

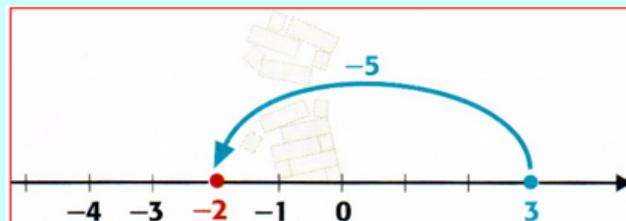
Calcoli con numeri decimali e approssimazioni

Dai numeri naturali alle frazioni

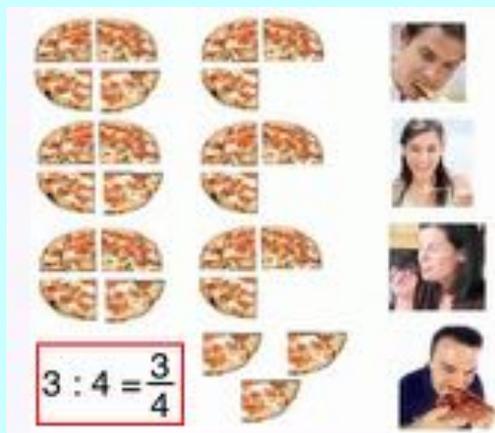


I numeri naturali sono i primi numeri che hai incontrato, quando hai cominciato a contare con le dita.

Ma vuoi eseguire tutte le sottrazioni.
Perciò hai bisogno dei numeri interi.



Poi vuoi eseguire tutte le divisioni
Perciò hai bisogno delle frazioni.



Perché uso i numeri decimali?

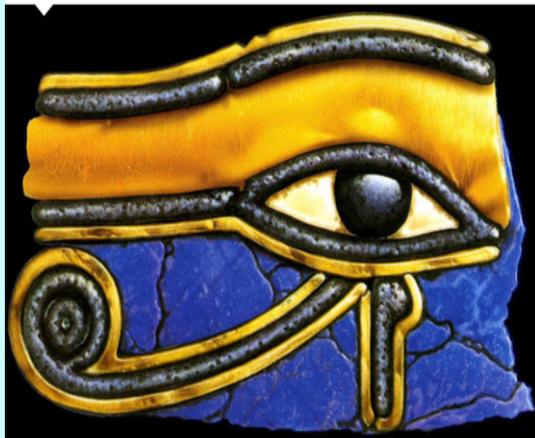
Perché eseguo i calcoli con i numeri decimali con gli stessi procedimenti già seguiti per i numeri interi, con un'unica diversità: stabilire la posizione della virgola nel risultato.

$$\begin{array}{r} 125 + \\ 64 = \\ \hline 189 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,25 + \\ 0,64 = \\ \hline 1,89 \end{array}$$

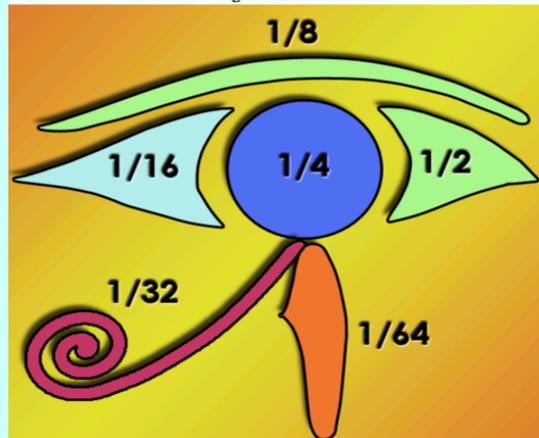
I decimali sono più antichi delle frazioni?

NO

Già gli antichi Egizi usavano le frazioni. Invece i numeri decimali si diffondono in Europa alla fine del 1500 ad opera dell'ingegnere fiammingo Simon Stevin, più noto come Stevino.



Occhio di Horus, legato alle frazioni nell'antico Egitto



Simon Stevin, Olanda
1548 - 1620

La scrittura dei numeri decimali

Numero decimale	Si legge	Ottenuto dividendo l'unità in
0,1	Un decimo	10 parti uguali
0,01	Un centesimo	100 parti uguali
0,001	Un millesimo	1000 parti uguali
0,0001	Un decimillesimo	10 000 parti uguali

$$3,45 = 3 \times 1 + 4 \times 0,1 + 5 \times 0,01$$

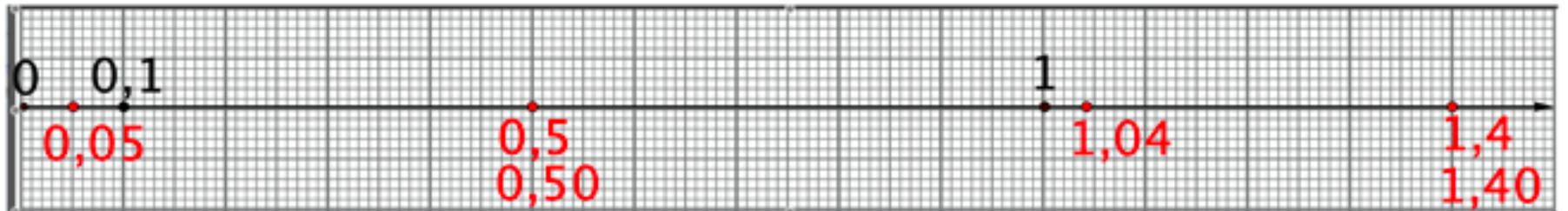
$$4,68 = 4 \times 1 + 6 \times 0,1 + 8 \times 0,01$$

$$9,5 = 9 \times 1 + 5 \times 0,1$$

$$9,50 = 9 \times 1 + 5 \times 0,1 + 0 \times 0,01 = 9,5$$

$$9,05 = 9 \times 1 + 0 \times 0,1 + 5 \times 0,01$$

I numeri decimali sulla retta



$$0,5 = 0,50$$

$$1,4 = 1,40$$

Posso sempre 'tradurre' un numero decimale in frazione

Numero decimale	Procedimento per scrivere la frazione	Frazione
0,1	Divido l'unità in 10 parti uguali e ne prendo 1	$\frac{1}{10}$
0,01	Divido l'unità in 100 parti uguali e ne prendo 1	$\frac{1}{100}$
0,6	$6 \times 0,1 = 6 \cdot \frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$
3,75	$3 \times 1 + 7 \times 0,1 + 5 \times 0,01 = 3 + 7 \cdot \frac{1}{10} + 5 \cdot \frac{1}{100} = \frac{300 + 70 + 5}{100}$	$\frac{375}{100}$

NON posso sempre 'tradurre' una frazione in un numero decimale finito

$\frac{3}{5}$ **calcolo 3 : 5** \rightarrow 0,6

Frazione Numero decimale

$$\begin{array}{r} 30 \\ 0 \end{array} \Bigg| \begin{array}{r} 5 \\ \hline 0,6 \end{array}$$

Resto Quoziente

$\frac{2}{3}$ **calcolo 2 : 3** \rightarrow 0,6666...

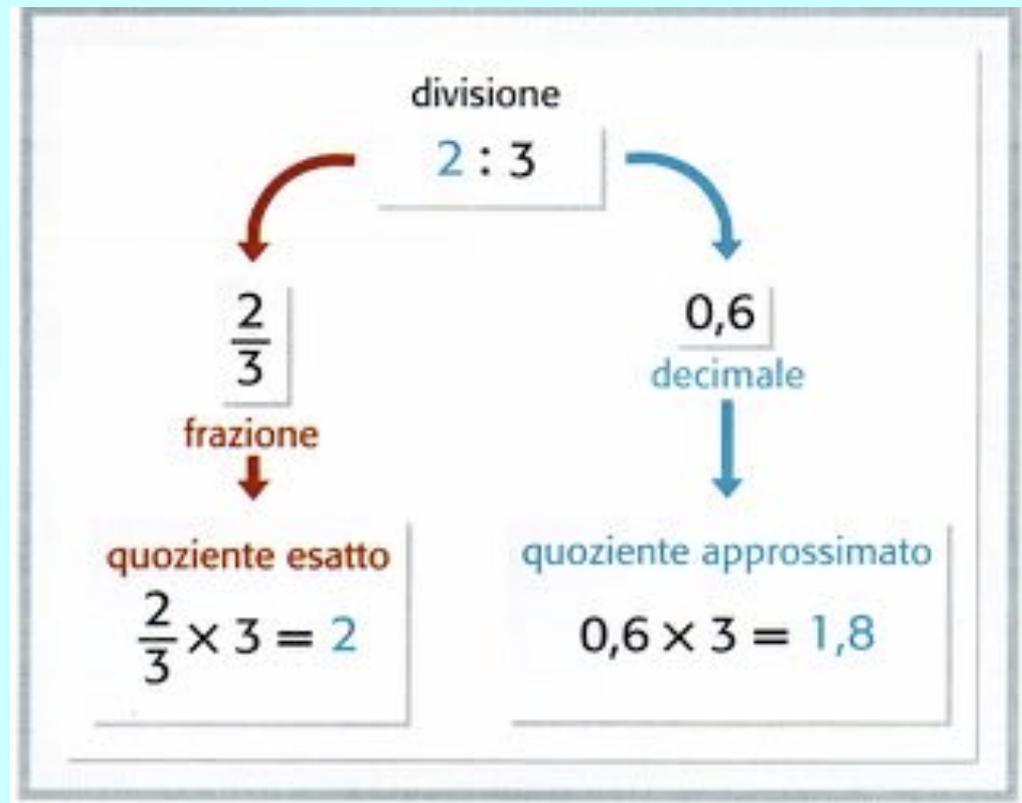
Frazione Numero periodico

periodo

$$\begin{array}{r} 20 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ \vdots \end{array} \Bigg| \begin{array}{r} 3 \\ \hline 0,666... \end{array}$$

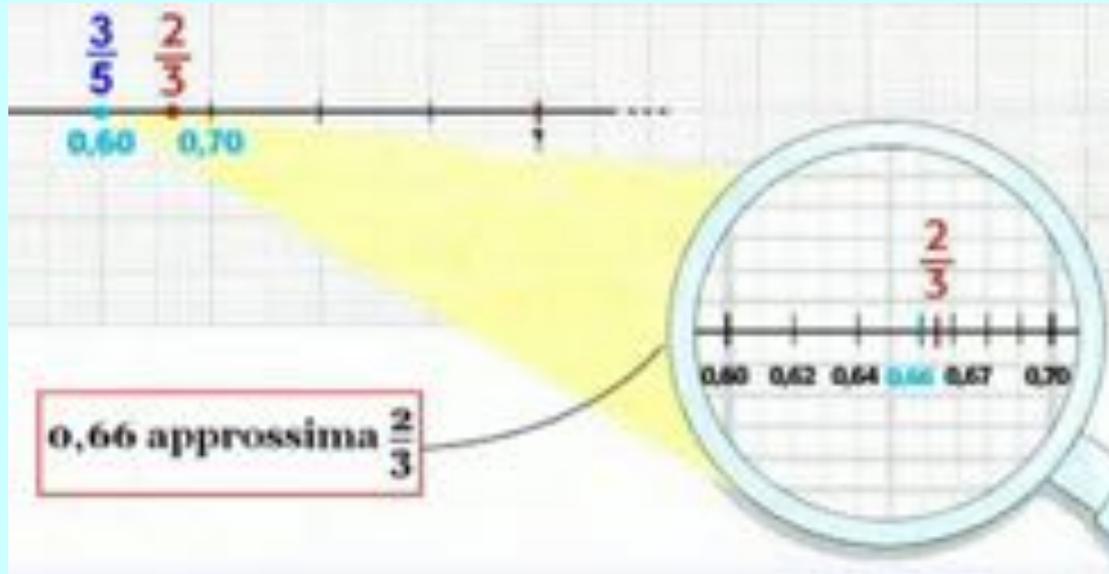
Si ripete 2 nel resto Si ripete 6 nel quoziente

Quoziente esatto e quoziente approssimato



La frazione esprime sempre il quoziente esatto; in alcuni casi il numero decimale non riesce a esprimere con un numero finito di cifre il quoziente esatto.

Quoziente approssimato sulla retta



La frazione esprime sempre il quoziente esatto; in alcuni casi il numero decimale con un numero finito di cifre **approssima** il quoziente esatto.

Per descrivere il risultato di un calcolo

2 : 3

$= \frac{2}{3}$ Risultato **esatto**

$\cong 0,67$ Risultato **approssimato**

NO 0,67 Risultato **approssimativo**

0,23 Risultato **errato o sbagliato**

Calcoli con numeri decimali o con frazioni



E eseguire calcoli è una delle attività matematiche più diffuse da tempi antichi fino a oggi.



E oggi posso eseguire i calcoli a mano o con mezzi di calcolo elettronici.

Mezzi di calcolo elettronici



Calcolatore, Computer,
PC, Portatile



Tablet



App per
cellulare



Calcolatrice,
Tascabile

Calcolatrice o app per cellulare: ti serve una calcolatrice scientifica



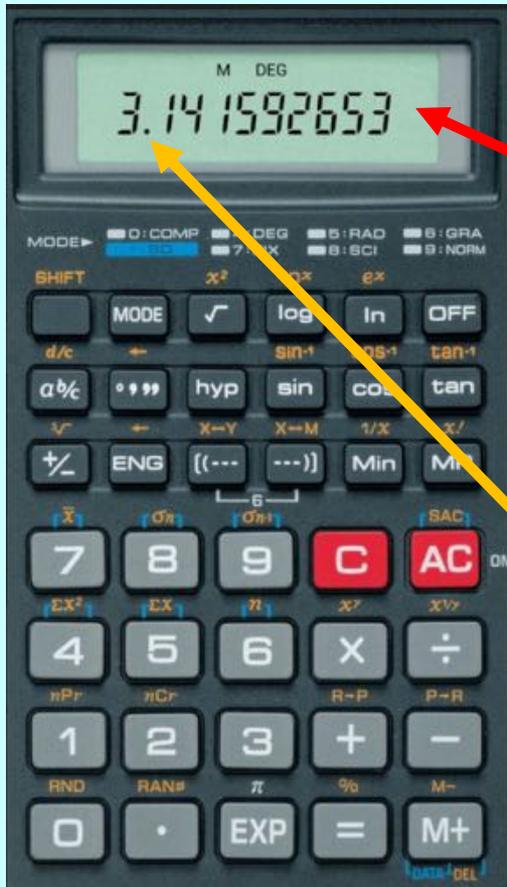
App di calcolatrice
**non scientifica: non
ha le parentesi**

Parentesi

Rad	x!	$\sqrt{\quad}$	C	()	%	\div
sin	cos	tan	7	8	9	\times
ln	log	1/x	4	5	6	-
e^x	x^2	y^x	1	2	3	+
x	π	e	.	0	+/-	=

App di calcolatrice
**scientifica: ha le parentesi
e molte altre funzioni.**

Alcune caratteristiche delle calcolatrici



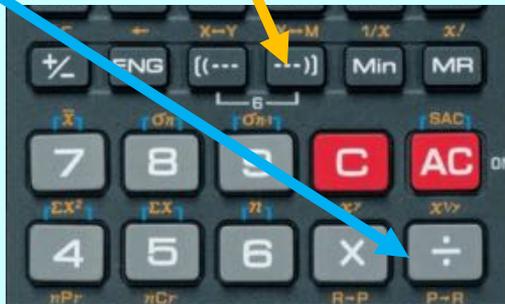
- Il display mostra un numero finito di cifre (da 8 a 15);
- Il numero da mostrare viene approssimato, se ha più cifre di quelle del display;
- Il punto è al posto della virgola.

Calcolo di espressioni frazionarie con calcolatrice o con cellulare + app

Un primo tipo di calcolatrice molto diffuso

A. La calcolatrice non lavora con frazioni, ma solo con numeri decimali finiti.

Perciò non posso inserire un'espressione frazionaria, ma devo riscriverla come divisione, con \div e parentesi.



Divisioni con la calcolatrice

In quali casi la calcolatrice A dà un risultato esatto?

ESEMPI

$$333\ 333\ 333 : 1\ 000\ 000\ 000 = \frac{333333333}{1000000000} = 0,3333333333$$

$10^9 = (2 \times 5)^9$

$$777\ 777\ 777 : 1\ 000\ 000\ 000 = \frac{777777777}{1000000000} = 0,7777777777$$

$10^9 = (2 \times 5)^9$

Denominatore composto solo con 2 o 5

Quoziente decimale finito scritto con 10 cifre

Il quoziente NON è periodico
Il numero di cifre del display è sufficiente

Divisioni con la calcolatrice

Se il risultato è periodico?

ESEMPI

QUOZIENTE PERIODICO

$$5 : 15 = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = 0,33333\dots$$

$3 = 3 \times 1$

$$7 : 9 = \frac{7}{9} = 0,77777\dots$$

$9 = 3^2$

Denominatore NON composto solo con 2 o 5

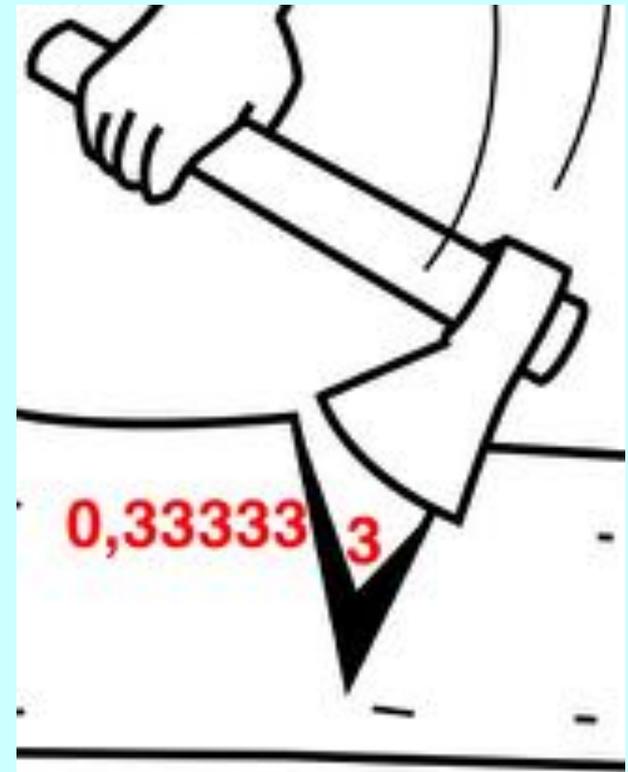
La calcolatrice dà un **RISULTATO APPROSSIMATO**

Come approssima la calcolatrice?

Troncare

Eseguo con la calcolatrice $1 : 3$ e ottengo **0,3333**

Questo è chiaro: sappiamo che il decimale ha infiniti 3 dopo la virgola, ma la calcolatrice può mostrare solo le prime cifre, perciò arresta la divisione quando le ha ottenute tutte. Le cifre successive non sono visualizzate, come se fossero tagliate via, o meglio **troncate**.



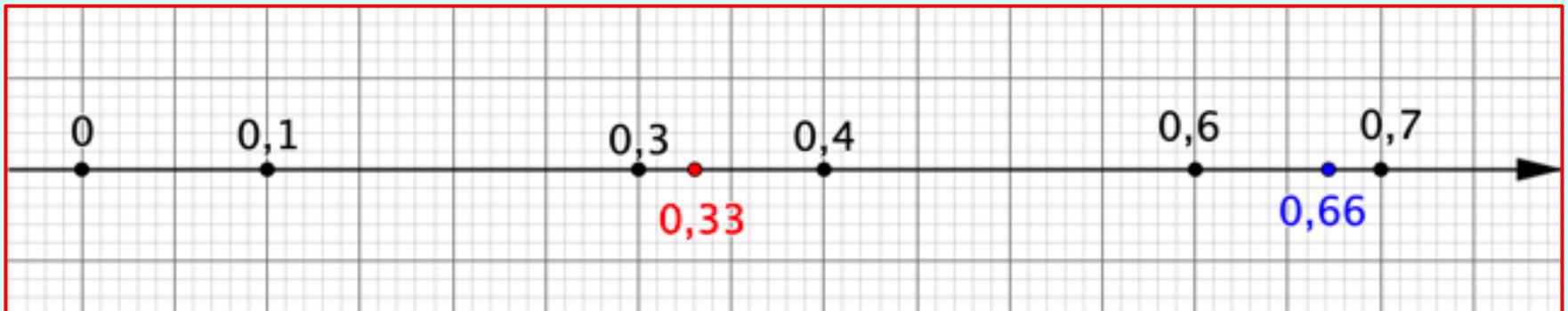
Arrotondare

Eseguo con la calcolatrice $2 : 3$ e ottengo $0,66667$

Questo non è chiaro: sappiamo che il decimale ha infiniti 6 dopo la virgola; non ha nessun 7! **Ecco la spiegazione.**

La calcolatrice ha arrotondato il numero per un motivo facile da capire se **pensiamo di mantenere una sola cifra decimale:**

- $0,66$ è più vicino a $0,70$ che a $0,60$, quindi scrivo $0,7$
- $0,33$ è più vicino a $0,30$ che a $0,40$, quindi scrivo $0,3$.



Troncare e arrotondare

Procedimento per arrotondare un numero decimale

- se la prima cifra da cancellare è 0, 1, 2, 3 o 4, tronco il numero;
- altrimenti tronco il numero, ma aumento di un'unità l'ultima cifra rimasta.

ESEMPI

Divisione	Risultato dato dal tascabile	Risultato con tre cifre decimali	
		TRONCATO	ARROTONDATO
1 : 3	0.3333333333	0,333	0,333
2 : 3	0.6666666666	0.666	0.667
24 : 17	1.411764706	1.411	1.412

Riflessioni sul lavoro svolto

Divisione e approssimazione

Con la divisione incontri un processo di approssimazione.

Puoi scrivere il quoziente in due forme:

- con una frazione;**
- con un numero decimale.**

Solo con una frazione scrivi sempre il quoziente esatto.

Con un numero decimale finito scrivi in alcuni casi il quoziente approssimato, ma con il calcolo 'a mano' puoi decidere a piacere quante cifre dopo la virgola scrivere.

Calcolo di espressioni frazionarie con calcolatrice o con cellulare + app

Un secondo tipo di calcolatrice

B. La calcolatrice lavora anche con le frazioni. Perciò posso inserire espressioni frazionarie e ottenere il risultato scritto con una frazione.

Tasto per inserire frazioni

