

## Dimostrare che $\sqrt{2}$ è irrazionale

1. Studia i ragionamenti esposti qui sotto.

<b>Perché <math>\sqrt{2}</math> è irrazionale?</b>	
<b>I. Tentativi con esempi numerici</b> <i>Tutte le frazioni scelte negli esempi sono ridotte ai minimi termini, cioè hanno i termini senza fattori comuni</i>	
<p>Può essere <math>\sqrt{2} = \frac{7}{5}</math>?</p> <p><b>Verifico se <math>\left(\frac{7}{5}\right)^2</math> può dare 2</b></p> <p>da <math>\left(\frac{7}{5}\right)^2 = 2</math> ricavo <math>\frac{7^2}{5^2} = 2</math></p> <p>e quindi <math>7^2 = 2 \times 5^2</math> <b>FALSA</b></p> <p>perché:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- in <math>2 \cdot 5^2</math> trovo il fattore 2;</li><li>- in <math>7^2</math> <b>non</b> trovo il fattore 2;</li></ul>	<p>Può essere <math>\sqrt{2} = \frac{10}{7}</math>?</p> <p><b>Verifico se <math>\left(\frac{10}{7}\right)^2</math> può dare 2</b></p> <p>da <math>\left(\frac{10}{7}\right)^2 = 2</math> ricavo <math>\frac{(5 \cdot 2)^2}{7^2} = 2</math></p> <p>e quindi <math>2^2 \times 5^2 = 2 \times 7^2</math> <b>FALSA</b></p> <p>perché:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- in <math>2^2 \times 5^2</math> trovo il fattore <math>2^2 = 4</math>;</li><li>- in <math>2 \cdot 7^2</math> <b>non</b> trovo il fattore 4.</li></ul>
<b>II. Dimostrazione</b>  $\frac{p}{q}$ è una frazione ridotta ai minimi termini, perciò $p$ e $q$ non hanno fattori comuni.	
<p>Può essere <math>\sqrt{2} = \frac{p}{q}</math>?</p> <p><b>Verifico se <math>\left(\frac{p}{q}\right)^2</math> può dare 2</b></p> <p>da <math>\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2</math> ricavo <math>\frac{p^2}{q^2} = 2</math> e quindi <math>p^2 = 2 \cdot q^2</math> <b>FALSA</b></p> <p>Ecco perché.</p> <p>Se scelgo <math>p</math> dispari (ad esempio 7), in <math>p</math> <b>non</b> trovo il fattore 2 e anche <math>p^2</math> è dispari, perciò:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- in <math>p^2</math> <b>non</b> trovo il fattore 2;</li><li>- in <math>2 \cdot q^2</math> trovo il fattore 2.</li></ul> <p>Se scelgo <math>p</math> pari (ad esempio 10), in <math>p</math> trovo il fattore 2 e debbo scegliere <math>q</math> dispari, perciò:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- in <math>p^2</math> trovo il fattore <math>2^2 = 4</math></li><li>- in <math>2 \cdot q^2</math> trovo il fattore 2, ma non il fattore 4.</li></ul>	

2. Modifica i ragionamenti precedenti per spiegare perché è irrazionale  $\sqrt{3}$

3. Modifica i ragionamenti precedenti per spiegare perché è irrazionale  $\sqrt[3]{2}$