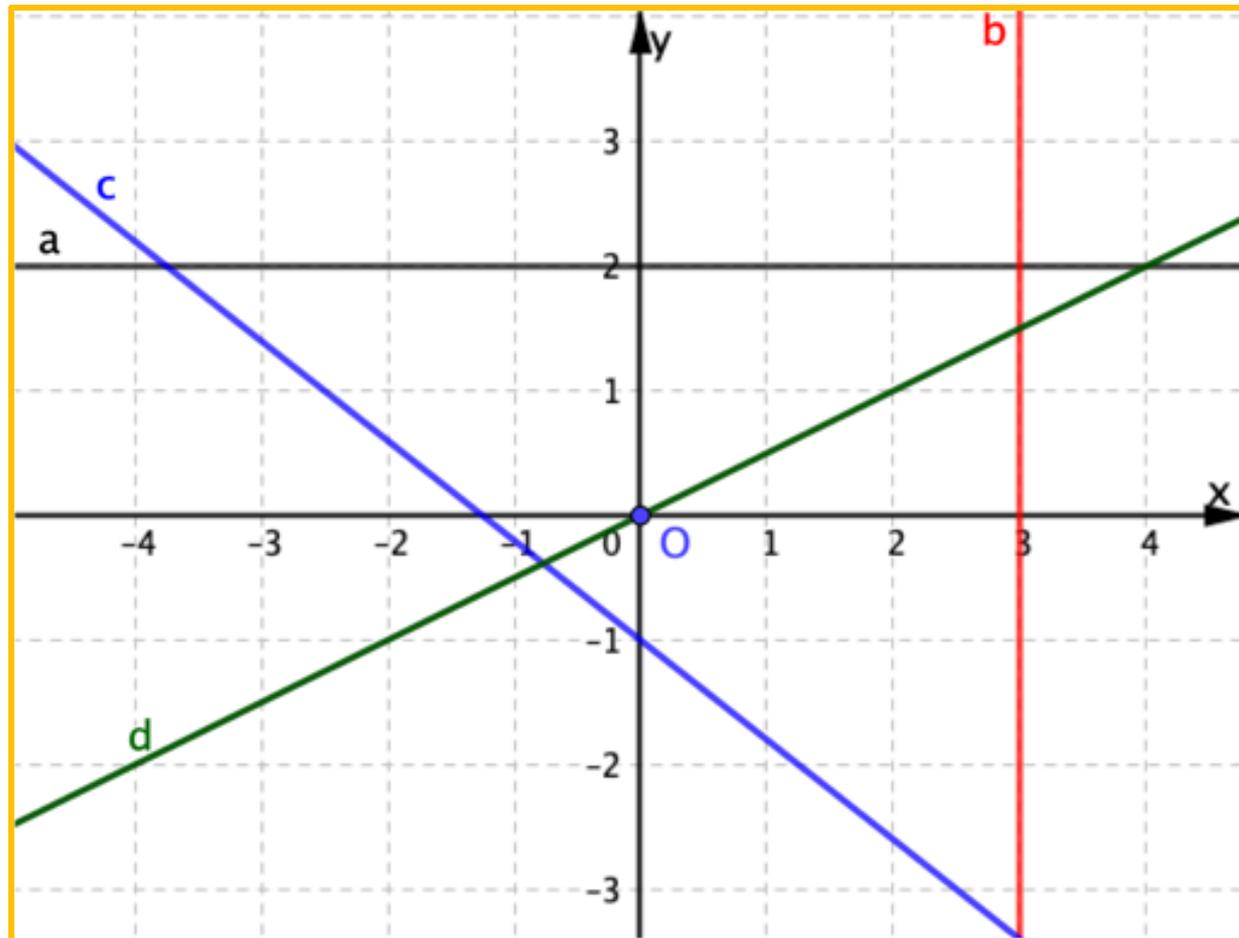


# Rette nel piano cartesiano

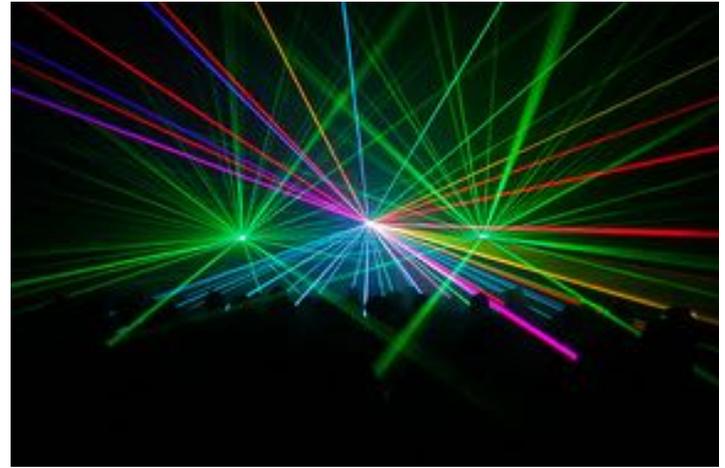
# Rette disegnate sul piano cartesiano

In geometria trovo rette disegnate in tante posizioni diverse e così, anche sul piano cartesiano, ho disegnato varie rette: a, b, c, d.



# Rette sulla Terra e in cielo

**Pensate di trovare le rette soltanto in matematica?**



# Osservare una retta sul piano cartesiano

La scia di un aereo fa pensare ad una retta generata da un punto  $P$  che 'va dritto senza curvare'.

In un primo caso la scia è una retta  $r$  parallela all'asse  $x$ .

Un punto  $P$  si muove sul piano e ha lasciato come scia proprio la retta  $r$ .



# Equazione della retta $r$ parallela all'asse $x$

Il punto  $P$  si muove sul piano cartesiano, perciò le sue coordinate variano. Indico le coordinate variabili con le lettere  $(x, y)$ .



Osservo le coordinate di  $P$  e noto che:

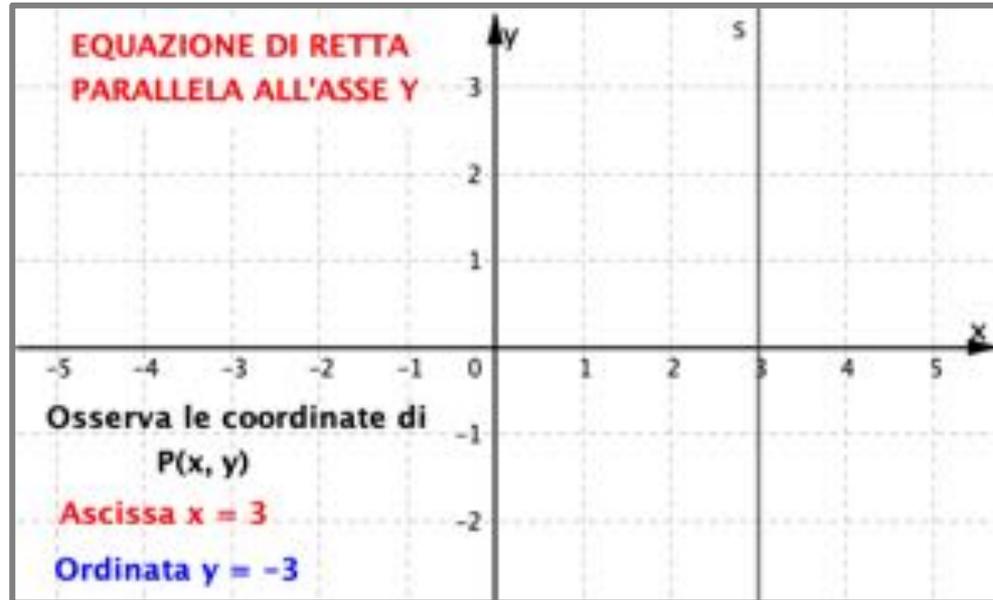
- l'ascissa  $x$  varia durante il movimento;
- invece, l'ordinata  $y$  rimane sempre uguale a 2.

Traduco l'osservazione nel linguaggio matematico:

$$\text{La retta } r \text{ ha equazione } y = 2$$

# Equazione di una retta parallela all'asse $y$

Qui sotto, P ha lasciato come scia la retta  $s$  parallela all'asse  $y$ .



Osservo le coordinate di P e noto che:

- l'ascissa  $x$  rimane sempre uguale a 3;
- l'ordinata  $y$  varia durante il movimento.

Traduco l'osservazione nel linguaggio matematico:

**La retta  $s$  ha equazione  $x = 3$**

# Una retta che non è parallela a uno degli assi

In questa terza animazione, la retta  $t$  non è parallela ad uno degli assi cartesiani.

Ora l'ascissa  $x$  e l'ordinata  $y$  di  $P$  cambiano, eppure qualcosa obbliga  $P$  ad andare dritto proprio sulla retta.

Come trovo l'equazione della retta  $t$ ?



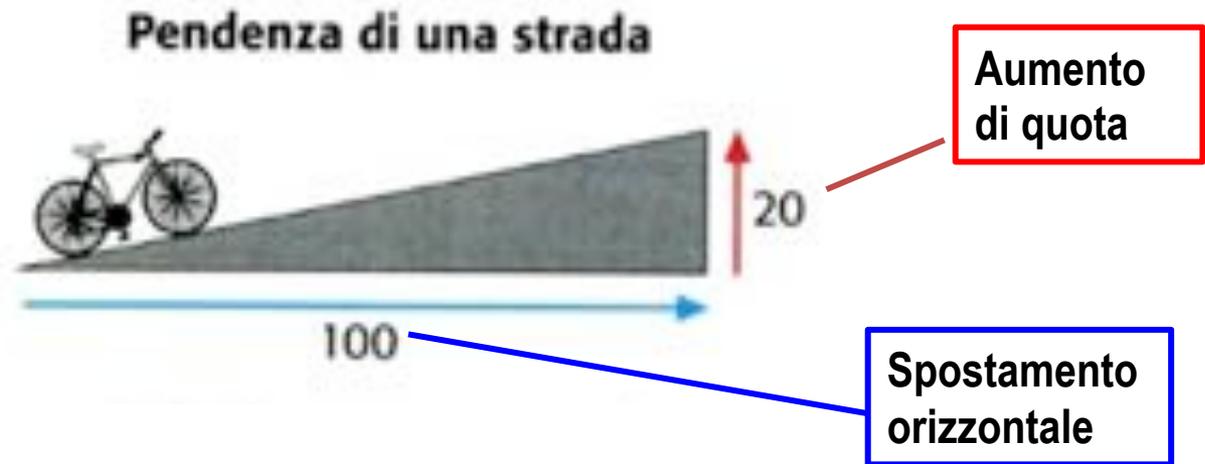
# Pensare una retta come una strada

Ora conviene pensare la retta come una lunga strada da percorrere. Nella realtà trovo una caratteristica che descrive 'il percorso dritto su una strada': è *la pendenza*.



# Pendenza di una strada nella realtà

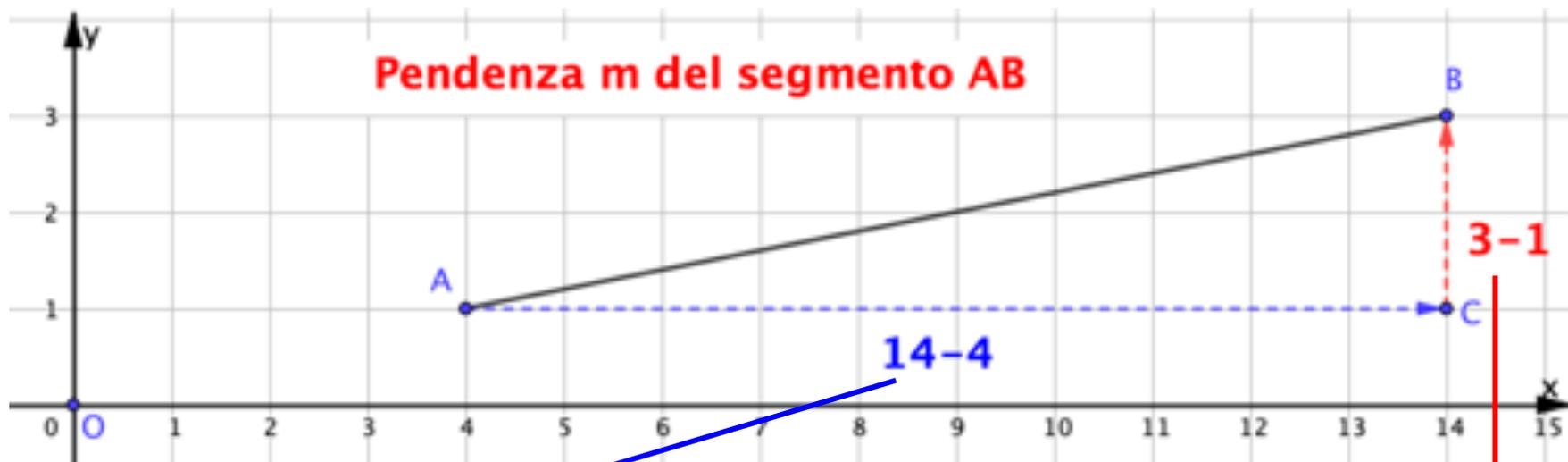
Ecco come trovo la pendenza di un tratto di strada.



$$\text{Pendenza} = \frac{20}{100} = 20\%$$

# Pendenza di un segmento nel piano cartesiano

Con un procedimento analogo trovo la pendenza  $m$  di un segmento  $AB$  nel piano cartesiano.



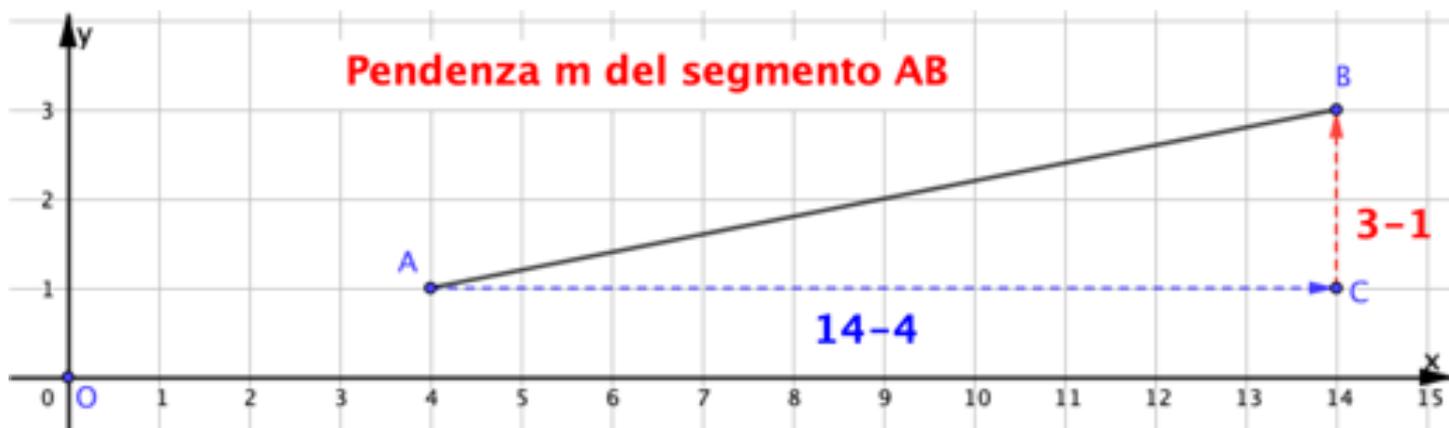
Aumento  
di ascissa

$A(4, 1)$  e  $B(14, 3)$

Aumento  
di ordinata

$$\text{Pendenza } m = \frac{3 - 1}{14 - 4} = \frac{2}{10} = 0,2$$

# Calcolare la pendenza di un segmento

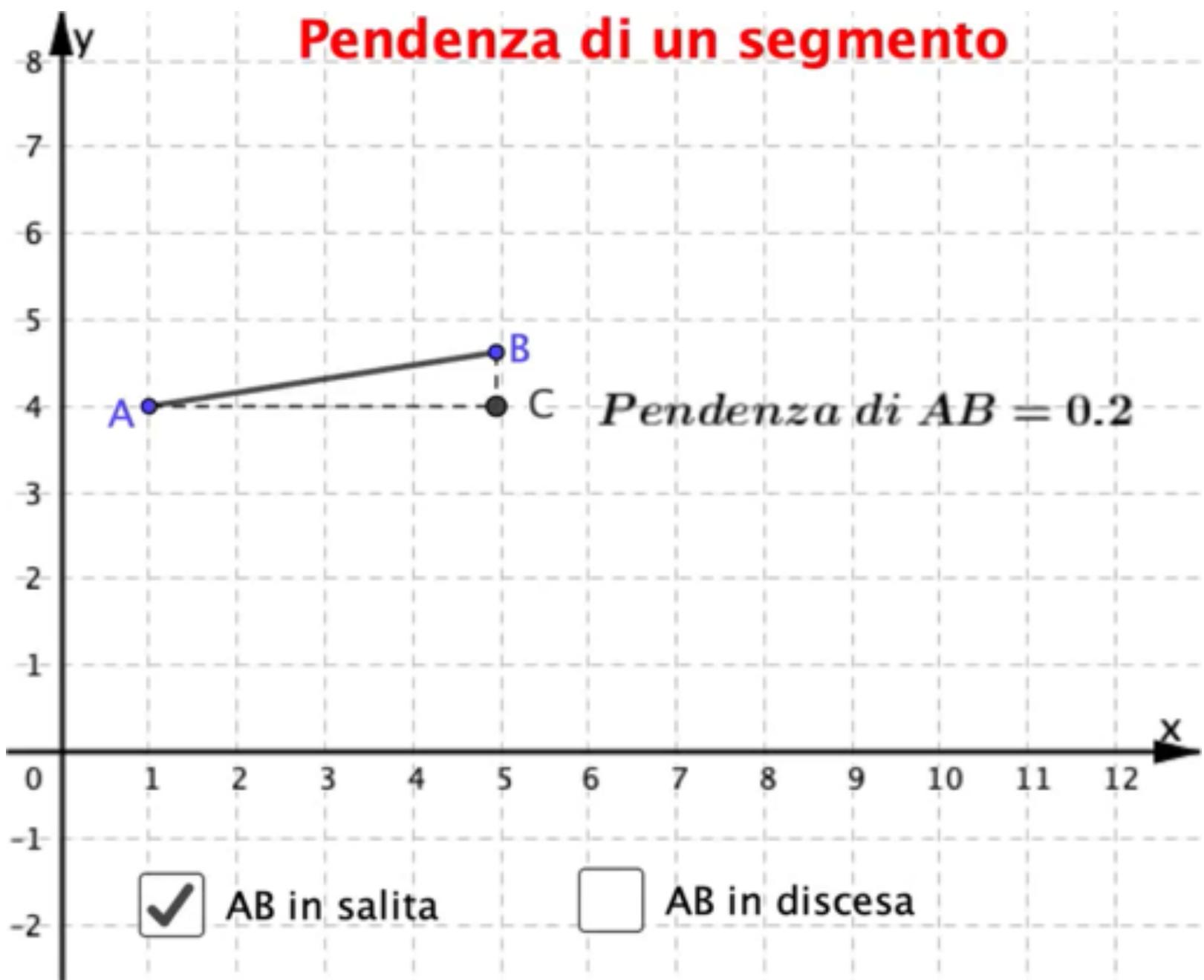


$$\text{Pendenza } m = \frac{3 - 1}{14 - 4} = \frac{2}{10} = 0,2$$

Nel calcolo della pendenza di un segmento:

- penso il segmento come un tratto di strada a senso unico che percorro da sinistra verso destra;
- compaiono **aumenti di ordinata e di ascissa**, **non** lunghezze di segmenti;
- trovo le situazioni illustrate nel video seguente.

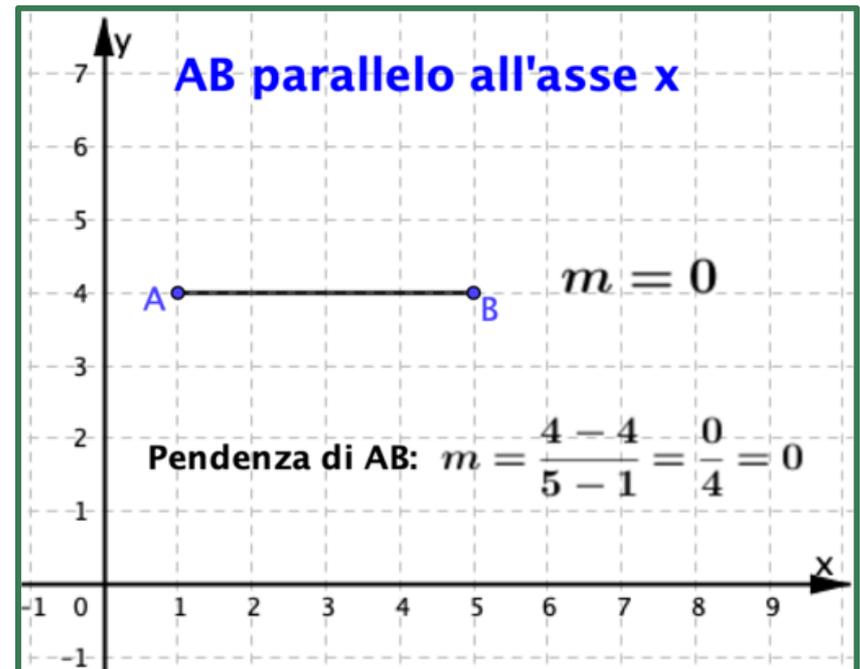
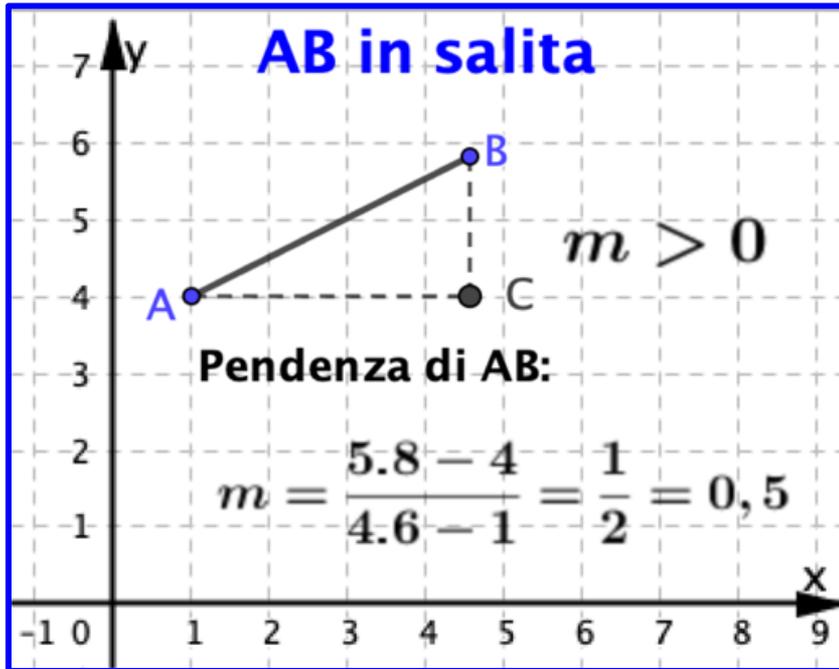
# Pendenza di un segmento



# La pendenza di un segmento

## Conclusioni del video

Per la pendenza di un segmento trovo i casi seguenti, vicini alle esperienze comuni sulla pendenza di una strada.



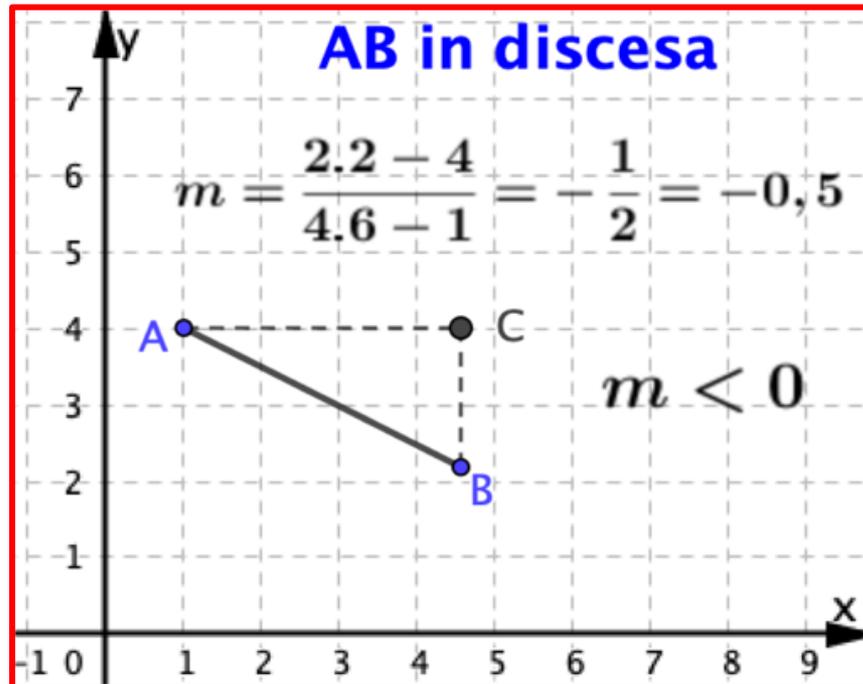
Anche nei cartelli stradali la pendenza è positiva, ma qui è espressa da una frazione o da un decimale

Cammino, ma rimango alla stessa quota: la strada ha **pendenza 0**.

# La pendenza di un segmento

## Conclusioni del video

Per la pendenza di un segmento trovo poi il caso seguente, più lontano alle esperienze comuni sulla pendenza di una strada.

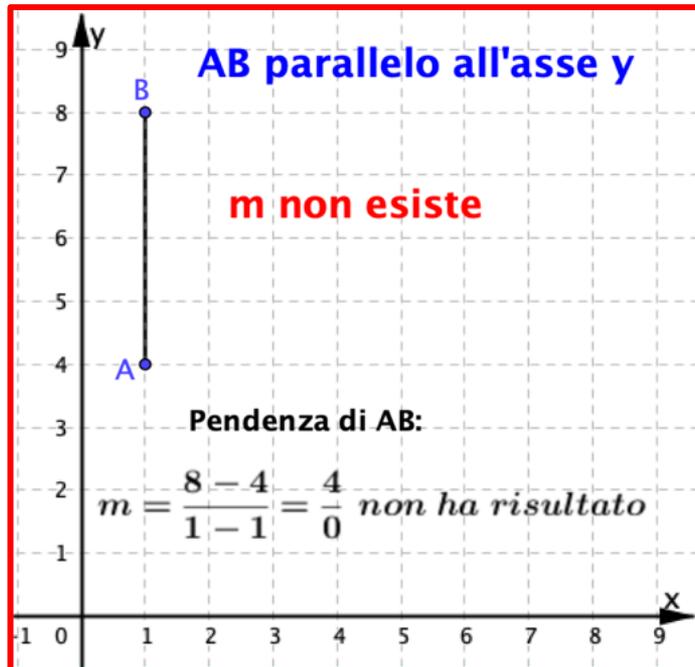


Nell'esperienza comune la pendenza rimane positiva, anche in discesa. Invece, in matematica, **un segmento 'in discesa' ha pendenza negativa.**

# La pendenza di un segmento

## Conclusioni del video

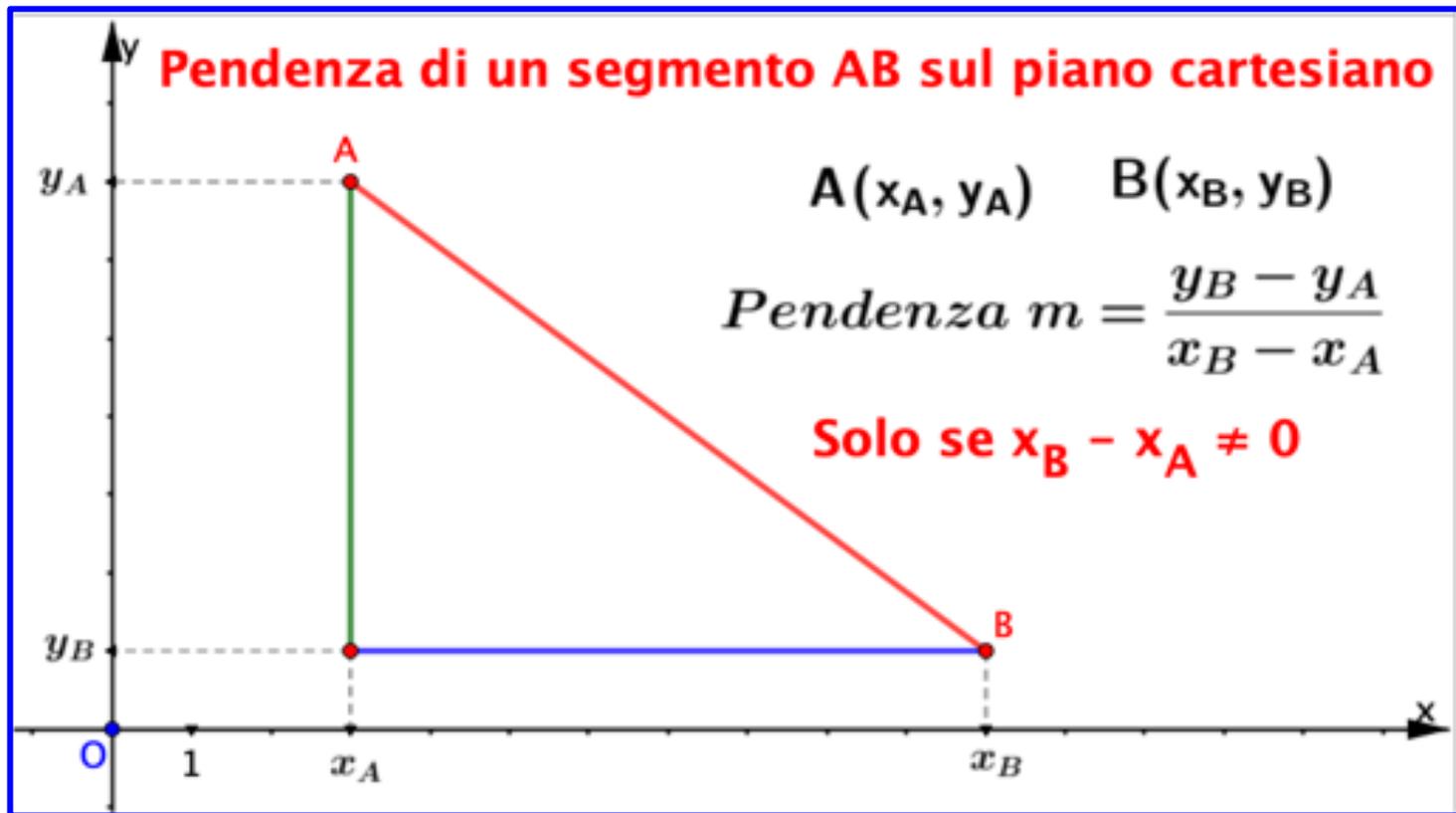
L'ultimo caso è lontano dalle esperienze sulla pendenza di una strada e obbliga a ricordare che **'non esiste il risultato della divisione per 0'**



**Chi pensa di valutare la pendenza di una parete verticale?**

# La pendenza di un segmento AB

Ho trovato un procedimento generale per calcolare la pendenza di un segmento AB, a partire dalle coordinate di A e di B.



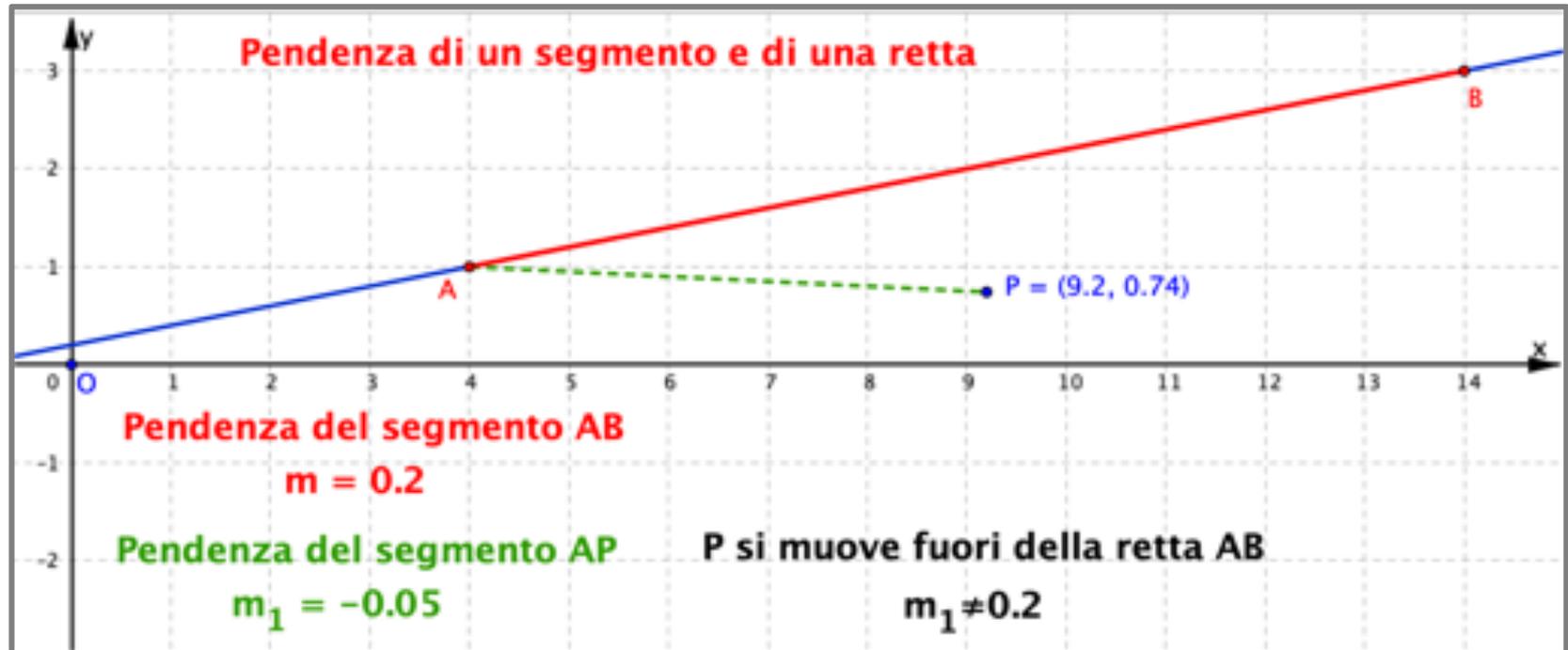
# Perché la pendenza di un segmento è collegata all'equazione di una retta?



## Video 2

# Un punto P si muove fuori della retta AB

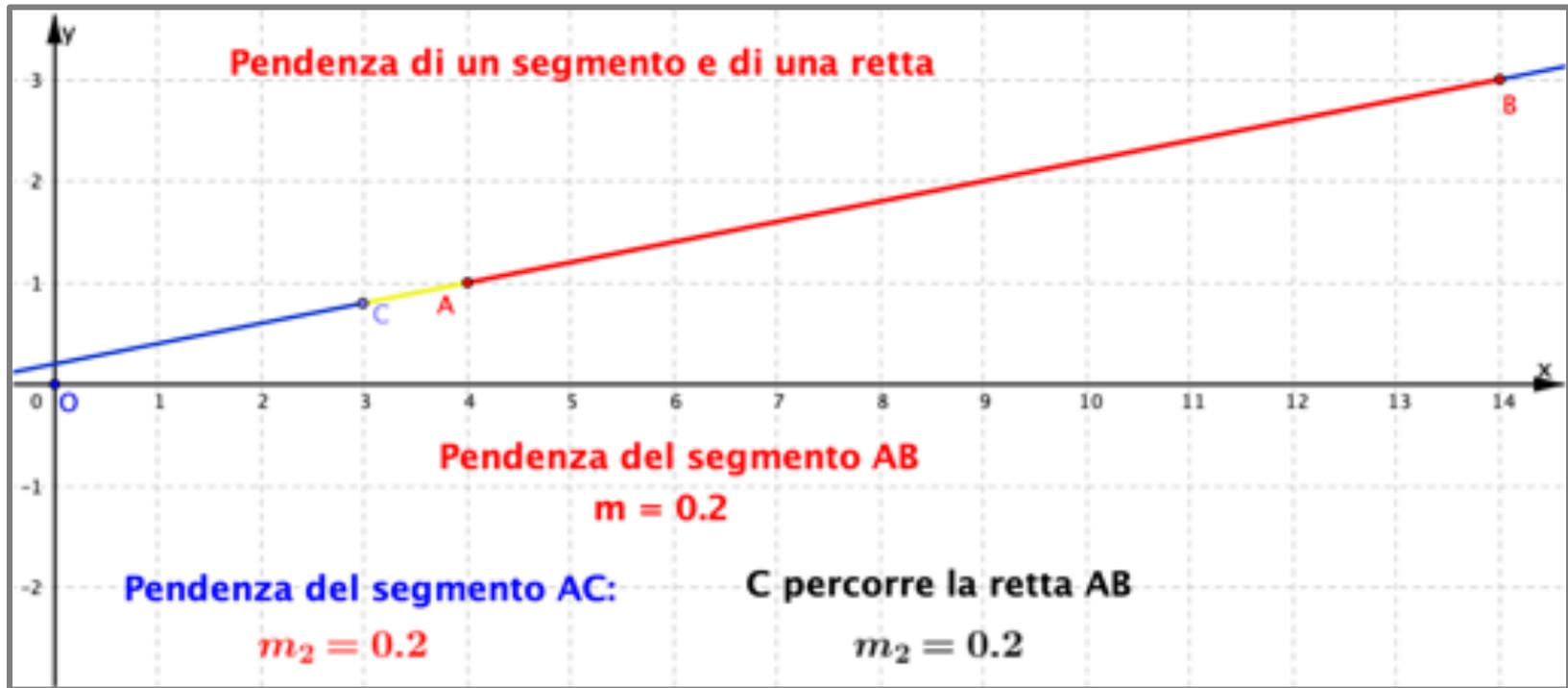
## Conclusione 1 del video



Osservo un punto **P** che si muove **fuori della retta AB**:  
Mentre P si muove, il segmento **AP** ha una pendenza diversa da **0,2**, che è la pendenza del segmento AB.

# Un punto C percorre la retta AB

## Conclusione 2 del video



Osservo un punto **C** che **percorre la retta AB** e trovo che:  
Mentre **C** percorre la retta t, il segmento **AC** ha la stessa  
pendenza **0,2** del segmento **AB**.

# La pendenza di una retta

Capisco ora come stabilire se un punto  $C(x, y)$  percorre proprio la retta  $t$  che passa per  $A$  e  $B$ :  
**controllo se la pendenza di  $AC$  si mantiene uguale alla pendenza  $0,2$  del segmento  $AB$ .**

Questa idea:

- fa capire che  **$0,2$**  è la pendenza di tutti i segmenti disegnati sulla retta  $AB$ ;
- porta a dire che  **$0,2$  è la pendenza della retta  $AB$** ;
- dà un procedimento per trovare l'equazione della retta  $AB$ .

# Attività

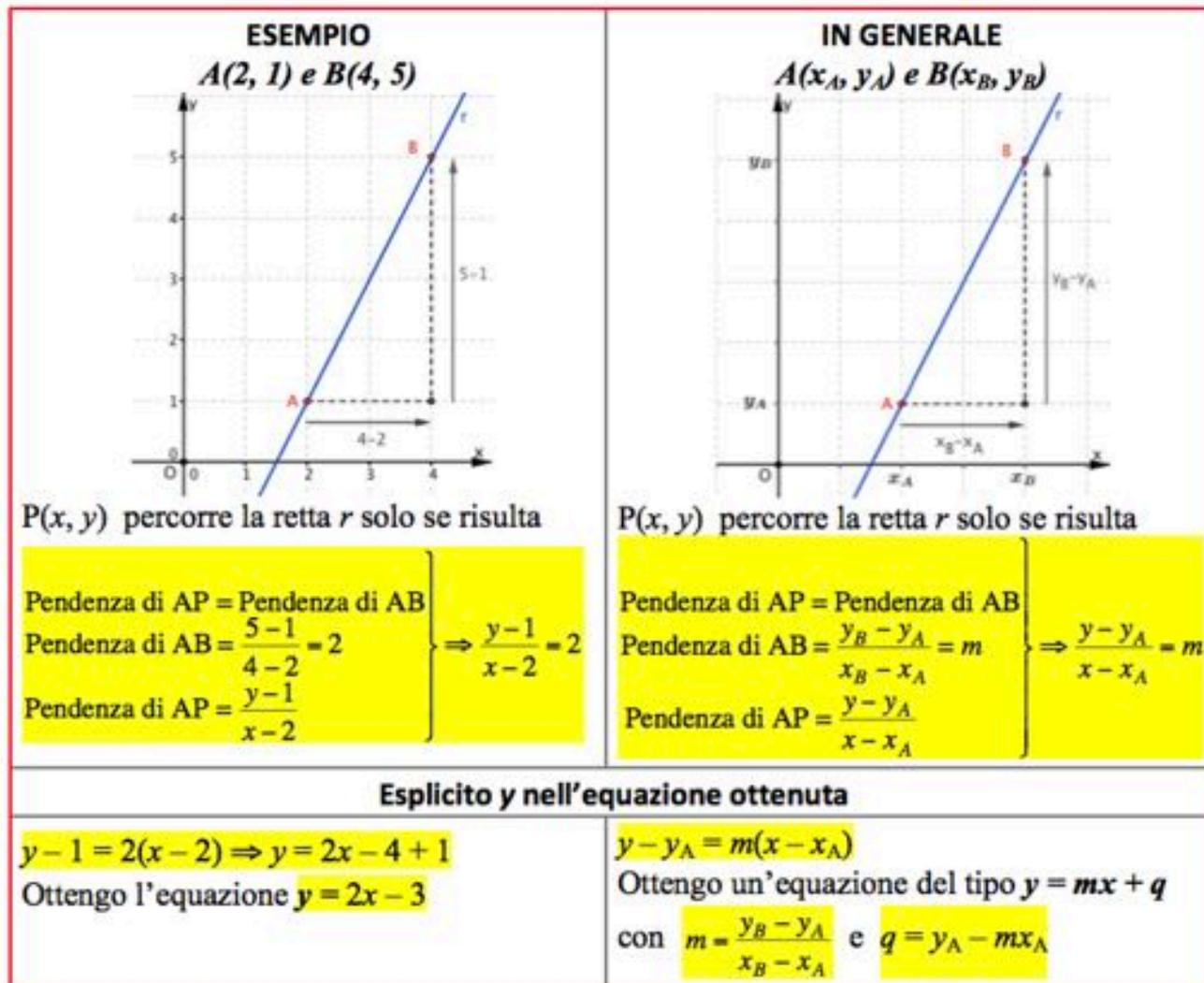
**Come trovare un'equazione che 'obbliga' un punto  $P$  a percorrere proprio la retta che passa per due dati punti  $A$  e  $B$ ?**

**Completa la scheda che ti guida a rispondere alla domanda.**

# Che cosa hai trovato

# Equazione della retta per due punti

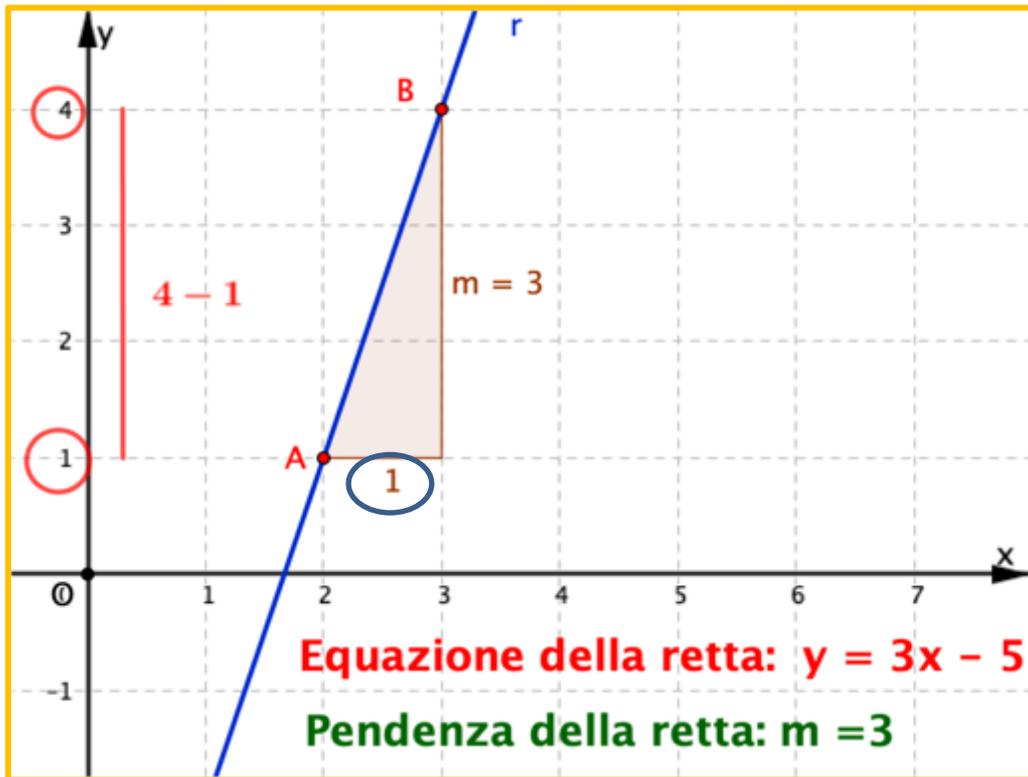
## Quesito 1



# Equazione della retta per due punti

## Quesito 2

Retta per A(2,1) e B(3, 4)



‘Vedo’ sul grafico la pendenza  $m = 3$ .

$$m = \frac{3}{1} = 3$$

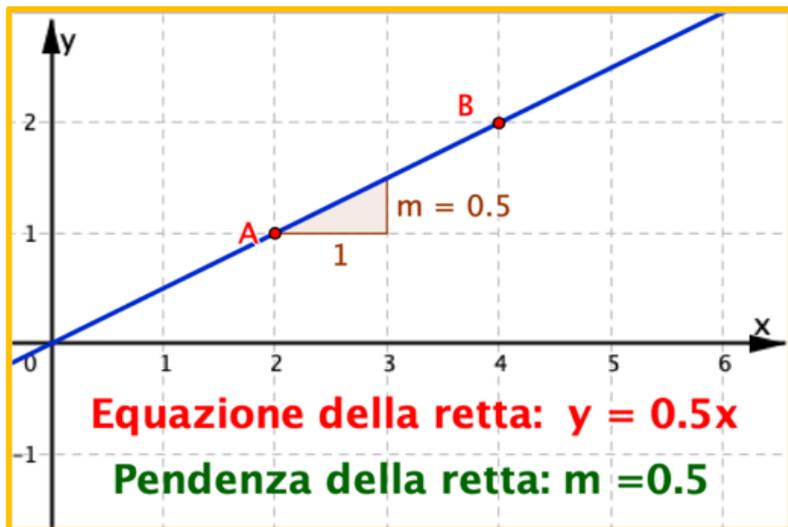
$m = 3 > 0$   
Retta ‘in salita’

# Equazione della retta per due punti

## Quesito 2

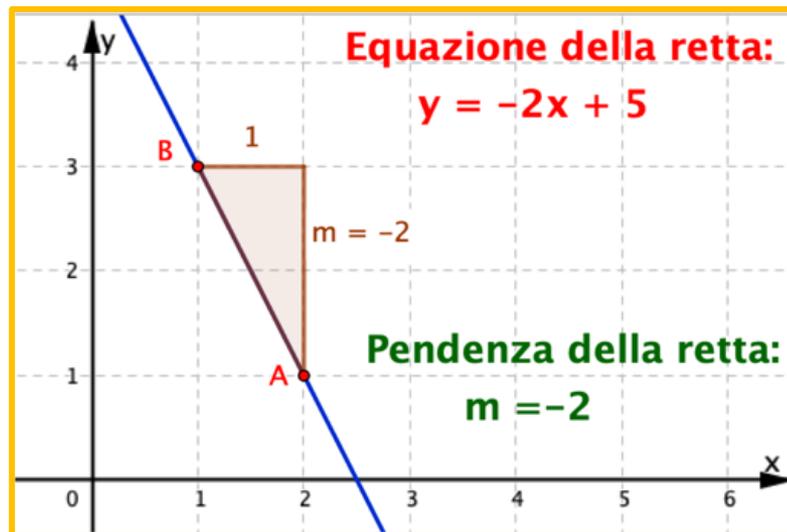
E procedo allo stesso modo per le altre rette

Retta per A(2,1) e B(4, 2)



$m = 0,5 > 0$   
Retta 'in salita'

Retta per A(2,1) e B(1, 3)



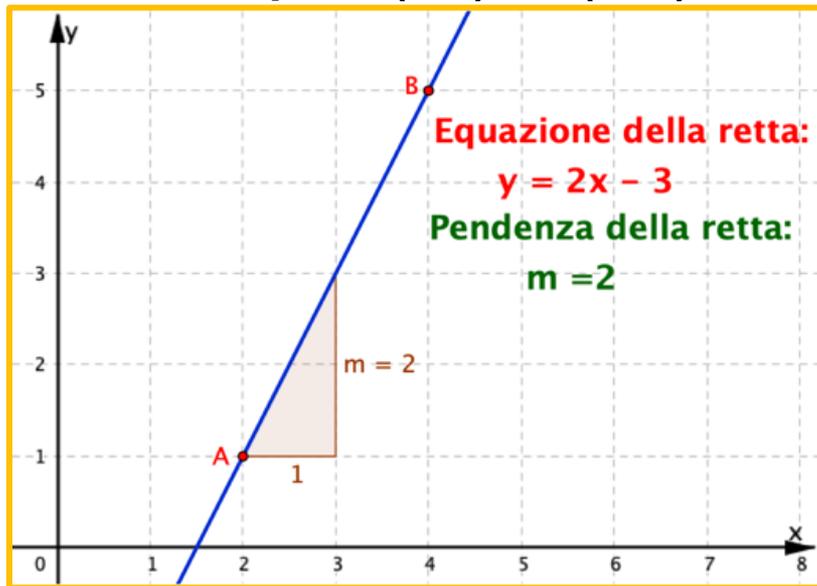
$m = -2 < 0$   
Retta 'in discesa'

# Equazione della retta per due punti

## Quesito 2

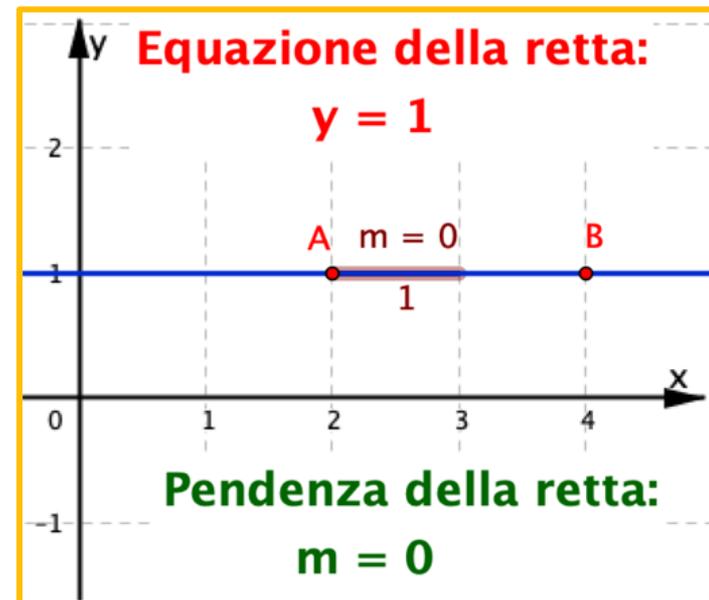
E continuo con le altre rette

Retta per A(2,1) e B(4, 5)



$m = 2 > 0$   
Retta 'in salita'

Retta per A(2,1) e B(4, 1)



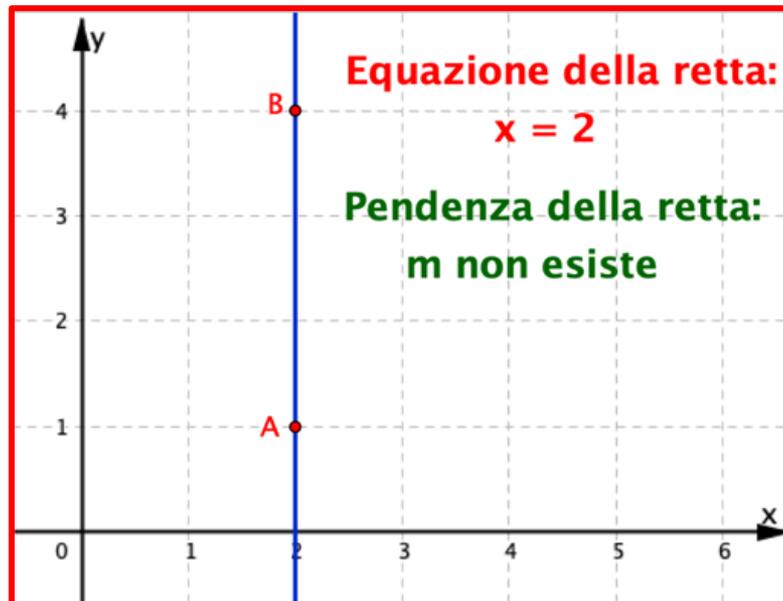
$m = 0$   
Retta parallela all'asse x

# Equazione della retta per due punti

## Quesito 2

E concludo con l'ultima retta

Retta per A(2,1) e B(2, 4)



**$m$  non esiste**  
**Retta parallela all'asse y**

# Equazione della retta per due punti

## Quesiti 3 e 4

3. Cosa puoi dire del procedimento descritto nel quesito 1, se i punti A e B hanno la stessa ordinata  $q$ ?  
Il procedimento resta valido: la retta ha pendenza  $m = 0$ , perciò trovo un'equazione del tipo  $y = q$
4. Cosa puoi dire del procedimento descritto nel quesito 1, se i punti A e B hanno la stessa ascissa  $k$ ?  
Non posso applicare il procedimento perché non esiste la pendenza della retta. Però scrivo l'equazione  $x = k$  per dire che tutti i punti della retta hanno ascissa  $k$ .

# Equazione della retta per due punti

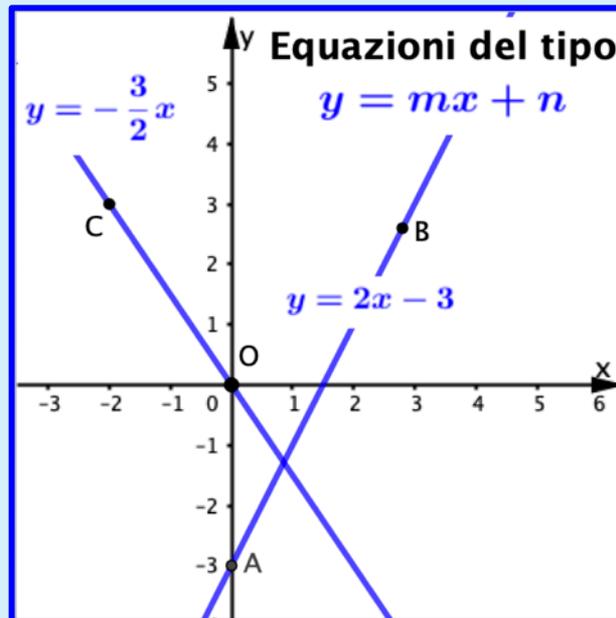
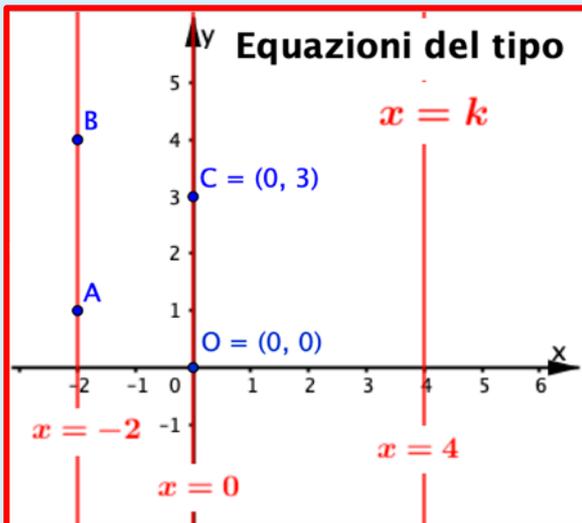
**Una conclusione di carattere generale**

L'equazione della retta che passa per due dati punti  $A(x_A, y_A)$  e  $B(x_B, y_B)$  si scrive in una delle forme seguenti:

$$x = k \quad \text{se } x_A = x_B = k$$

$$y = mx + q \quad \text{se } x_A \neq x_B$$

## ESEMPI



# Riflessioni sull'equazione di una retta

Ora posso trovare anche l'equazione della retta  $t$  incontrata all'inizio di questa lezione.

La retta passa per  $A(4, 1)$  e  $B(14, 3)$ .

La pendenza  $m$  di  $AB$  è data da:

$$m = \frac{3 - 1}{14 - 4} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

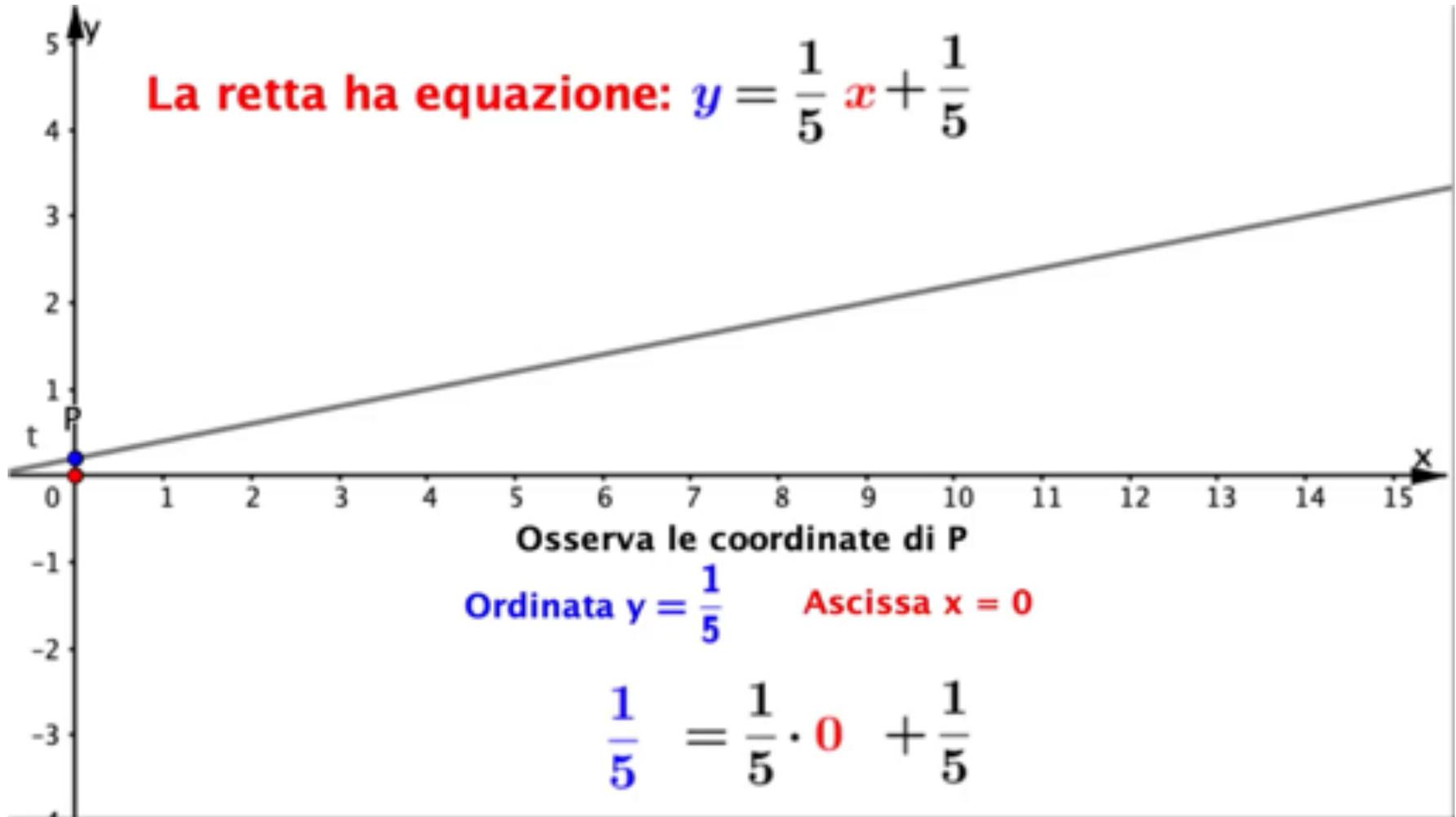
Penso ad un punto  $P(x, y)$  che percorre la retta solo se  $AP$  e  $AB$  hanno la stessa pendenza. Traduco in formule.

Pendenza di  $AP$   $\frac{y-1}{x-4} = \frac{1}{5}$

Esplicito  $y$  e ottengo l'equazione:  $y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$

L'ultima formula è più agevole da leggere; ma che cosa significa per un punto  $P(x, y)$  del piano cartesiano?

# Significato dell'equazione di una retta



Video 3

# Significato dell'equazione di una retta

## Una conclusione del video

L'equazione  $y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$  è uno strumento notevole.

Le variabili  $x$  e  $y$  permettono di ottenere le coordinate di tutti i punti che compongono una retta: un elenco di infiniti punti racchiuso in una formula!

$x$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	...	100	...
$y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5} = 0,2$	$\frac{3}{10} = 0,3$	$\frac{2}{5} = 0,4$		$\frac{101}{5} = 20,2$	