

# Dai numeri naturali ai numeri interi

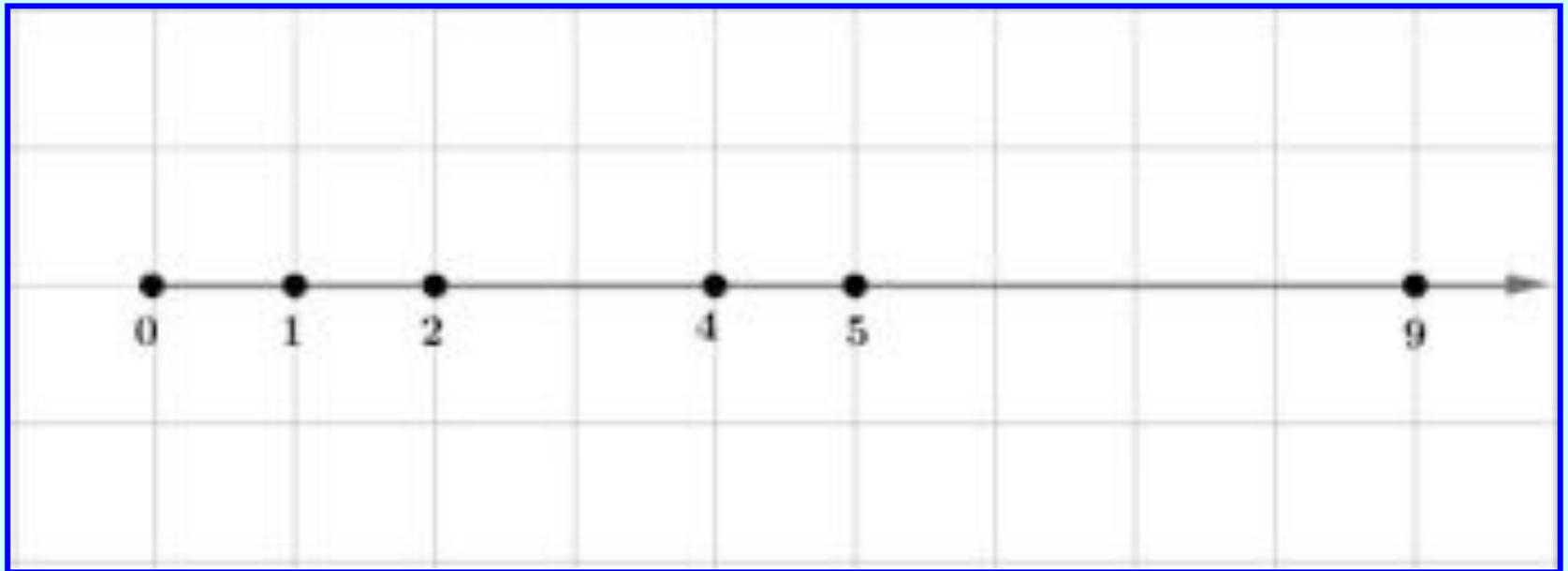


# I numeri naturali



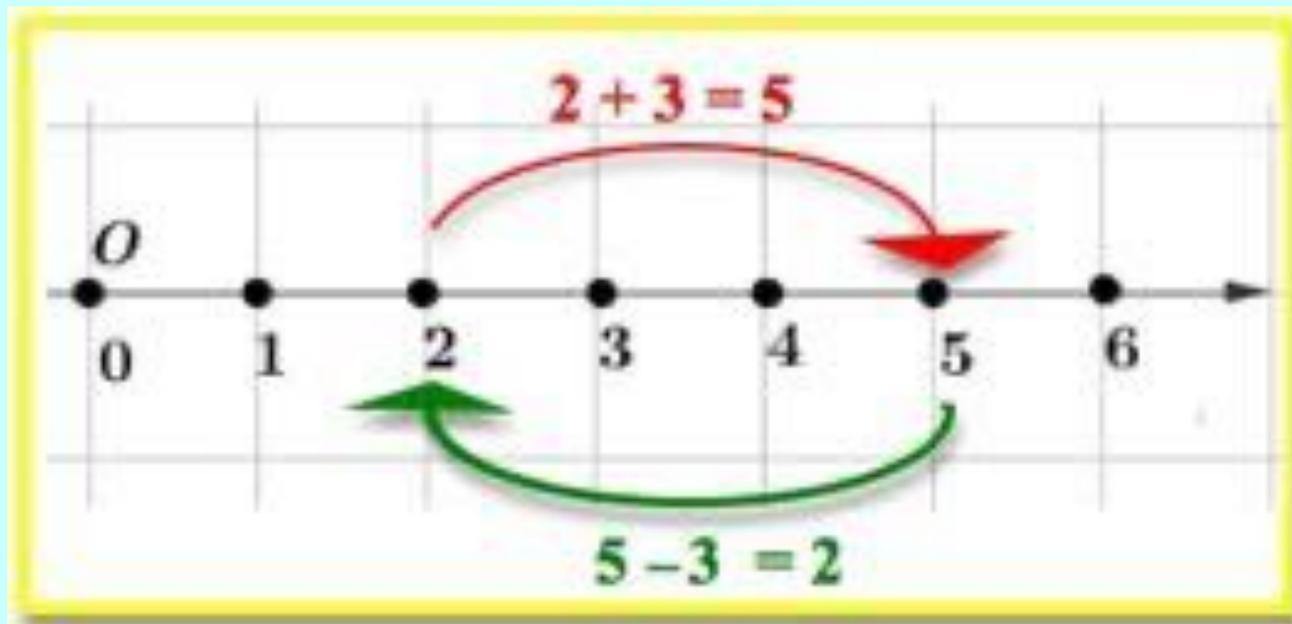
***I numeri naturali*** sono i primi numeri che hai incontrato, quando hai cominciato a contare con le dita. E sono anche i numeri alla base della matematica.

# I numeri naturali sulla retta



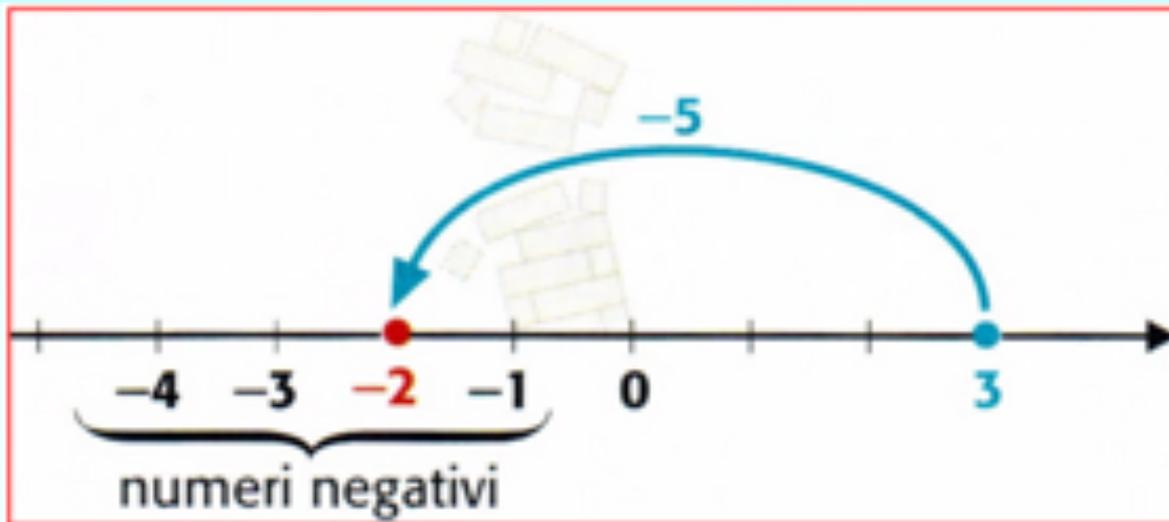
# Addizione e sottrazione con numeri naturali

## Addizione e sottrazione sulla retta

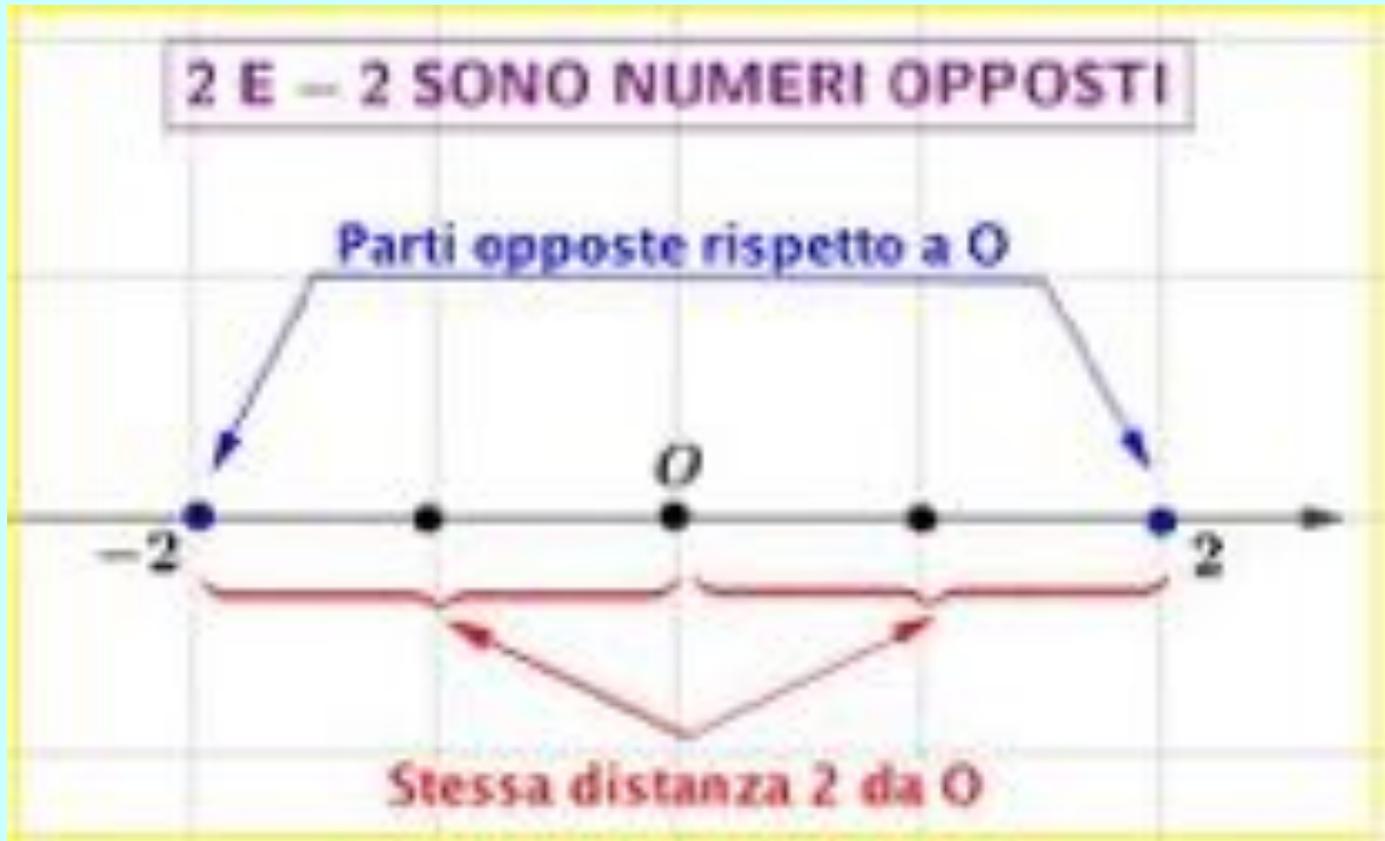


# I numeri negativi

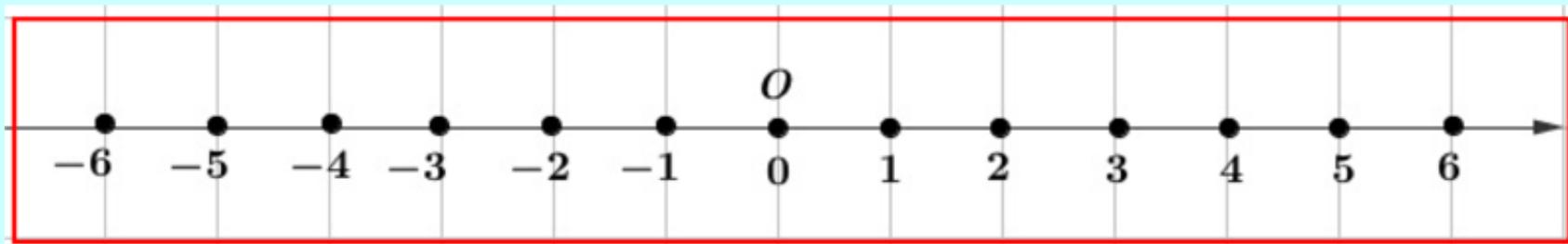
Si introducono i *numeri negativi* per avere il risultato di tutte le sottrazioni.



# Numeri opposti



# L'insieme $Z$ dei numeri interi

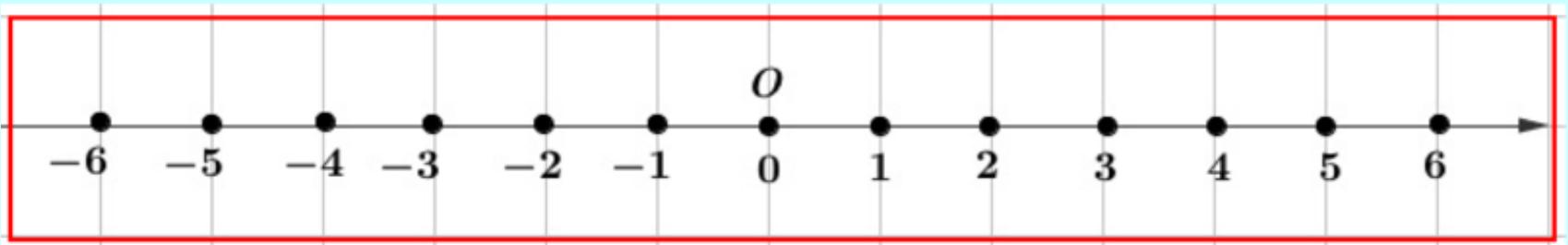


**L'insieme  $Z$  è formato dai numeri naturali e dai loro opposti**

*La lettera  $Z$  è l'iniziale della parola ZAHL, che significa numero in tedesco*

# L'insieme $Z$ è discreto

La rappresentazione sulla retta suggerisce:  
l'insieme  $Z$  dei numeri interi è discreto



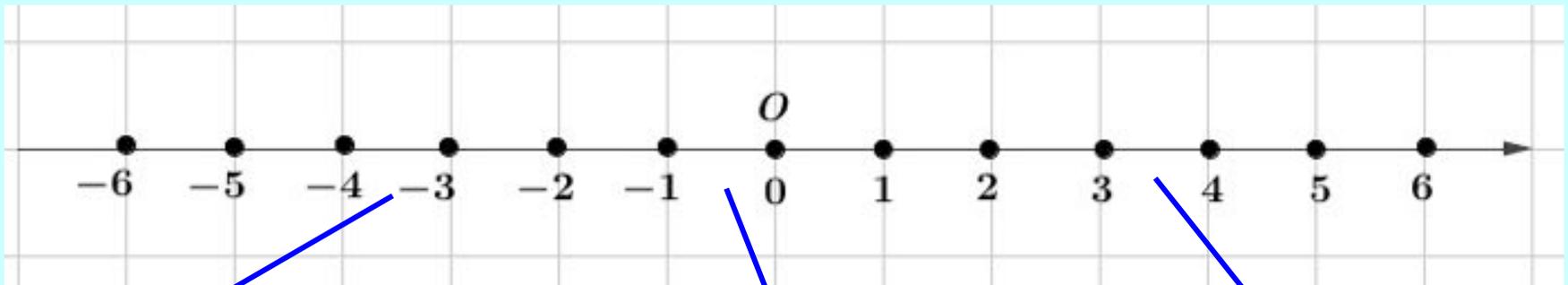
I punti sono isolati, separati fra loro, come perline di una collana: non c'è un numero intero fra  $-2$  e  $-1$ ...



# L'insieme $Z$ è ordinato

La rappresentazione sulla retta suggerisce:  
**l'insieme dei numeri interi è ordinato**

**Scegli due numeri; puoi sempre dire quale viene prima e quale dopo.**

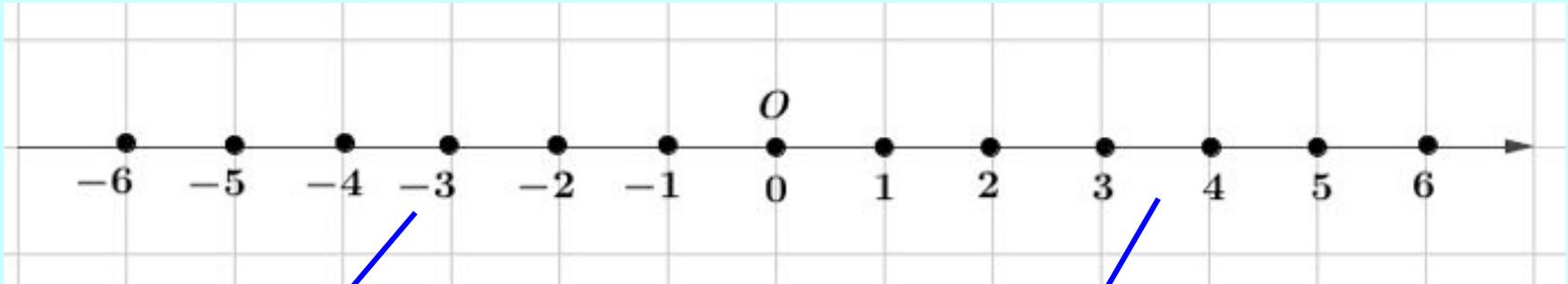


**-4 viene prima di -3**

**-1 viene prima di 0**

**4 viene dopo 3**

# Parole e simboli della matematica



-4 viene prima di -3  
-4 è minore di -3  
 $-4 < -3$

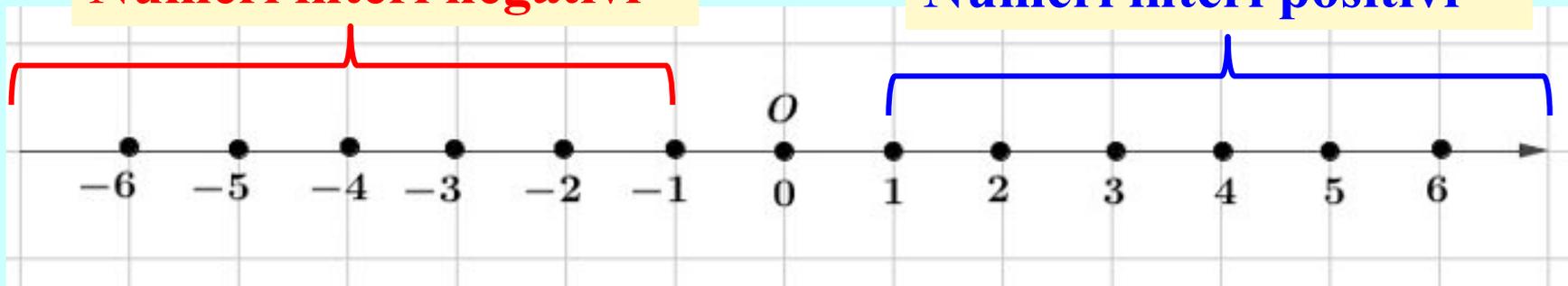
4 viene dopo 3  
4 è maggiore di 3  
 $4 > 3$

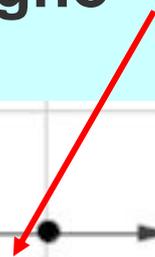


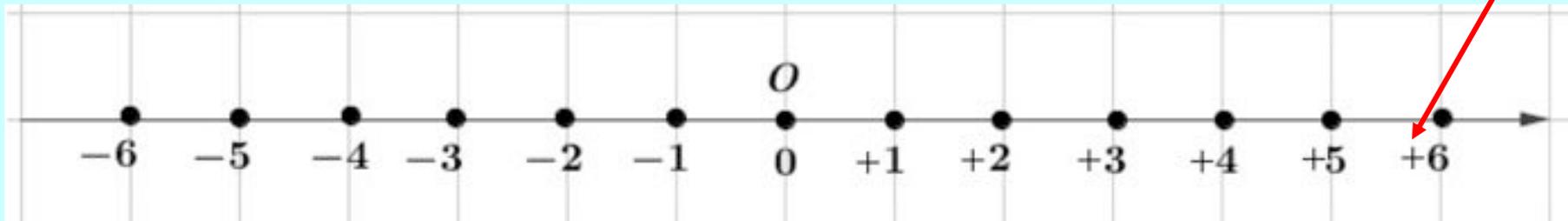
# Parole e simboli della matematica

**Numeri interi negativi**

**Numeri interi positivi**

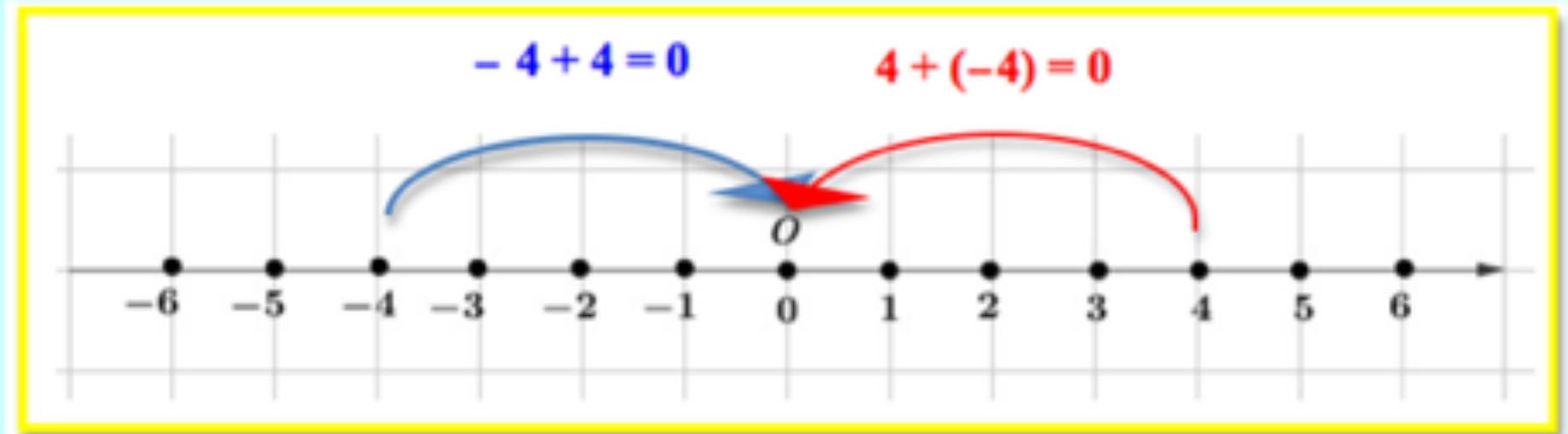


Puoi anche trovare i numeri positivi scritti con il segno '+'.  




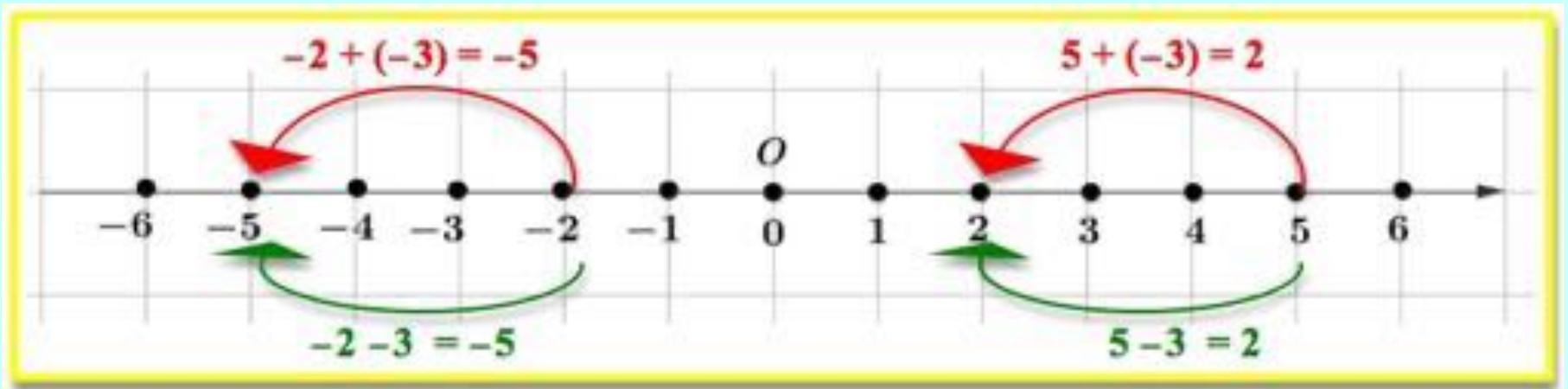
In questa lezione trovi la scrittura senza il segno '+', scelta per snellire i calcoli.

# Addizionare numeri opposti



**Vale zero la somma di due numeri opposti**

# Nell'insieme $\mathbb{Z}$ 'scompare' la sottrazione



**Nell'insieme  $\mathbb{Z}$  degli interi la sottrazione diventa addizione con l'opposto. Esempi:**

$$5 - 3 = 5 + (-3)$$

$$-2 - 3 = -2 + (-3)$$

# Moltiplicare per (-1)

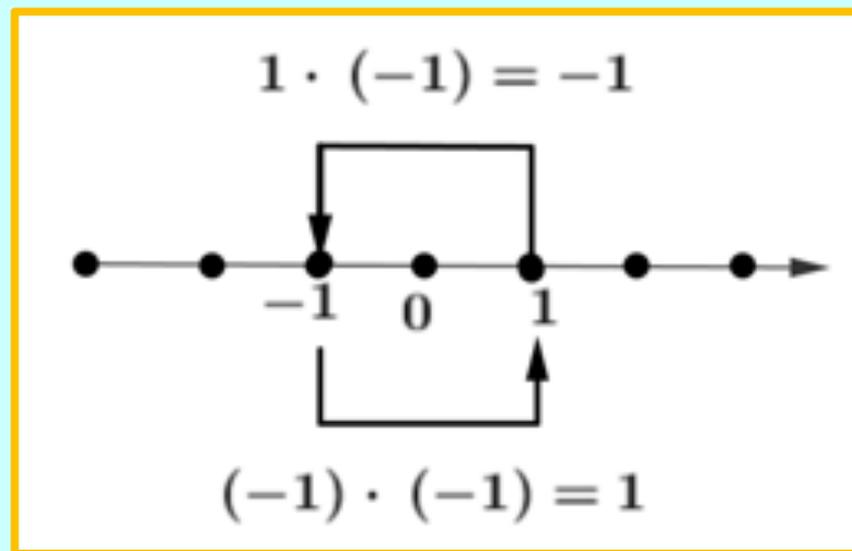
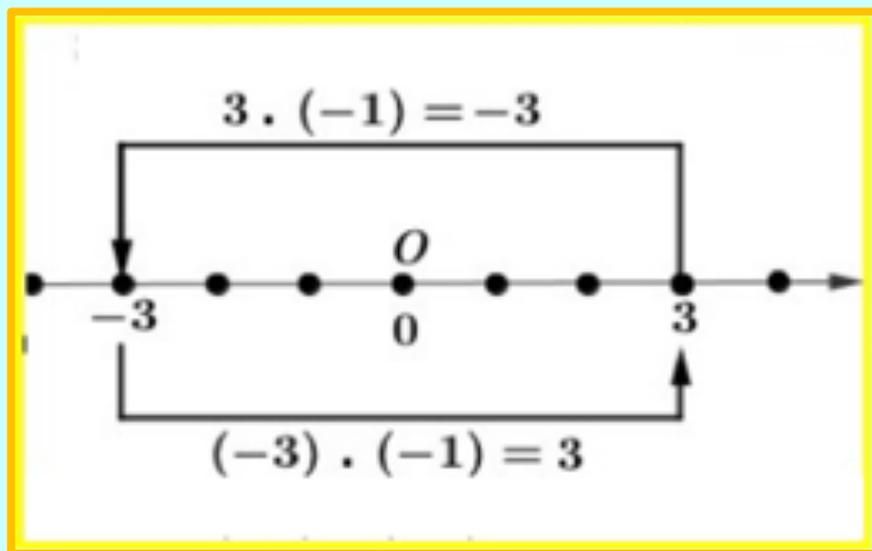
$$1 \cdot 3 = \underbrace{1 + 1 + 1}_{3 \text{ volte}} = 3$$
$$(-1) \cdot 3 = \underbrace{(-1) + (-1) + (-1)}_{3 \text{ volte}} = -3$$

3 è l'opposto di -3

**Se moltiplico un numero per (-1) ottengo il numero opposto.**

# Moltiplicare per $(-1)$

Se moltiplico un numero per  $(-1)$  ottengo il numero opposto



# Moltiplicare due numeri interi

E nelle altre moltiplicazioni con numeri negativi come posso ragionare?

## Esempio 1

Al posto di  $-3$  scrivo  $(-1) \cdot 3$


$$\boxed{-3} \cdot 2 = \boxed{(-1) \cdot 3} \cdot 2 = (-1) \cdot \mathbf{3 \cdot 2} = (-1) \cdot \mathbf{6} = -6$$

---

## Esempio 2

Al posto di  $-2$  scrivo  $2 \cdot (-1)$


$$3 \cdot \boxed{-2} = 3 \cdot \boxed{2 \cdot (-1)} = \mathbf{3 \cdot 2} \cdot (-1) = \mathbf{6} \cdot (-1) = -6$$

# Moltiplicare due numeri interi

E nelle altre moltiplicazioni con numeri negativi come posso ragionare?

## Esempio 3

Al posto di  $-2$  scrivo  $(-1) \cdot 2$

The diagram shows the equation  $(-3) \cdot (-2) = (-1) \cdot 3 \cdot (-1) \cdot 2 = 3 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-1) = 6 \cdot 1 = 6$ . A yellow arrow points from the  $(-2)$  in the first term to the  $(-1) \cdot 2$  in the second term. A blue arrow points from the  $(-3)$  in the first term to the  $(-1) \cdot 3$  in the second term. The final result  $6$  is highlighted in yellow.

$$(-3) \cdot (-2) = (-1) \cdot 3 \cdot (-1) \cdot 2 = 3 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-1) = 6 \cdot 1 = 6$$

Al posto di  $-3$  scrivo  $(-1) \cdot 3$

# Moltiplicare due numeri interi

Solo un numero è negativo

$$3 \cdot (-2) = -6$$

$$(-3) \cdot 2 = -6$$

Prodotto negativo

I due numeri sono negativi

$$(-3) \cdot (-2) = 6$$

Prodotto positivo

# Attenzione alla scrittura

**Sì**

$$5 + (-2) = 3$$

$$5 - (-2) = 7$$

$$5 \cdot (-2) = -10$$

$$(-5) \cdot (-2) = 10$$

**No**

$$5 + -2 = 3$$

$$5 - -2 = 7$$

$$5 \cdot -2 = -10$$

$$-5 \cdot -2 = 10$$

# Proprietà alla base dei procedimenti

Cambio l'ordine dei fattori

Associo i fattori a coppie

$$(-3) \cdot (-2) = (-1) \cdot 3 \cdot (-1) \cdot 2 = 3 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-1) = 6 \cdot 1 = 6$$

1 è elemento neutro della moltiplicazione

**Ricordi tutte le proprietà di addizione e moltiplicazione fra numeri interi?**

# Proprietà di addizione e moltiplicazione con numeri interi

Proprietà	Addizione	Moltiplicazione
Commutativa	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Associativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Elemento neutro	$0$ è l'elemento neutro $a + 0 = a$	$1$ è l'elemento neutro $a \cdot 1 = a$
Opposto	Dato $a$ intero, si trova l'opposto $-a$ tale che $-a + a = 0$	
Elemento assorbente	L'addizione non ha elemento assorbente	$0$ è l'elemento assorbente $a \cdot 0 = 0$
Distributiva	$a(b + c) = ab + ac$	

**Il simbolo per indicare l'opposto**

**Il simbolo  $-a$  indica l'opposto di  $a$**

$a$	2	-3	1	-4	0
$-a$	-2	3	-1	4	0

**Se  $a$  è negativo,  $-a$  è positivo.**

# Espressioni numeriche

## *Espressioni solo con addizioni*

$$4 + 9 + 7 = 13 + 7 = 20$$

## *Espressioni solo con moltiplicazioni*

$$5 \cdot 2 \cdot 6 = 10 \cdot 6 = 60$$

### Senza parentesi

Eseguo le operazioni nell'ordine in cui sono scritte

**A che cosa servono le parentesi?**

# Ordine delle operazioni

## A. Espressioni con una sola operazione

In **espressioni con una sola operazione** applicata a tre o più numeri, eseguo i calcoli nell'ordine in cui sono scritti, da sinistra verso destra.

## B. Priorità delle operazioni

In **un'espressione con addizioni e moltiplicazioni**, eseguo le operazioni si eseguono in questo ordine:

1. Moltiplicazioni;
2. Addizioni.

## C. Uso le parentesi per cambiare questo ordine.

# Esempi

$$5 + 3 \cdot 4 = 5 + 12 = 17$$

*Prima la  
moltiplicazione*

$$(5 + 3) \cdot 4 = 8 \cdot 4 = 32$$

*Prima l'operazione  
fra parentesi*

$$2 + 8 \cdot 4 - 10 = 2 + 32 - 10 = 34 - 10 = 24$$

*Prima la  
moltiplicazione*

$$(2 + 8) \cdot (4 - 10) = 10 \cdot (-6) = -60$$

*Prima le operazioni  
fra parentesi*