costruzione illustrata qui sopra per rappresentare sulla retta i seguenti numeri.

$$\sqrt{5} \text{ e } -\sqrt{5} \qquad \sqrt{7} \text{ e } -\sqrt{7}$$

20. Dopo aver svolto l'esercizio 19, rappresentare sulla retta i seguenti numeri:

$$\sqrt{2} \quad \sqrt{3} \quad \sqrt{4} \quad \sqrt{5} \quad \sqrt{6} \quad \sqrt{8} \quad \sqrt{9} \quad \sqrt{10}$$

21. Rappresentare sulla retta gli opposti dei numeri rappresentati nell'esercizio 20.

22. Rappresentare sulla retta i seguenti numeri, scegliendo un'unità di misura OU adatta:

$$\sqrt{11} \quad \sqrt{12} \quad \sqrt{13} \quad \sqrt{14} \quad \sqrt{15} \quad \sqrt{16} \quad \sqrt{17} \quad \sqrt{18}$$

23. Rappresentare sulla retta gli opposti dei numeri rappresentati nell'esercizio 22.

24. Scrivere i numeri corrispondenti ai punti indicati in fig. 3.
 25. Scrivere i numeri corrispondenti ai punti indicati in fig. 4.

Figura 3

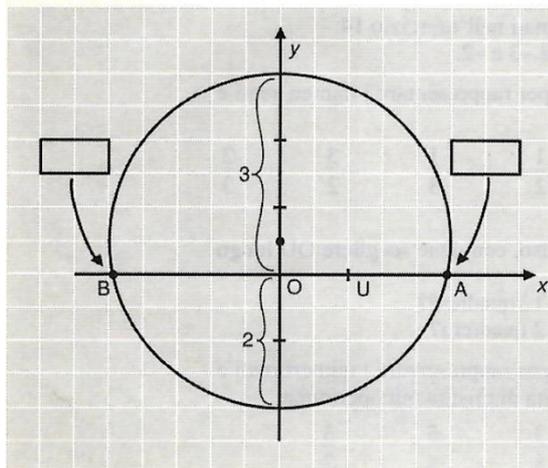
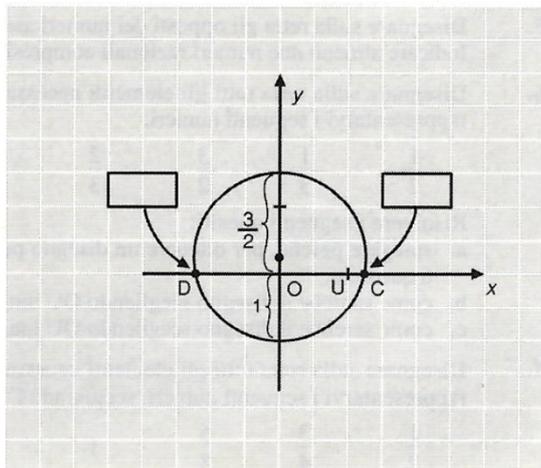


Figura 4



26. Rappresentare sulla retta i seguenti numeri, scegliendo un'unità di misura OU adatta:

$$\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{7}{2}}$$

27. Rappresentare sulla retta gli opposti dei numeri rappresentati nell'esercizio 26.
 28. Rappresentare sulla retta i seguenti numeri, scegliendo un'unità di misura OU adatta:

$$\sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{5}{3}}$$

29. Rappresentare sulla retta gli opposti dei numeri rappresentati nell'esercizio 28.
 30. Rappresentare sulla retta i seguenti numeri, scegliendo un'unità di misura OU adatta:

$$\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{7}{4}}$$

31. Rappresentare sulla retta gli opposti dei numeri rappresentati nell'esercizio 30.

Rappresentare numeri irrazionali basandosi sulla loro scrittura decimale

Esaminare i numeri dati negli esercizi da 32 a 38 e risolvi i seguenti quesiti:

a. usa la calcolatrice per scrivere i numeri in forma decimale con due cifre dopo la virgola;

b. rappresenta i numeri sulla retta.

32. $\sqrt{37}$ $\sqrt[3]{37}$ $\sqrt[4]{37}$ $-\sqrt{37}$ $-\sqrt[3]{37}$ $-\sqrt[4]{37}$

33. $\sqrt[3]{65}$ $\sqrt[4]{65}$ $\sqrt[5]{65}$ $-\sqrt[3]{65}$ $-\sqrt[4]{65}$ $-\sqrt[5]{65}$

34. $\sqrt{\frac{5}{4}}$ $\sqrt[4]{\frac{5}{4}}$ $\sqrt[6]{\frac{5}{4}}$ $-\sqrt{\frac{5}{4}}$ $-\sqrt[4]{\frac{5}{4}}$ $-\sqrt[6]{\frac{5}{4}}$

35. $\sqrt{\frac{4}{5}}$ $\sqrt[4]{\frac{4}{5}}$ $\sqrt[6]{\frac{4}{5}}$ $-\sqrt{\frac{4}{5}}$ $-\sqrt[4]{\frac{4}{5}}$ $-\sqrt[6]{\frac{4}{5}}$

36. $\sqrt{\frac{17}{7}}$ $\sqrt[3]{\frac{17}{7}}$ $\sqrt[6]{\frac{17}{7}}$ $-\sqrt{\frac{17}{7}}$ $-\sqrt[3]{\frac{17}{7}}$ $-\sqrt[6]{\frac{17}{7}}$

37. $\sqrt{\frac{7}{17}}$ $\sqrt[3]{\frac{7}{17}}$ $\sqrt[6]{\frac{7}{17}}$ $-\sqrt{\frac{7}{17}}$ $-\sqrt[3]{\frac{7}{17}}$ $-\sqrt[6]{\frac{7}{17}}$

38. Scrivere in forma decimale 10 numeri irrazionali a piacere e rappresentarli sulla retta reale.

Ordinare numeri reali

Parole e simboli per ordinare numeri reali

39. Completare le frasi seguenti come nei primi due esempi:

- a. $\sqrt{2}$ si legge « $\sqrt{2}$ » o « $\sqrt{2}$ »;
- b. $-\sqrt{2}$ si legge « $-\sqrt{2}$ » o « $-\sqrt{2}$ »;
- c. $\sqrt{3}$ si legge « $\sqrt{3}$ » o « $\sqrt{3}$ »;
- d. $-\sqrt{3}$ si legge « $-\sqrt{3}$ » o « $-\sqrt{3}$ »;
- e. $\sqrt{5}$ si legge « $\sqrt{5}$ » o « $\sqrt{5}$ »;
- f. $-\sqrt{5}$ si legge « $-\sqrt{5}$ » o « $-\sqrt{5}$ ».

40. Completare le frasi seguenti come nei primi due esempi:

- a. $\sqrt{3} < 2$ è una disuguaglianza vera perché $\sqrt{3}$ precede 2;
- b. $\sqrt{5} < 2$ è una disuguaglianza falsa perché $\sqrt{5}$ non precede 2;
- c. $\sqrt{10} < 4$ è una disuguaglianza perché $\sqrt{10}$ 4;
- d. $\sqrt{17} < 4$ è una disuguaglianza perché $\sqrt{17}$ 4.

41. Completare le frasi seguenti come nei primi due esempi:
- a. $\sqrt{5} > 2$ è una disuguaglianza *vera* perché $\sqrt{5}$ segue 2;
 b. $\sqrt{3} > 2$ è una disuguaglianza *falsa* perché $\sqrt{3}$ non segue 2;
 c. $\sqrt{10} > 3$ è una disuguaglianza perché $\sqrt{10}$ 3;
 d. $\sqrt{8} < 3$ è una disuguaglianza perché $\sqrt{8}$ 3.

42. Rappresentare sulla retta reale i numeri seguenti:

$$1 \qquad 2 \qquad \sqrt{3} \qquad \sqrt{5}$$

Completare le seguenti formule inserendo il corretto segno di disuguaglianza fra i numeri di ciascuna coppia:

$$\sqrt{3} \square 1 \qquad \sqrt{3} \square 2 \qquad \sqrt{5} \square 3 \qquad \sqrt{5} \square 2$$

43. Dopo aver risolto l'esercizio 42, rappresentare sulla retta reale anche gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 42.

Completare le seguenti formule inserendo il corretto segno di disuguaglianza fra i numeri di ciascuna coppia:

$$-\sqrt{3} \square 1 \qquad -\sqrt{3} \square 2 \qquad -\sqrt{5} \square 3 \qquad -\sqrt{5} \square 2$$

44. Dopo aver svolto l'esercizio 43, completare le seguenti formule inserendo il corretto segno di disuguaglianza fra i numeri di ciascuna coppia:

$$\sqrt{3} \square -1 \qquad \sqrt{3} \square -2 \qquad \sqrt{5} \square -3 \qquad \sqrt{5} \square -2$$

45. Dopo aver svolto l'esercizio 43, completare le seguenti formule inserendo il corretto segno di disuguaglianza fra i numeri di ciascuna coppia:

$$-\sqrt{3} \square -1 \qquad -\sqrt{3} \square -2 \qquad -\sqrt{5} \square -3 \qquad -\sqrt{5} \square -2$$

Ordinare numeri reali a partire dalla loro scrittura decimale

46. Esaminare i seguenti numeri reali:

$$1 \qquad 2 \qquad \sqrt[3]{5} \qquad \sqrt{3} \qquad \frac{7}{4}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. scrivere gli ultimi tre numeri in forma decimale, con un numero di cifre dopo la virgola adatto a distinguere i numeri uno dall'altro;
 b. scrivere tutti i numeri in ordine crescente.

47. Scrivere gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 46 e disporli in ordine crescente.

48. Esaminare i seguenti numeri reali:

$$2 \qquad 3 \qquad \sqrt[3]{11} \qquad \sqrt{5} \qquad \frac{20}{9}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. scrivere gli ultimi tre numeri in forma decimale, con un numero di cifre dopo la virgola adatto a distinguere i numeri uno dall'altro;
 b. scrivere tutti i numeri in ordine crescente.

49. Scrivere gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 48 e disporli in ordine crescente.

50. Esaminare i seguenti numeri reali:

$$3 \quad 4 \quad \sqrt[3]{29} \quad \sqrt[4]{90} \quad \frac{37}{12}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- scrivere gli ultimi tre numeri in forma decimale con un numero di cifre dopo la virgola adatto a distinguere i numeri uno dall'altro;
- scrivere tutti i numeri in ordine crescente.

51. Scrivere gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 50 e disporli in ordine crescente.

52. Esaminare i seguenti numeri reali:

$$1 \quad \frac{3}{2} \quad \sqrt[5]{8} \quad \sqrt[6]{13} \quad \frac{26}{17}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- scrivere gli ultimi tre numeri in forma decimale con un numero di cifre dopo la virgola adatto a distinguere i numeri uno dall'altro;
- scrivere tutti i numeri in ordine crescente.

53. Scrivere gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 52 e disporli in ordine crescente.

Calcoli con numeri reali.

Espressioni che non hanno risultato nell'insieme R dei numeri reali

Esaminare le espressioni date negli esercizi da 54 a 62 e risolvere i seguenti quesiti:

- scegliere le espressioni che non hanno risultato nell'insieme R dei numeri reali motivando la scelta;
- calcolare il risultato delle altre espressioni.

54. $[2(-2)]^0$ $[2-2]^0$ $(\sqrt[3]{-8+2})^0$ $(\sqrt{3+3})^0$

55. $\frac{1}{3-3}$ $\frac{1}{3}-3$ $\frac{1}{3(-3)}$ $\frac{1}{-3+3}$

56. $\frac{6-6}{8(-8)}$ $\frac{6(-6)}{8-8}$ $\frac{6-6}{8-8}$ $\frac{6(-6)}{8(-8)}$

57. $\sqrt[3]{-27}$ $\sqrt{0}$ $\sqrt{-25}$ $\sqrt[5]{-1}$

58. $\sqrt[5]{4-32}$ $\sqrt{5-30}$ $\sqrt{30-5}$ $\sqrt[4]{4-4}$

59. $\frac{4}{\sqrt{7-7}}$ $\frac{\sqrt{3-7}}{5(-5)}$ $\frac{\sqrt{7-3}}{5-5}$ $\frac{\sqrt{7-3}}{5(-5)}$

60. $\frac{4}{\sqrt[3]{8-8}}$ $\frac{\sqrt[3]{3-11}}{6(-6)}$ $\frac{\sqrt[3]{3-11}}{6-6}$ $\frac{\sqrt[3]{3-11}}{6(-6)}$
61. $(-1)\cdot\sqrt{4}$ $\sqrt{-1}\cdot\sqrt{4}$ $(-1)\cdot\sqrt{-4}$ $(-1)\cdot\sqrt[3]{-8}$

Sulle proprietà delle operazioni

62. Completare la tabella, seguendo l'esempio della prima riga:

Numero a	Opposto $-a=(-1)\cdot a$	Reciproco $\frac{1}{a}=a^{-1}$
3	$-3=(-1)\cdot 3$	$\frac{1}{3}=3^{-1}$
-5		
		4
$\sqrt{2}$		
		$\sqrt[3]{7}$
	$\sqrt{5}$	

63. Esaminare le identità che esprimono la proprietà commutativa, e cioè:

$$ab=ba \qquad a+b=b+a$$

Scrivere le uguaglianze che si ottengono effettuando le seguenti sostituzioni:

- I. al posto di a sostituire $\sqrt{2}$, al posto di b sostituire 3;
 II. al posto di a sostituire -2 , al posto di b sostituire $\sqrt{11}$.

64. Esaminare la seguente identità:

$$a\cdot 0=0 \qquad 0\cdot a=0$$

Scrivere le uguaglianze che si ottengono effettuando le seguenti sostituzioni:

- I. al posto di a sostituire $\sqrt{6}$;
 II. al posto di a sostituire $\sqrt[3]{10}$.

65. Esaminare l'identità che esprime la proprietà distributiva, e cioè:

$$(a+b)c=ac+bc$$

Scrivere le uguaglianze che si ottengono effettuando le seguenti sostituzioni:

- I. sostituire $\sqrt{2}$ al posto di c , 1 al posto di a e 3 al posto di b ;
 II. sostituire $\sqrt{3}$ al posto di c , 5 al posto di a e -1 al posto di b .

Moltiplicare numeri interi e radicali

66. Completare la seguente tabella come è mostrato nelle prime righe.

Espressione scritta con radicali	Espressione scritta con potenze ad esponente frazionario	Risultato
$(-1) \cdot \sqrt{4}$	$(-1)4^{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{4}=-2$
$\sqrt{(-1) \cdot 4}$	$[(-1) \cdot 4]^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{-4}$ non ha risultato reale
$(-2) \cdot \sqrt{8}$		$-2\sqrt{8}$
$\sqrt{(-2) \cdot 8}$		
$(-3) \cdot \sqrt{12}$		
$\sqrt{(-3) \cdot 12}$		
$2 \cdot \sqrt[4]{8}$		
$\sqrt[4]{2 \cdot 8}$		

67. Completare la seguente tabella come è mostrato nelle prime righe.

Espressione scritta con radicali	Espressione scritta con potenze ad esponente frazionario	Risultato
$(-1) \cdot \sqrt[3]{8}$	$(-1)8^{\frac{1}{3}}$	$-\sqrt[3]{8}=-2$
$\sqrt[3]{(-1) \cdot 8}$	$[(-1) \cdot 8]^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{-8}=-2$
$(-2) \cdot \sqrt[3]{4}$		$-2\sqrt[3]{4}$
$\sqrt[3]{(-2) \cdot 4}$		
$3 \cdot \sqrt[3]{9}$		
$\sqrt[3]{3 \cdot 9}$		
$(-4) \cdot \sqrt[5]{8}$		
$\sqrt[5]{(-4) \cdot 8}$		

Esaminare i gruppi di espressioni assegnati negli esercizi da 68 a 72 e, per ogni gruppo, risolvere i seguenti quesiti:

- quali espressioni non hanno risultato nell'insieme R dei numeri reali?
- calcolare il risultato delle altre espressioni;
- riscrivere ogni espressione valendosi di potenze ad esponente frazionario e parentesi;
- spiegare perché le espressioni sono diverse una dall'altra.

68.	$(-5) \cdot \sqrt{20}$	$\sqrt{(-5) \cdot 20}$	$\sqrt{(-5) \cdot (-20)}$	$(-5) \cdot \sqrt{-20}$
69.	$\sqrt[3]{(-2) \cdot 32}$	$\sqrt{(-2) \cdot 32}$	$\sqrt{(-2) \cdot (-32)}$	$\sqrt[3]{(-2) \cdot (-32)}$
70.	$(-3) \cdot \sqrt[3]{9}$	$\sqrt[3]{(-3) \cdot 9}$	$\sqrt[4]{(-3) \cdot 27}$	$\sqrt[5]{(-9) \cdot 27}$
71.	$\sqrt{8} \cdot 2$	$\sqrt{8 \cdot 2}$	$\sqrt[3]{8} \cdot 27$	$\sqrt[3]{8 \cdot 27}$
72.	$-\sqrt{12} \cdot 3$	$-\sqrt{12 \cdot 3}$	$\sqrt{3 \cdot (-12)}$	$\sqrt{3 \cdot (-12)}$

Moltiplicare ed elevare a potenza numeri interi e radicali

Esaminare i gruppi di espressioni assegnati negli esercizi da 73 a 76 e, per ogni gruppo, risolvere i seguenti quesiti:

- riscrivere ogni espressione valendosi di potenze ad esponente frazionario e parentesi;
- spiegare perché le espressioni sono diverse una dall'altra;
- calcolare il risultato delle espressioni quando ciò è possibile.

73.	$\sqrt{[(-1) \cdot 3]^2}$	$\sqrt{(-1) \cdot 3^2}$	$\sqrt{(-1)^2 \cdot 3}$	$(-1) \cdot \sqrt{3^2}$
74.	$\sqrt[3]{[(-2) \cdot 4]^2}$	$\sqrt[3]{(-2) \cdot 4^2}$	$\sqrt[3]{(-2)^2 \cdot 4}$	$\sqrt[3]{(-2)^2 \cdot 4}$
75.	$\sqrt[4]{8^2 \cdot (-2)}$	$\sqrt[4]{[8 \cdot (-2)]^2}$	$\sqrt[4]{8 \cdot (-2)^2}$	$\sqrt[4]{8 \cdot (-2)^2}$
76.	$\sqrt{\sqrt{2} \cdot 8}$	$\sqrt{2 \cdot \sqrt{8}}$	$\sqrt{\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}}$	$\sqrt{\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}}$

Addizionare numeri interi e radicali

Esaminare i gruppi di espressioni assegnati negli esercizi da 77 a 81 e, per ogni gruppo, risolvere i seguenti quesiti:

- riscrivere ogni espressione valendosi di potenze ad esponente frazionario e parentesi;
- spiegare perché le espressioni sono diverse una dall'altra;
- calcolare il risultato delle espressioni quando ciò è possibile.

77.	$\sqrt{16+9}$	$\sqrt{16+9}$	$\sqrt{16}+\sqrt{9}$	$16+\sqrt{9}$
-----	---------------	---------------	----------------------	---------------

78. $\sqrt{25-9}$ $\sqrt{25-9}$ $\sqrt{25}-\sqrt{9}$ $25-\sqrt{9}$
79. $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ $\sqrt{2+3}$ $\sqrt{2+3}\sqrt{2}$ $2\sqrt{3}+\sqrt{3}$
80. $\sqrt{7-\sqrt{3}}$ $\sqrt{7-3}$ $\sqrt{7-3}\sqrt{7}$ $7\sqrt{3}-\sqrt{3}$
81. $\sqrt[3]{5+\sqrt{3}}$ $\sqrt[3]{5+3}$ $\sqrt[3]{5+3}\sqrt[3]{5}$ $5\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{3}$

Espressioni con addizione, moltiplicazione, potenza di numeri interi e radicali

Esaminare i gruppi di espressioni assegnati negli esercizi da 82 a 87 e, per ogni gruppo, risolvere i seguenti quesiti:

- a. spiegare perché le espressioni sono diverse una dall'altra;
 b. calcolare il risultato delle espressioni quando ciò è possibile.

82. $\sqrt{11 \cdot (-2)}$ $\sqrt{11} \cdot (-2)$ $\sqrt{11-2}$ $\sqrt{11-2}$
83. $\sqrt[3]{9 \cdot (-3)}$ $\sqrt[3]{9} \cdot (-3)$ $\sqrt[3]{9-3}$ $\sqrt[3]{9-3}$
84. $2\sqrt{3}-\sqrt{2}+3\sqrt{3}-\sqrt{2}$ $2(\sqrt{3}-\sqrt{2})+3(\sqrt{3}-\sqrt{2})$
85. $4(\sqrt{5}-\sqrt{6})-3(\sqrt{5}+\sqrt{6})$ $4\sqrt{5}-\sqrt{6}-3\sqrt{5}+\sqrt{6}$
86. $5\sqrt{7}+\sqrt{6}-2\sqrt{7}-\sqrt{6}$ $5(\sqrt{7}+\sqrt{6})-2(\sqrt{7}-\sqrt{6})$
87. $3(\sqrt{7}+2\sqrt{7}-\sqrt{2})+\sqrt{2}$ $3\sqrt{7}+2(\sqrt{7}-\sqrt{2}+\sqrt{2})$

Moltiplicare frazioni e radicali

88. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

Espressione scritta con radicali	Espressione scritta con potenze ad esponente frazionario	Risultato
$\frac{\sqrt{4}}{3}$	$\frac{4^{\frac{1}{2}}}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\sqrt{\frac{4}{3}}$		
$\frac{4}{\sqrt{3}}$		

89. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

Espressione scritta con radicali	Espressione scritta con potenze ad esponente frazionario	Risultato
$\frac{1}{3} \cdot \sqrt{5}$	$\frac{1}{3} \cdot 5^{\frac{1}{2}}$	$\frac{\sqrt{5}}{3}$
$\sqrt{\frac{1}{3} \cdot 5}$		$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$
$\sqrt{\frac{1}{5} \cdot 3}$		$\frac{3}{\sqrt{5}}$
$3 \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$		

Esaminare i gruppi di espressioni dati negli esercizi da 90 a 91 e, per ogni gruppo, risolvere i seguenti quesiti:

- calcolare il risultato delle espressioni;
- spiegare perché le espressioni sono diverse una dall'altra.

90. $\frac{1}{9} \cdot \sqrt{7}$ $\sqrt{\frac{1}{9} \cdot 7}$ $\sqrt{\frac{1}{9} \cdot 7}$

91. $\frac{\sqrt{16}}{5}$ $\sqrt{\frac{16}{5}}$ $\frac{16}{\sqrt{5}}$

92. Completare la seguente tabella come è mostrato nella prima riga.

Espressione scritta con radicali	Espressione scritta con potenze ad esponente frazionario	Risultato
$\frac{3}{2} \cdot \sqrt{4}$	$\frac{3}{2} \cdot 4^{\frac{1}{2}}$	3
$\sqrt{\frac{3}{2} \cdot 4}$		
$\sqrt{\frac{3}{2} \cdot 4}$		
$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4$		
$\frac{\sqrt{3 \cdot 4}}{2}$		
$3 \cdot \sqrt{\frac{4}{2}}$		

Esaminare i gruppi di espressioni dati negli esercizi da 93 a 95 e, per ogni gruppo, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere il risultato delle espressioni;

b. spiegare perché le espressioni sono diverse una dall'altra.

93.	$\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{7}$	$\frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{5}{7}}$	$\frac{\sqrt{2 \cdot 5}}{3 \cdot 7}$
94.	$\sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}}$	$\sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}}$	$\frac{2 \cdot 5}{\sqrt{3 \cdot 7}}$
95.	$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{\sqrt{7}}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{5}{7}$	$\frac{\sqrt{2} \cdot 5}{3 \cdot 7}$

Moltiplicare ed elevare a potenza frazioni e radicali

Esaminare i gruppi di espressioni dati negli esercizi da 96 a 99 e, per ogni gruppo, risolvere i seguenti quesiti:

a. calcolare il risultato delle espressioni;

b. spiegare perché le espressioni sono diverse una dall'altra.

96.	$\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{5}\right)^2$	$\left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{7}{5}}$	$\frac{3^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{5}$
97.	$\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right)^2$	$\frac{(3 \cdot \sqrt{7})^2}{2 \cdot 5}$	$\frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{5^2}$
98.	$\sqrt[3]{\frac{5}{6} \cdot \frac{7^3}{2}}$	$\left(\sqrt[3]{\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{2}}\right)^3$	$\frac{\sqrt[3]{5 \cdot 7}}{(6 \cdot 2)^3}$
99.	$\sqrt{\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \frac{8}{7}}$	$\sqrt{\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \frac{8}{7}}$	$\sqrt{\sqrt{\frac{3}{5} \cdot \frac{8}{7}}}$

Addizionare frazioni e radicali

Esaminare i gruppi di espressioni dati negli esercizi da 100 a 105 e, per ogni gruppo, risolvere i seguenti quesiti:

a. calcolare il risultato delle espressioni;

b. spiegare perché le espressioni sono diverse una dall'altra.

100.	$\sqrt{\frac{9}{4} + 4}$	$\sqrt{\frac{9}{4} + 4}$	$\sqrt{\frac{9}{4} + \sqrt{4}}$	$\frac{9}{4} + \sqrt{4}$
101.	$\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{4}{25}}$	$\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{4}{25}}$	$\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{4}{25}}$	$\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{4}{25}}$
102.	$\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}$	$\sqrt{\frac{3}{2} + 3}$	$\sqrt{\frac{3}{2} + 3}$	$\frac{3}{\sqrt{2}} + 3$

103.	$\sqrt[3]{5} - \frac{\sqrt[3]{5}}{3}$	$\sqrt[3]{5 - \frac{5}{3}}$	$5 - \sqrt[3]{\frac{5}{3}}$	$5 - \frac{5}{\sqrt[3]{3}}$
104.	$\frac{\sqrt{5}}{4} + \frac{\sqrt{7}}{4}$	$\frac{\sqrt{5+7}}{4}$	$\sqrt{\frac{5}{4}} + \sqrt{\frac{7}{4}}$	$\sqrt{\frac{5}{4} + \frac{7}{4}}$
105.	$\frac{\sqrt[4]{15}}{16} - \frac{\sqrt[4]{3}}{16}$	$\frac{\sqrt[4]{15-3}}{16}$	$\sqrt[4]{\frac{15}{16}} - \sqrt[4]{\frac{3}{16}}$	$\sqrt[4]{\frac{15}{16} - \frac{3}{16}}$

Espressioni con addizioni, moltiplicazioni, potenze di frazioni e radicali

Esaminare le coppie di espressioni dati negli esercizi da 106 a 110 e, per ogni coppia, risolvere i seguenti quesiti:

- calcolare il risultato delle espressioni;
- spiegare perché le espressioni sono diverse una dall'altra.

106.	$\frac{5}{2}\sqrt{3} - \frac{13}{4}\sqrt{3} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$	$\left(\frac{5}{2}\sqrt{3} - \frac{13}{4}\sqrt{3}\right) + \frac{3}{2}\sqrt{3}$
107.	$2\sqrt{\frac{3}{5}} - 7\sqrt{\frac{3}{5}} + 5\sqrt{\frac{3}{5}}$	$2\sqrt{\frac{3}{5}} - 7\frac{\sqrt{3}}{5} + 5\frac{\sqrt{3}}{5}$
108.	$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{3}{4}\sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$	$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{3}{4}\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$
109.	$\sqrt{6}\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$	$\sqrt{6}\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}}$
110.	$\sqrt{12}\left(\sqrt{\frac{25}{3}} - \sqrt{\frac{3}{4}}\right)$	$\sqrt{12}\left(\frac{\sqrt{25}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

La calcolatrice per eseguire calcoli con radicali

Per completare gli esercizi seguenti puoi utilizzare due tipi di calcolatrice

- Per calcolare $\sqrt{2}$ digiti prima il numero 2 e poi il tasto $\sqrt{\quad}$;
- Per calcolare $\sqrt{2}$ digiti prima il tasto $\sqrt{\quad}$ e poi il numero 2.

111. Completa la seguente tabella, dove la scrittura con esponenti frazionari guida l'uso delle parentesi.

Scrivi la tua sequenza di tasti e arrotonda i risultati della calcolatrice con due cifre dopo la virgola.

Espressioni con frazioni e radicali	Esponenti frazionari	Sequenza di tasti	Risultato della calcolatrice
$4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (4+2)\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$	$4 \cdot 3^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$	A. $4 \times 3 \sqrt{\quad} + 2 \times 3 \sqrt{\quad} =$ B. $4 \times \sqrt{\quad} 3 + 2 \times \sqrt{\quad} 3$	10,39
$4\sqrt{2} + \frac{3}{5}\sqrt{2} = \left(\dots + \frac{\dots}{\dots}\right)\sqrt{2} = \dots$			

112. Per completare la seguente tabella scrivi la tua sequenza di tasti e arrotonda i risultati della calcolatrice con due cifre dopo la virgola.

Espressioni con frazioni e radicali	Esponenti frazionari	Sequenza di tasti	Risultato della calcolatrice
$\sqrt{\frac{4+5}{9}} = \sqrt{\frac{9}{\dots}} = \dots = \dots$			
$\frac{\sqrt{4+5}}{9} =$			
	$\left(4^{\frac{1}{2}} + 5\right) : 9$		
	$4 + 5 : 9^{\frac{1}{2}}$		

113. Per completare la seguente tabella scrivi la tua sequenza di tasti e arrotonda i risultati della calcolatrice con due cifre dopo la virgola.

			Risultato
$\sqrt{\frac{25-9}{49}}$	$[(25-9):49]^{\frac{1}{2}}$		
$\frac{\sqrt{25-9}}{49}$			
$\frac{\sqrt{25-9}}{49}$			
$\sqrt{25 - \frac{9}{49}}$			
$\frac{\sqrt{25}}{49} - 9$			
$25 - \frac{9}{\sqrt{49}}$			

Esaminare le espressioni assegnate negli esercizi da 114 a 117 e determinare il risultato di ogni espressione nei seguenti modi:

- valendosi della calcolatrice;
- valendosi di frazioni e radicali.

114. $\sqrt{\frac{12-3}{4}}$ $\frac{\sqrt{12-3}}{4}$ $\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}}{4}$ $12 - \frac{3}{\sqrt{4}}$

115. $\frac{44+100}{\sqrt{3}}$ $44 + \frac{100}{\sqrt{3}}$ $44 + \sqrt{\frac{100}{3}}$ $\sqrt{\frac{44+100}{3}}$

$$116. \quad \frac{\sqrt{24-8}}{\sqrt{10+2}} \quad \frac{\sqrt{24}-\sqrt{8}}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} \quad 24-\frac{\sqrt{8}}{10}+\sqrt{2} \quad \frac{\sqrt{24-8}}{10}+\sqrt{2}$$

$$117. \quad \sqrt{\frac{121}{9}}-\sqrt{\frac{25}{36}} \quad \frac{\sqrt{121-25}}{9 \cdot 36} \quad \frac{121}{\sqrt{9}}-\frac{25}{\sqrt{36}} \quad \frac{\sqrt{121}}{9}-\frac{\sqrt{25}}{36}$$

118. Scrivere l'espressione che viene calcolata da una calcolatrice di tipo A con la sequenza di tasti riportata qui sotto.

$$\boxed{9} \boxed{+} \boxed{4} \boxed{\div} \boxed{1} \boxed{6} \boxed{-} \boxed{9} \boxed{\sqrt{\quad}} \boxed{=}$$

119. Per completare la seguente tabella scrivi la tua sequenza di tasti e arrotonda i risultati della calcolatrice con due cifre dopo la virgola.

Frazioni radicali	Esponenti frazionari	Tasti	Risultato
$\sqrt[5]{\left(\frac{4+28}{7}\right)^3}$	$[(4+28):7]^{\frac{3}{5}}$		
$4+\frac{28}{7^3}$			
$\frac{(4+28)^3}{\sqrt[5]{7}}$			
$\frac{\sqrt[5]{(4+28)^3}}{7}$			

120. Scrivere l'espressione che viene calcolata da una calcolatrice di tipo A con la sequenza di tasti riportata qui sotto.

$$\boxed{1} \boxed{2} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{+} \boxed{3} \boxed{0} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{y^x} \boxed{4} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{=}$$

Esaminare le espressioni assegnate negli esercizi da 121a 123 e determinare il risultato di ogni espressione nei seguenti modi:

- valendosi della calcolatrice;
- valendosi di frazioni e radicali.

$$121. \quad \sqrt[3]{\frac{19+8}{\sqrt{4}}} \quad 19+\sqrt[3]{\frac{8}{\sqrt{4}}} \quad \frac{\sqrt[3]{19+8}}{\sqrt{4}} \quad \frac{19+\sqrt[3]{8}}{\sqrt{4}}$$

$$122. \quad \sqrt[5]{\frac{2 \cdot 4^2}{43+2 \cdot 10^2}} \quad \sqrt[5]{\frac{(2 \cdot 4)^2}{(43+2) \cdot 10^2}} \quad \frac{\sqrt[5]{2 \cdot 4^2}}{43+10^2} \quad \frac{\sqrt[5]{(2 \cdot 4)^2}}{(43+2 \cdot 10)^2}$$

$$123. \quad \sqrt{5}+\frac{2}{\sqrt{5}}-\frac{2^3}{4} \quad \sqrt[4]{\left(\frac{\sqrt{5+2}}{\sqrt{5-2}}\right)^3} \quad \sqrt[4]{\frac{\sqrt{5+2^3}}{\sqrt{5-2^3}}} \quad \frac{\sqrt{5}+\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt{5}-\sqrt[4]{2^3}}$$

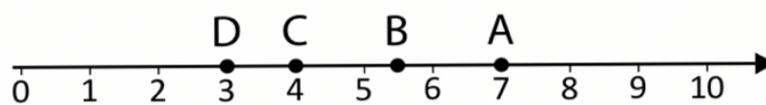
Esercizi di riepilogo sui numeri reali

Quesiti a risposta multipla sui numeri reali

124. Il numero $\sqrt{10}$ è

- A. compreso tra 9 e 11
- B. uguale a 5
- C. compreso tra 3 e 4
- D. uguale a 100

125. Quali dei seguenti punti della linea dei numeri è più vicino a $\sqrt{8}$?



- A. Punto A
- B. Punto B
- C. Punto C
- D. Punto D

126. Di tre numeri reali a , b , c non conosci il valore; sai però la loro posizione sulla retta numerica rappresentata qui sotto.



Basati sulla figura per se ognuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	$-a > c$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	$\frac{1}{c} < b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	$\sqrt{-a} > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	$a + c < b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

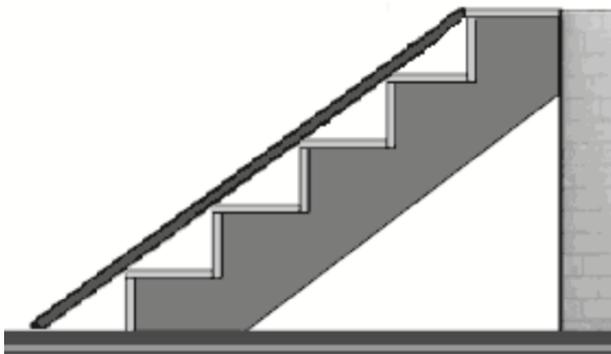
127. Puoi scegliere a piacere un numero reale compreso fra 0 e 1 da sostituire alla lettera a ($0 < a < 1$). Quale fra le seguenti formule è sempre vera?

- A. $a < \sqrt{a} < \frac{1}{a} < a^2$
- B. $\frac{1}{a} < \sqrt{a} < a < a^2$
- C. $a^2 < a < \sqrt{a} < \frac{1}{a}$
- D. $\sqrt{a} < a < a^2 < \frac{1}{a}$

128. Indica quali uguaglianze nella seguente tabella sono vere (V) o false (F)

		V	F
a.	$\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	$\sqrt{3+2} = \sqrt{5}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	$\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2} = 5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	$\sqrt{3^2 + 2^2} = 5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

129. All'entrata di un palazzo c'è una scala con 5 gradini profondi 24 cm e alti 18 cm l'uno, mostrata nella figura qui sotto. Per facilitare l'accesso al palazzo si copre la scala con uno scivolo di legno. Qual è il procedimento corretto per trovare la lunghezza dello scivolo?



- A. $(\sqrt{18^2} + \sqrt{24^2}) \times 5$
- B. $\sqrt{(24+18)^2} \times 5$
- C. $\sqrt{24^2 + 18^2} \times 5$
- D. $\sqrt{(24^2 + 18^2)} \times 5$

Quesiti a risposta aperta sui numeri reali

130. A partire dai simboli assegnati qui sotto risolvi i quesiti seguenti.

$$-1 \quad \sqrt{-1} \quad -\sqrt{1} \quad \sqrt[3]{-1} \quad -\sqrt{-1} \quad \sqrt{\frac{25}{9}} \quad -\frac{3}{2} \quad \frac{5}{3} \quad \sqrt{2} \quad \sqrt{8}$$

- Quali simboli rappresentano numeri reali? _____
- Disegna un solo diagramma per rappresentare gli insiemi N, Z, Q, R; inserisci nel diagramma i numeri reali dati.
- Rappresenta sulla retta i numeri reali dati, scegliendo l'unità di misura più opportuna.
- Scrivi in forma decimale i numeri reali dati, arrotondandoli con due cifre dopo la virgola, se è necessario; fra i numeri reali dati scegli quelli descritti esattamente da un numero decimale finito, motivando la scelta.
- Spiega che cosa significa la frase “Due numeri sono opposti”; scrivi e rappresenta sulla retta gli opposti degli ultimi quattro numeri assegnati.
- Scrivi qui sotto in ordine crescente tutti i numeri reali rappresentati sulla retta.

131. A partire dai simboli assegnati qui sotto risolvi i quesiti seguenti

$$\frac{5}{2} \quad -\frac{7}{3} \quad \sqrt{5} \quad \sqrt{20} \quad \sqrt{\frac{25}{4}} \quad \sqrt[3]{-8} \quad \sqrt{-4} \quad -\sqrt{4} \quad -\sqrt{-4} \quad -2$$

- Quali simboli rappresentano numeri reali? _____
- Disegna un solo diagramma per rappresentare gli insiemi N, Z, Q, R; inserisci nel diagramma i numeri reali dati.
- Rappresenta sulla retta i numeri reali dati, scegliendo l'unità di misura più opportuna.
- Scrivi in forma decimale i numeri reali dati, arrotondandoli con due cifre dopo la virgola, se è necessario; fra i numeri reali dati scegli quelli descritti esattamente da un numero decimale finito, motivando la scelta.
- Spiega che cosa significa la frase “Due numeri sono opposti”; scrivi e rappresenta sulla retta gli opposti degli ultimi quattro numeri assegnati.
- Scrivi qui sotto in ordine crescente tutti i numeri reali rappresentati sulla retta.

Quesiti a risposta aperta sui numeri reali, anche con l'uso della calcolatrice

132. Esamina le espressioni assegnate qui sotto e, a partire da ogni espressione, risolvi i quesiti seguenti

$$2 + \frac{7}{3}$$

$$2 + \frac{7}{3}$$

$$\sqrt{(2+3)^2} - \sqrt{2^2 + 3^2}$$

- Determina il risultato di ogni espressione con il calcolatore tascabile e scrivilo arrotondato con due cifre dopo la virgola, se è necessario.
- Scrivi la sequenza di tasti utilizzata per eseguire il calcolo.
- Determina il risultato con carta e penna, cioè solo con frazioni e radicali.
- Quali risultati sono esatti e quali approssimati? Motiva la risposta.

133. Esamina le espressioni assegnate qui sotto e, a partire da ogni espressione, risolvi i quesiti seguenti

$$2 - \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{2 - \frac{5}{6}}$$

$$\frac{\sqrt{(6-3)^2}}{\sqrt{6^2 - 3^2}}$$

- Determina il risultato di ogni espressione con il calcolatore tascabile e scrivilo arrotondato con due cifre dopo la virgola, se è necessario.
- Scrivi la sequenza di tasti utilizzata per eseguire il calcolo.
- Determina il risultato con carta e penna, cioè solo con frazioni e radicali.
- Quali risultati sono esatti e quali approssimati? Motiva la risposta.

134. Esamina le espressioni assegnate qui sotto e, a partire da ogni espressione, risolvi i quesiti seguenti

$$\frac{3}{4} + 1$$

$$\frac{9}{4} - \frac{7}{6}$$

$$\sqrt{(8-3)^2} + \sqrt{8^2 - 3^2}$$

- Determina il risultato di ogni espressione con il calcolatore tascabile e scrivilo arrotondato con due cifre dopo la virgola, se è necessario.
- Scrivi la sequenza di tasti utilizzata per eseguire il calcolo.
- Determina il risultato con carta e penna, cioè solo con frazioni e radicali.
- Quali risultati sono esatti e quali approssimati? Motiva la risposta.