Dalla realtà alla geometria analitica

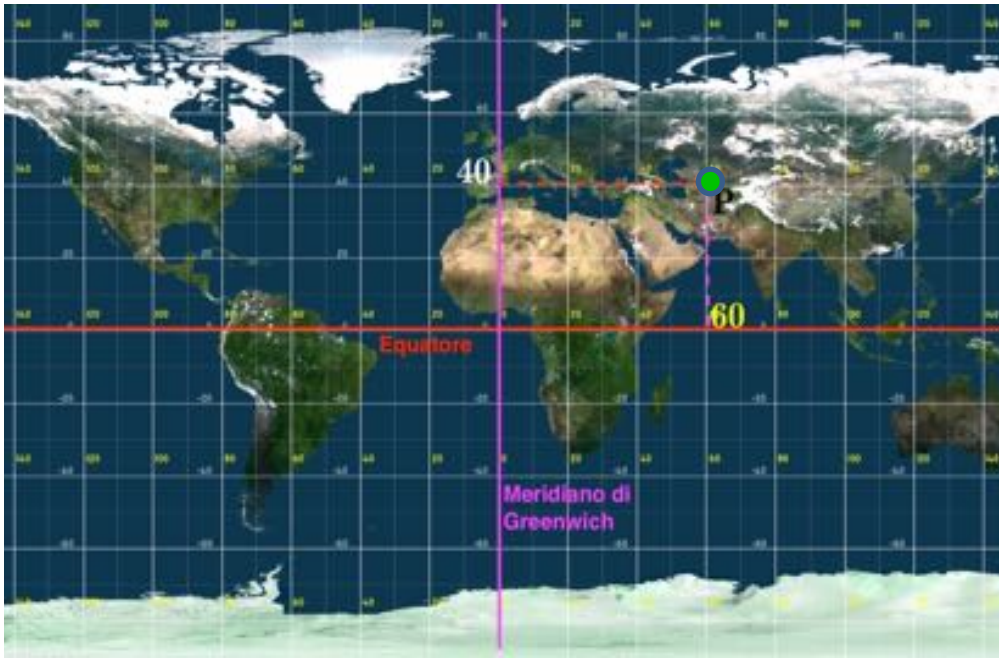
Bruna Cavallaro 2020

Antiche mappe

Già dai tempi degli antichi Greci troviamo mappe con un reticolato per identificare la posizione di un luogo P

Coordinate geografiche sulle mappe

Anche oggi sulle mappe piloti, marinai e viaggiatori possono trovare due numeri per identificare la posizione di un luogo P.



Da P

- **Percorro il meridiano fino a leggere, sull'equatore la longitudine: 60 Est. E' importante aggiungere 'Est', altrimenti resta l'indecisione fra due luoghi, uno a Est e l'altro a Ovest del meridiano di Greenwich.**
- **Percorro il parallelo fino a leggere, sul meridiano di Greenwich la latitudine: 40 Nord. E' importante aggiungere Nord', altrimenti resta l'indecisione fra due luoghi, uno a Nord e l'altro a Sud dell'Equatore.**

Coordinate geografiche sulla Terra

Oggi con i *GPS* (Global Positioning System), presenti anche nei nostri cellulari, è facile individuare longitudine e latitudine di un luogo sulla Terra.
E ci sono applicazioni per trovare, viceversa, dove si trova un luogo di cui conosciamo longitudine e latitudine

Longitudine e latitudine sono coordinate geografiche sulla Terra.

Cartesio e Fermat alle origini del riferimento cartesiano

Cartesio (Descartes), filosofo e scienziato, ha molto viaggiato in Europa.
Forse, proprio le mappe consultate durante i suoi viaggi hanno fatto nascere un'idea:
fissare due rette sul piano per 'localizzare' la posizione di punti, figure geometriche e curve.

Anche Fermat aveva avuto la stessa idea, indipendentemente da Descartes, che però ha pubblicato per primo un libro con le sue idee.
Così, da allora, si parla di '*Riferimento cartesiano*'.

René Descartes
(1596 - 1650)

Pierre de Fermat
(1601 - 1665)

I numeri reali sulla retta

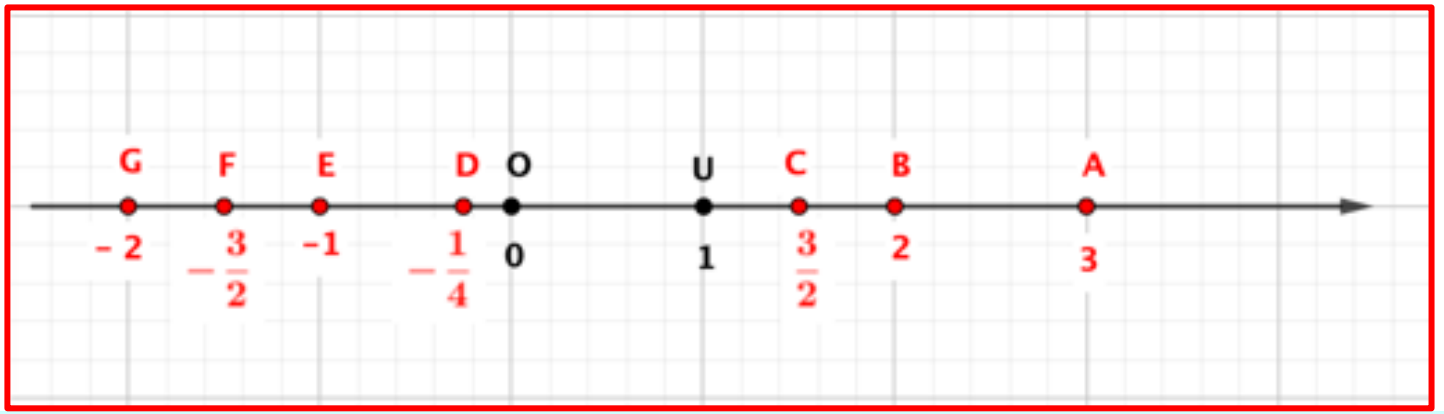
Il riferimento cartesiano si basa su un'idea: rappresentare i numeri su una retta.

I numeri reali sulla retta

Sulla retta ogni numero reale è rappresentato da un punto A e, viceversa, a ogni punto A posso associare un numero reale

A ⟷ 3

C'è corrispondenza biunivoca tra i punti sulla retta e i numeri reali.

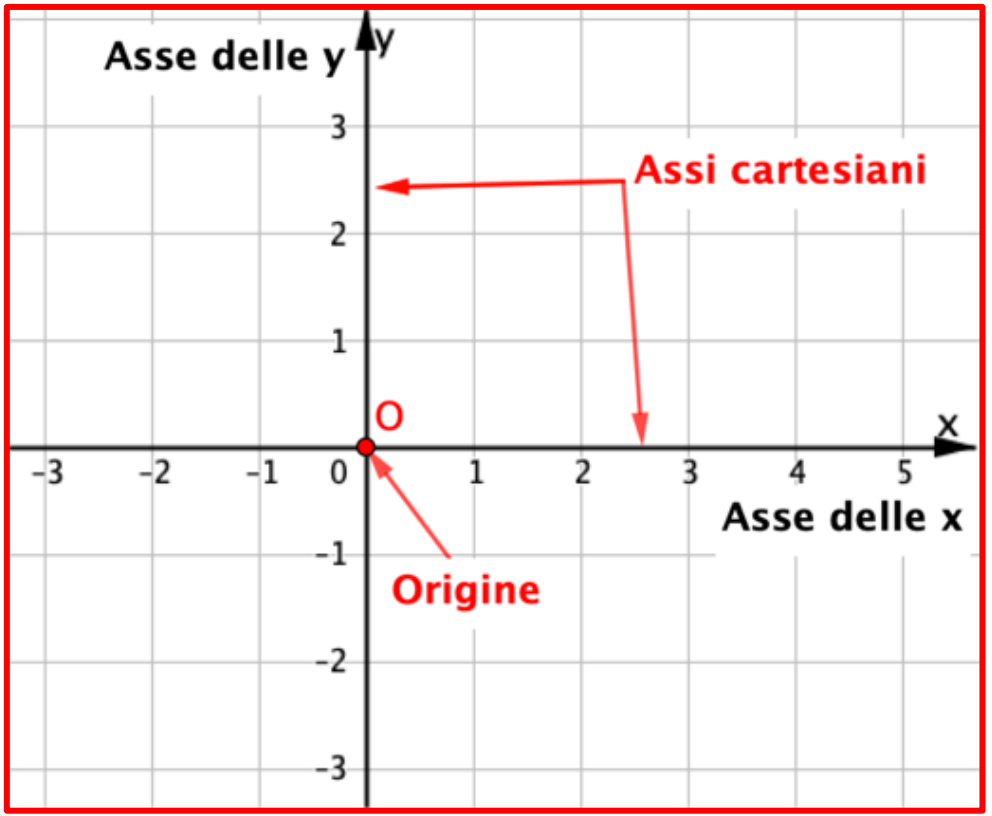


- **O è l'origine e corrisponde al numero 0.**
- **La freccia indica il verso di percorrenza della retta: dopo O i numeri sono positivi e prima di O sono negativi.**
- **OU è l'unità di misura delle lunghezze e U corrisponde al numero 1.**

Bruna Cavallaro 2020

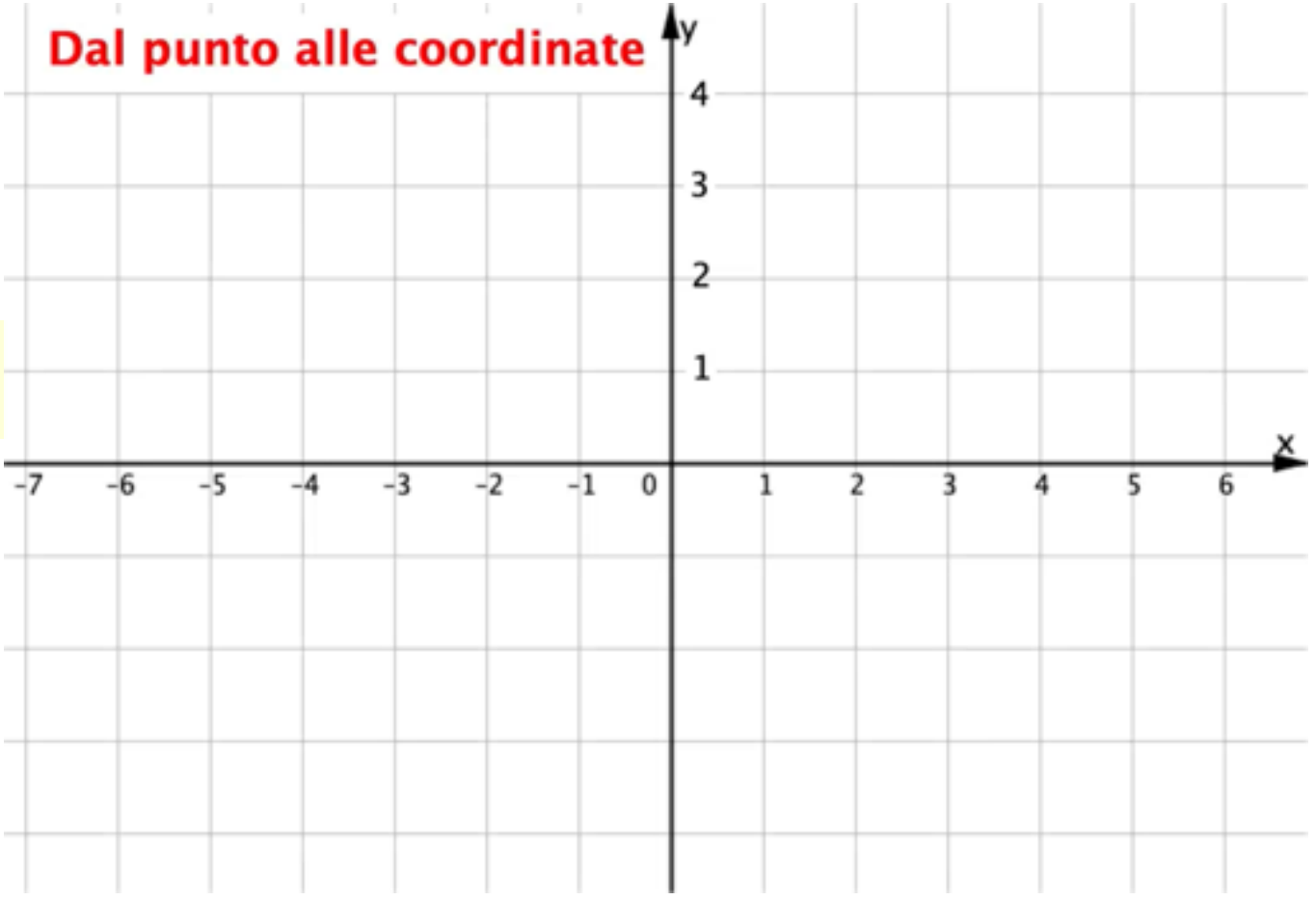
Il riferimento cartesiano

Sul piano, le rette con i numeri sono due.
Sono perpendicolari e si incontrano nel punto O.

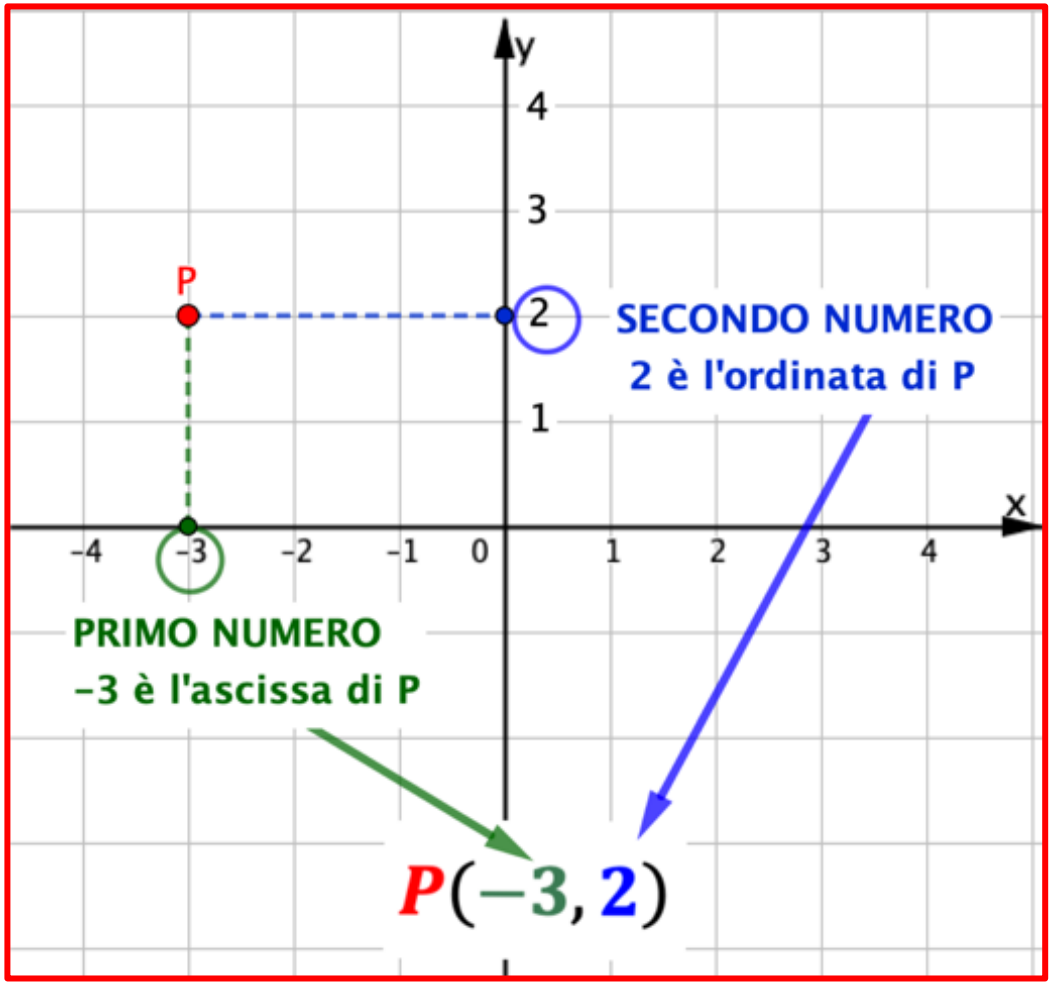


Dal punto P alle sue coordinate

Video
1a.Da_punto-a-coordinate

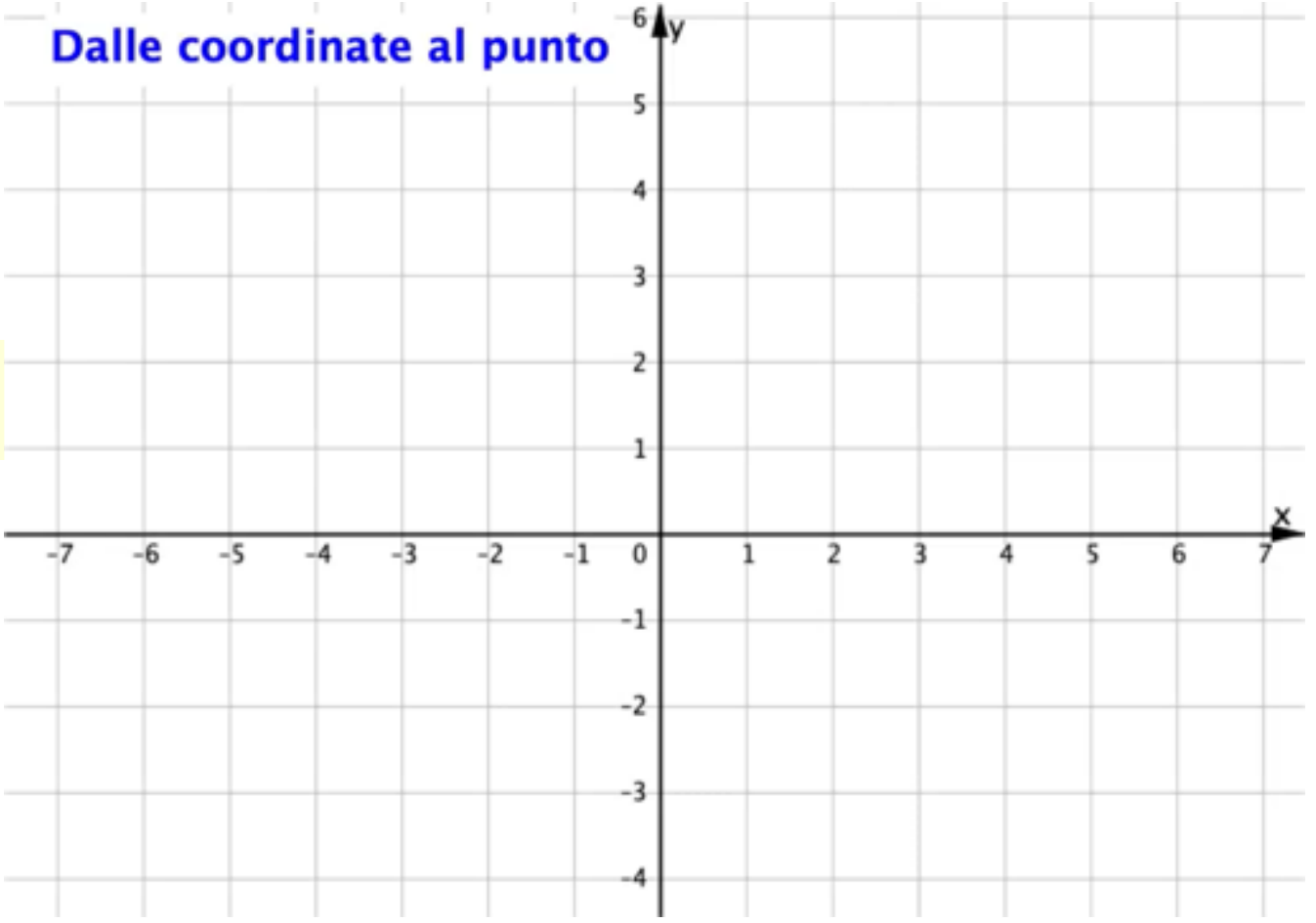


Attenzione alla lettura di P(-3, 2)



Dalle coordinate (4, -2) al punto Q

Video
1b.Da-coordinate-a-punto



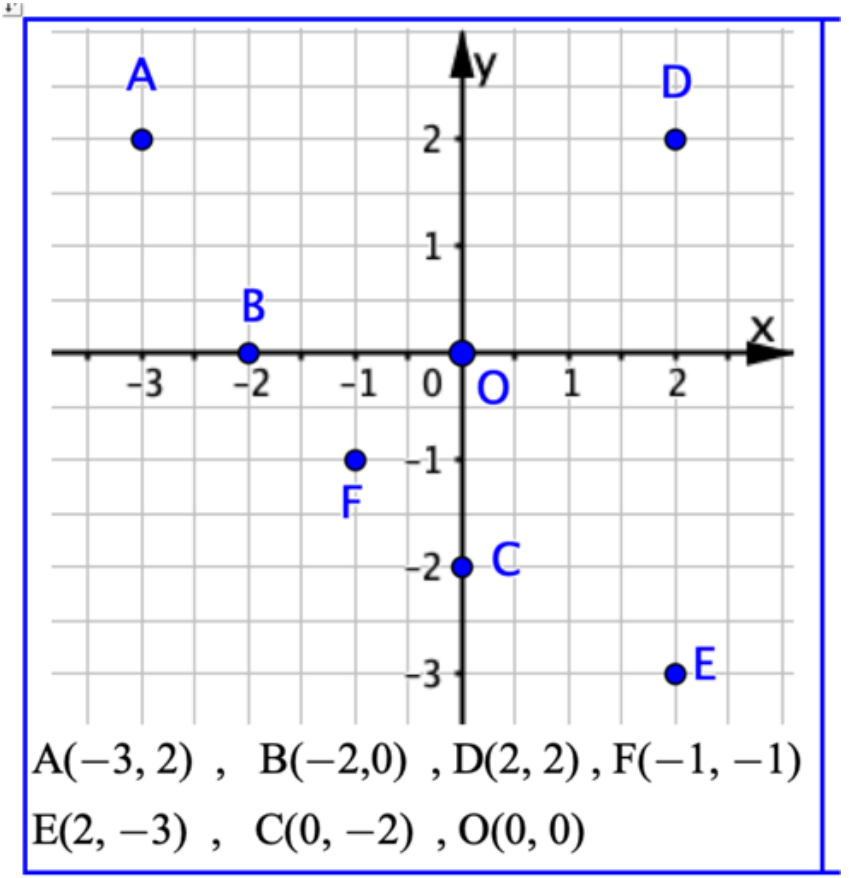
Bruna Cavallaro 2020

Completa ora la scheda di lavoro per riflettere sul riferimento cartesiano

Che cosa hai trovato

Dai punti alle coordinate

a. Completa la tabella con le coordinate dei punti indicati.



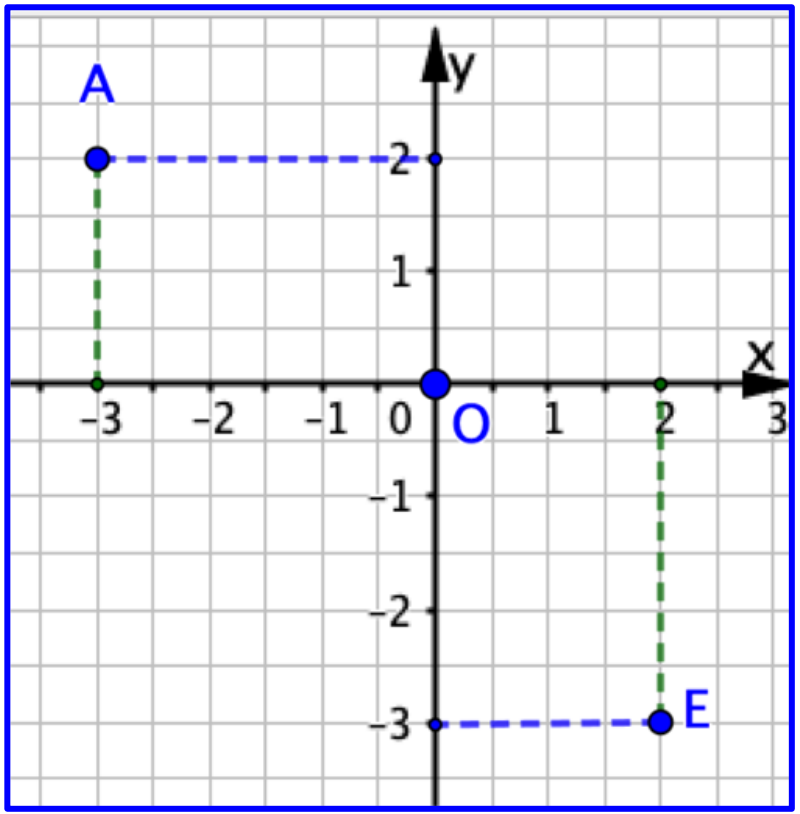
Bruna Cavallaro 2020

L’ordine delle coordinate è importante

b. Scambia l’ascissa con l’ordinata del punto A; quale punto ottieni?

Scambio le coordinate di A(–3, 2) e ottengo un altro punto: E(2, –3)

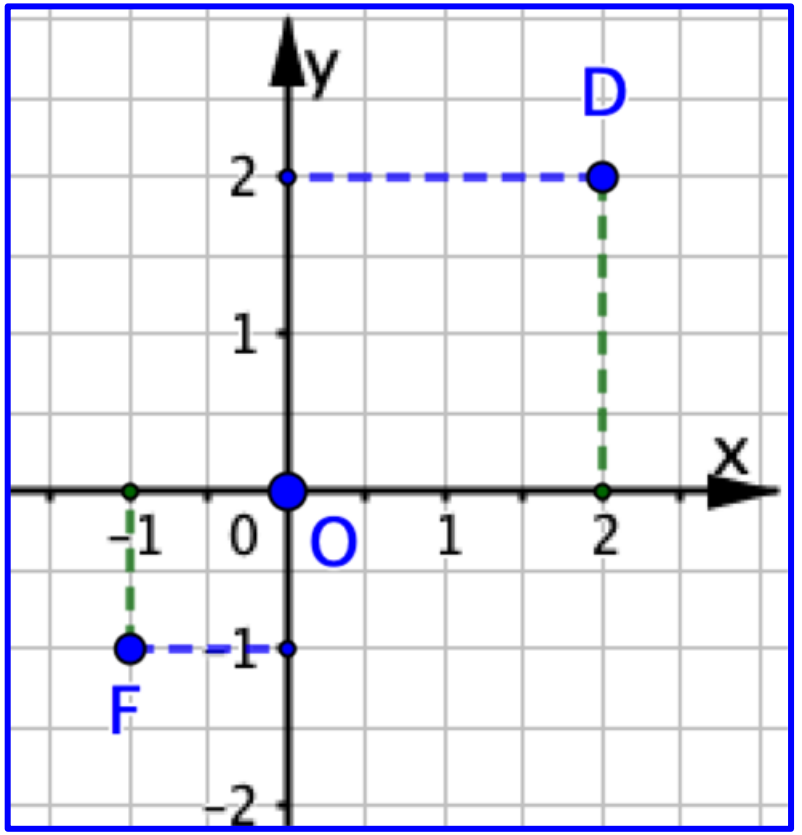
Può succedere che scambio le coordinate e il punto non cambia?



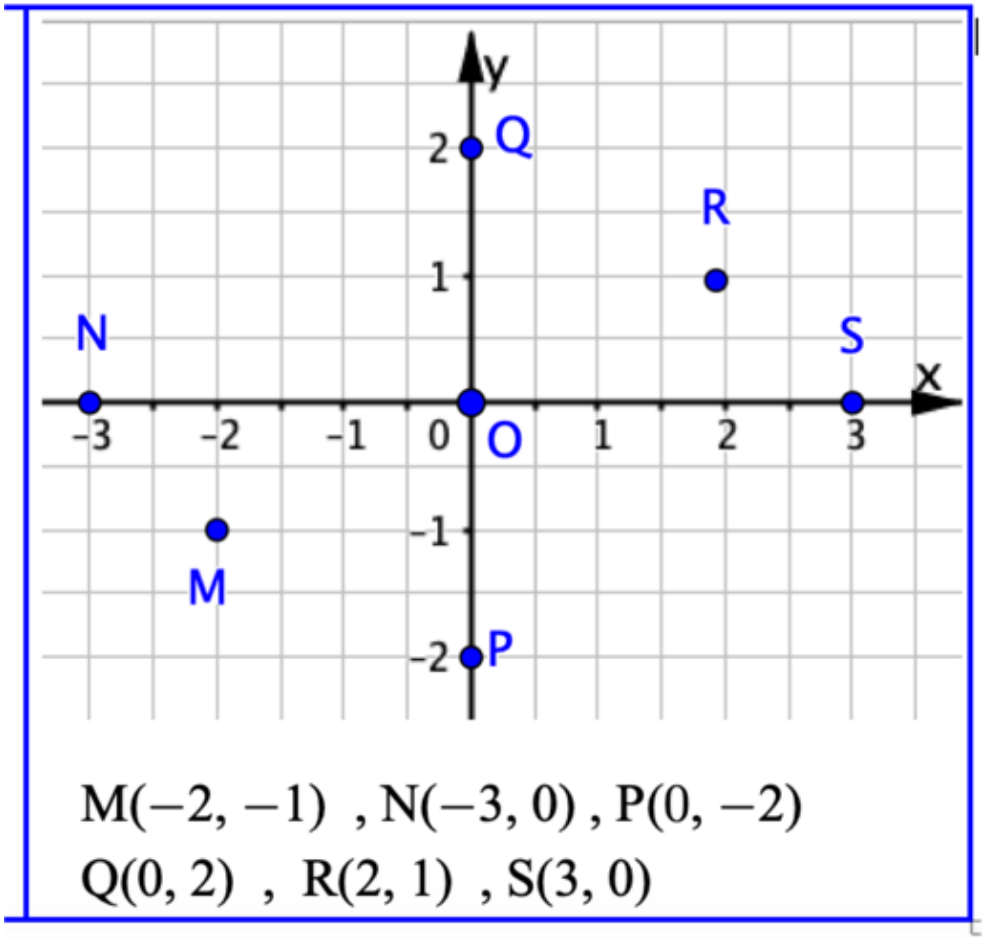
I punti con le coordinate uguali fra loro

c. Scambia l'ascissa con l'ordinata del punto D; quale punto ottieni?

Il punto D(2, 2) ha le coordinate uguali fra loro: non mi accorgo se ne cambio l'ordine.
Penso anche a F(– 1, – 1) e a tutti i punti con le coordinate uguali fra loro: tutti questi punti rimangono inalterati se cambio l'ordine delle coordinate.



Dai punti alle coordinate

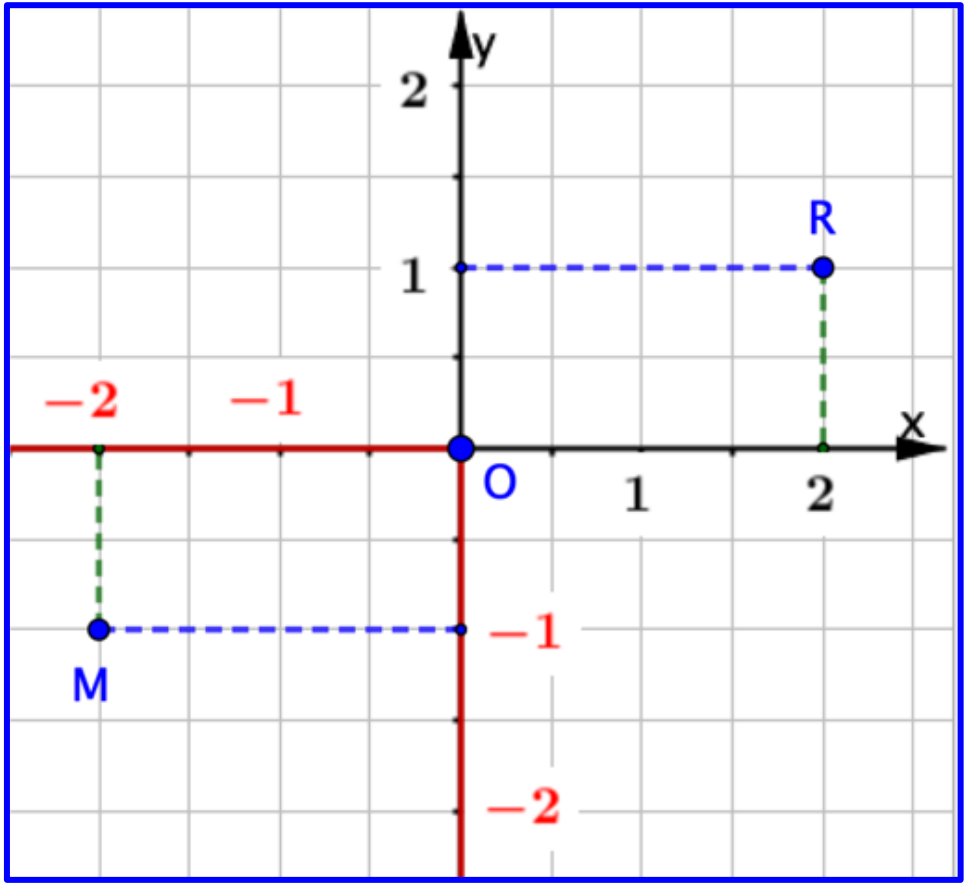


Bruna Cavallaro 2020

Il segno delle coordinate è importante

d. Cambia il segno delle coordinate del punto M; quale punto ottieni?

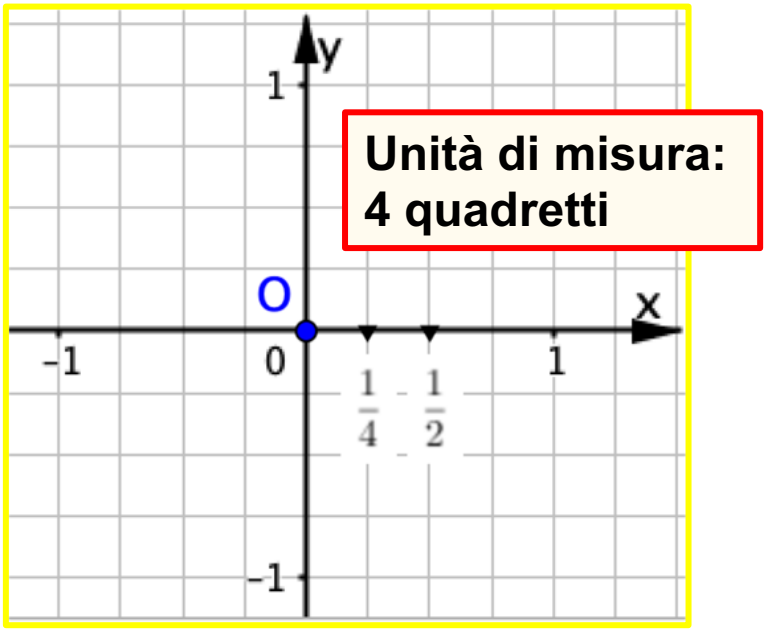
Cambio il segno alle coordinate di M(– 2, – 1); ottengo un altro punto: R(2, 1). C'è un solo punto che rimane inalterato se cambio segno alle sue coordinate: è O(0, 0)



Dalle coordinate ai punti

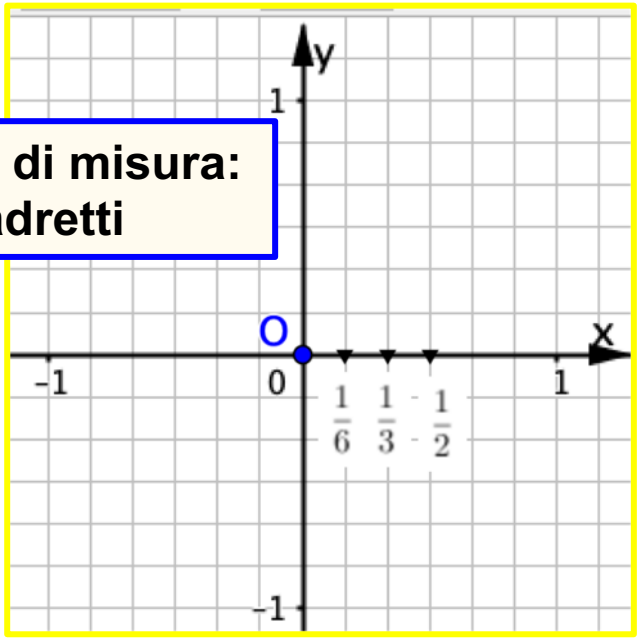
2. Un elenco di punti con le coordinate assegnate e due piani cartesiani.
   a. Rappresenta ciascun punto nel riferimento più adatto.

$A\left(1, -\frac{3}{2}\right)$, $B\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$, $C\left(-\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\right)$



Unità di misura: 4 quadretti

$A\left(1, -\frac{3}{2}\right)$, $B\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$, $D\left(-\frac{5}{3}, -\frac{7}{6}\right)$
$E\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{6}\right)$, $F\left(\frac{4}{3}, 0\right)$, $G\left(0, -\frac{2}{3}\right)$

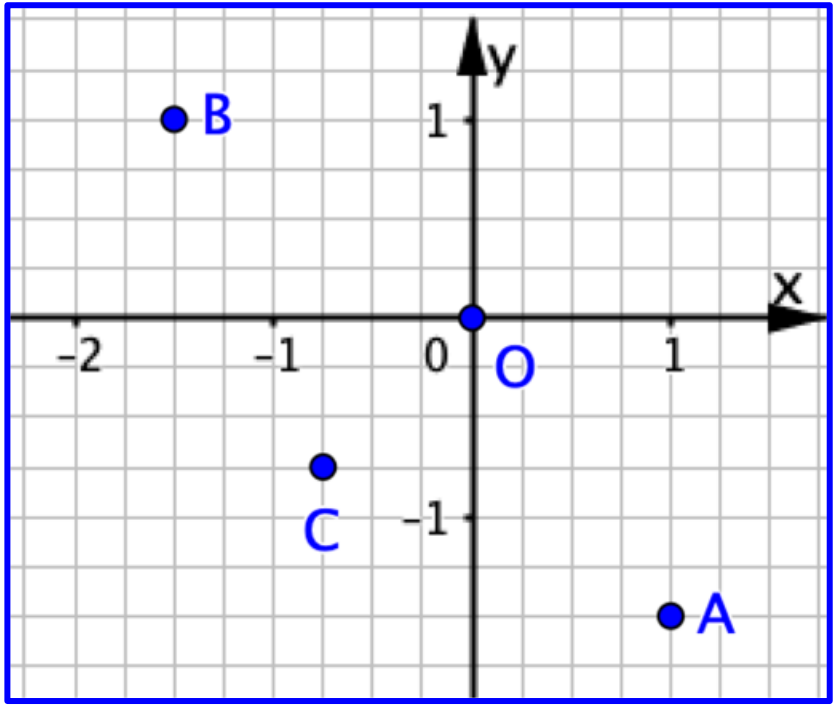


Unità di misura: 6 quadretti

Dalle coordinate ai punti

2. Un elenco di punti con le coordinate assegnate e due piani cartesiani.
   a. Rappresenta ciascun punto nel riferimento più adatto.

$A\left(1, -\frac{3}{2}\right)$, $B\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$, $C\left(-\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\right)$



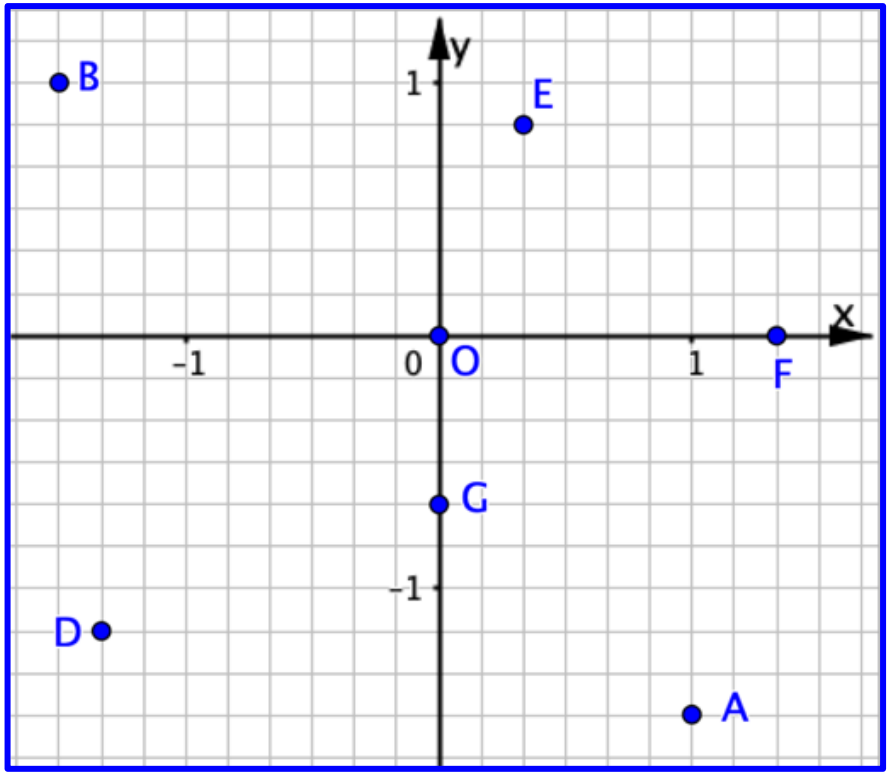
Bruna Cavallaro 2020

Dalle coordinate ai punti

2. Un elenco di punti con le coordinate assegnate e due piani cartesiani.
   a. Rappresenta ciascun punto nel riferimento più adatto.

$A\left(1, -\frac{3}{2}\right)$, $B\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$, $D\left(-\frac{5}{3}, -\frac{7}{6}\right)$

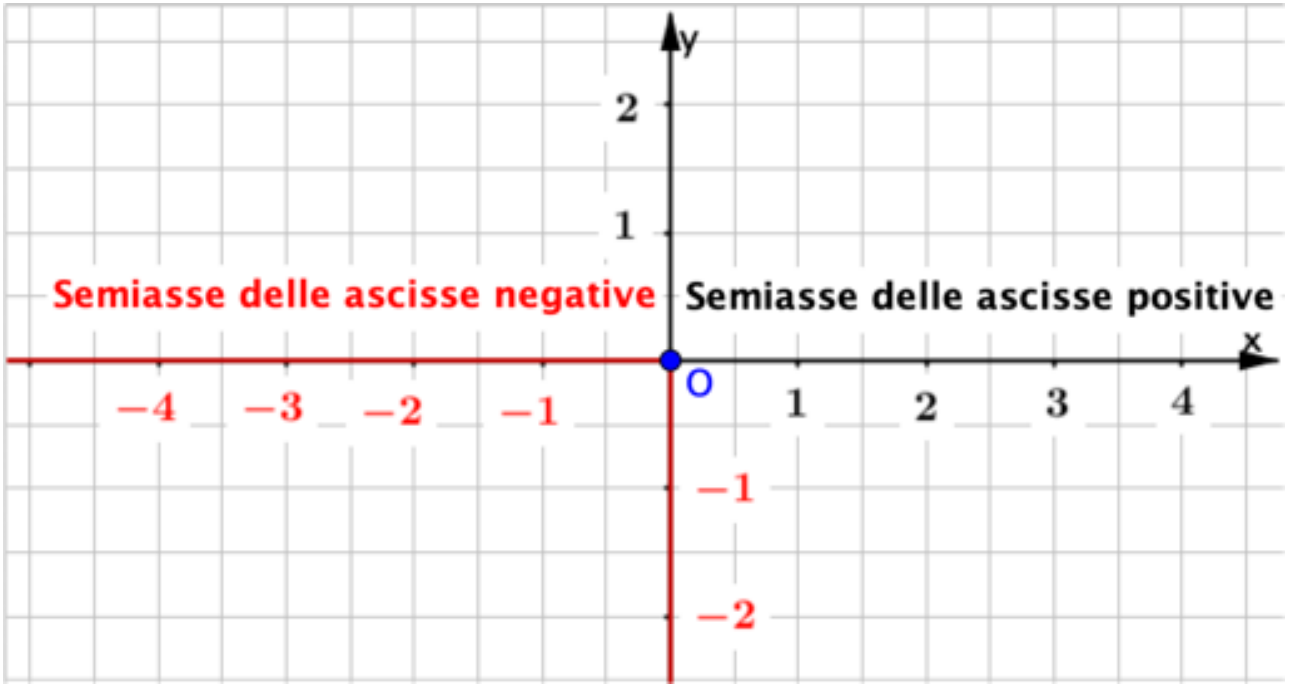
$E\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{6}\right)$, $F\left(\frac{4}{3}, 0\right)$, $G\left(0, -\frac{2}{3}\right)$



Dalle coordinate ai punti

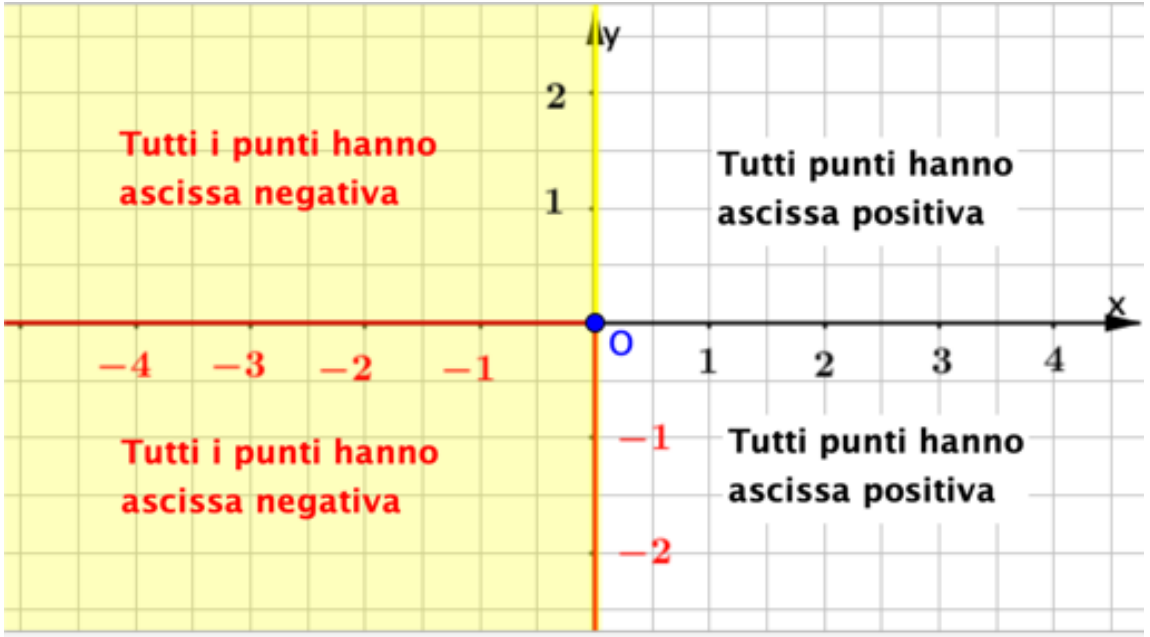
b. Puoi dire se il punto E è a destra dell'asse delle *y* senza rappresentare E sul piano?

Per rispondere riprendo una figura



Dalle coordinate ai punti

L’asse delle y divide il piano in due semipiani



Per dire se un punto è a destra dell’asse y basta guardare il segno dell’ascissa: $A\left(1, -\frac{3}{2}\right)$ ha ascissa positiva, perciò è a destra dell’asse y.

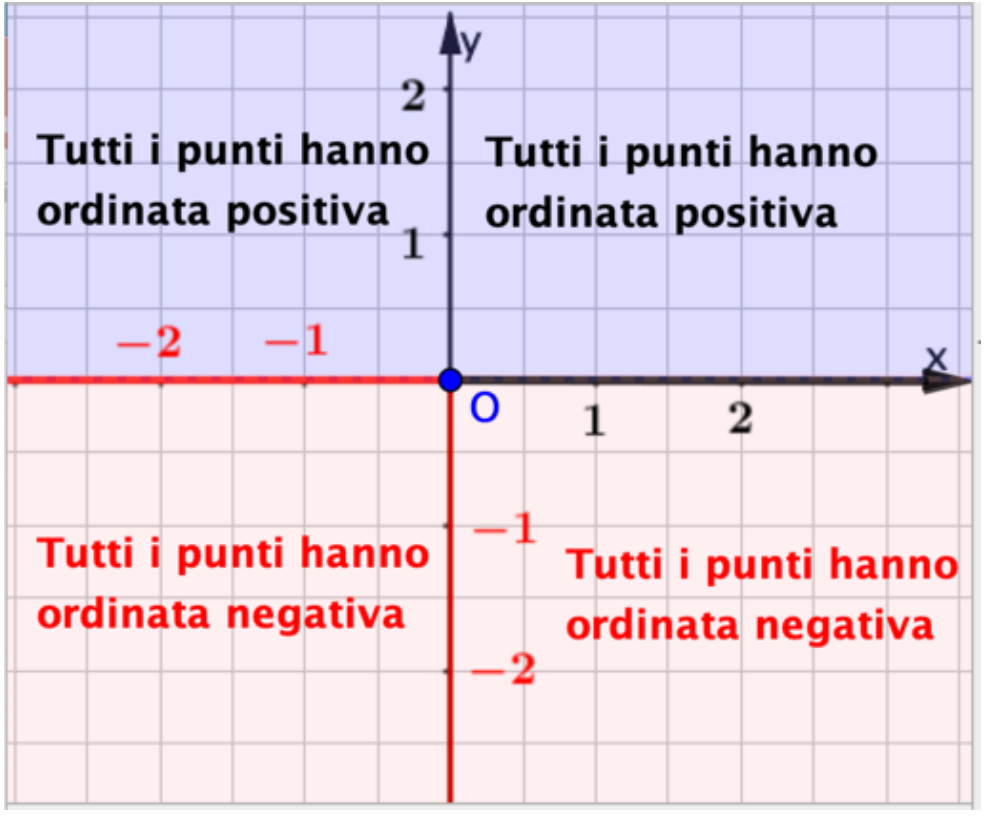
Dalle coordinate ai punti

c. Puoi dire se il punto A è sotto all'asse delle x senza rappresentare A sul piano?

Anche l'asse delle x divide il piano in due semipiani

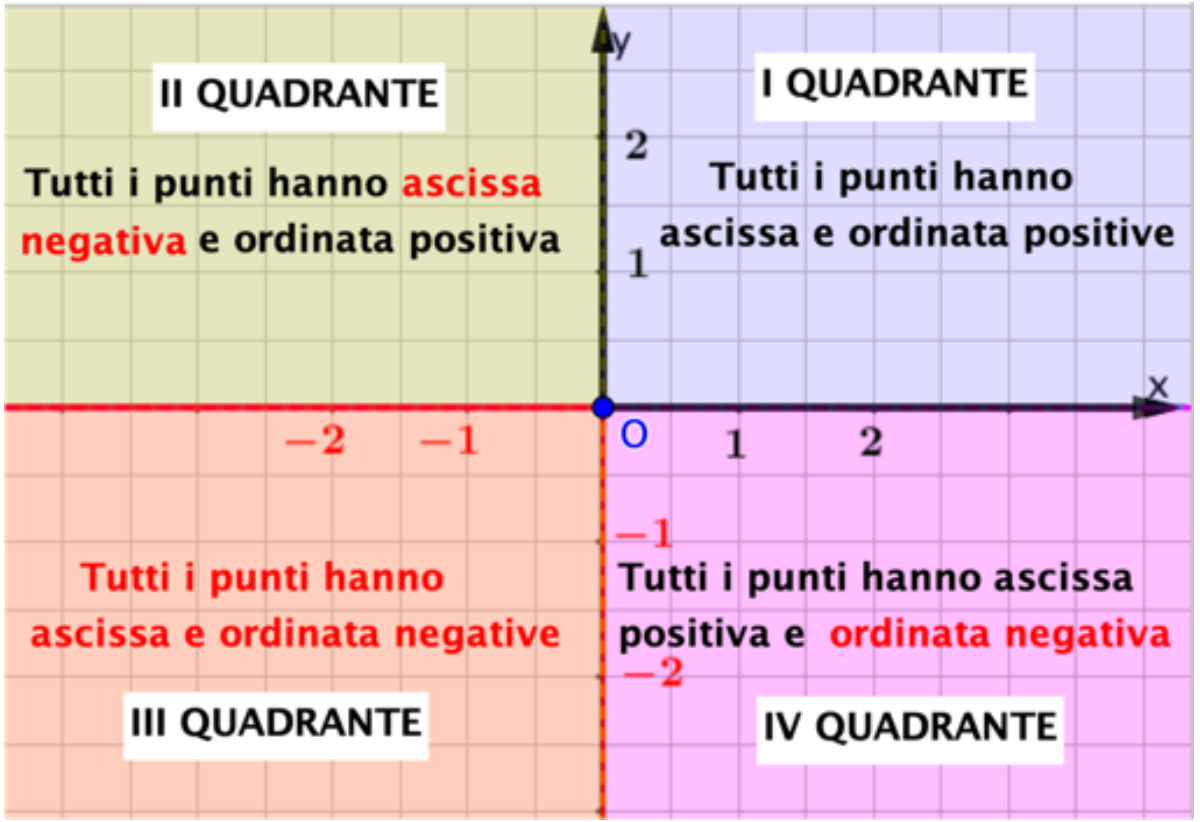
Per dire se un punto è sotto l'asse delle x basta guardare il segno dell'ordinata:

$A\left(1, -\frac{3}{2}\right)$ **ha ordinata negativa, perciò è sotto l'asse delle x.**



Quattro quadranti del piano cartesiano

Tutti e due gli assi cartesiani dividono il piano nei quattro quadranti illustrati qui sotto

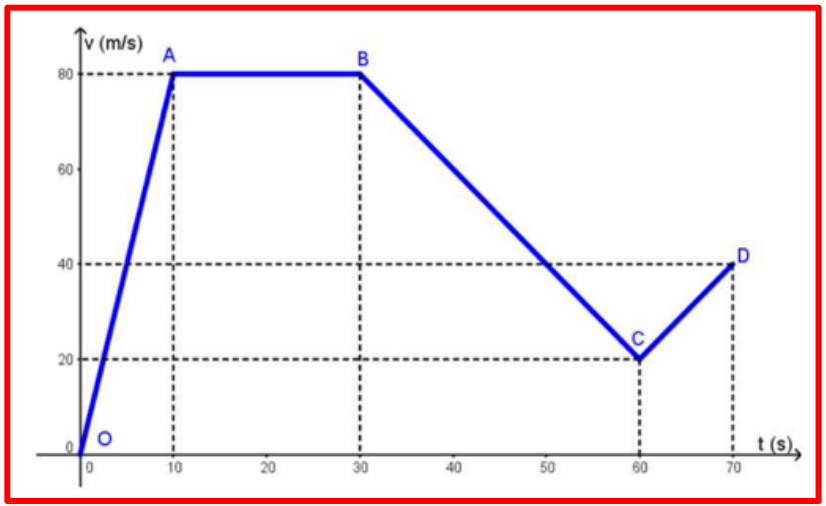


Bruna Cavallaro 2020

Non si chiamano sempre x e y

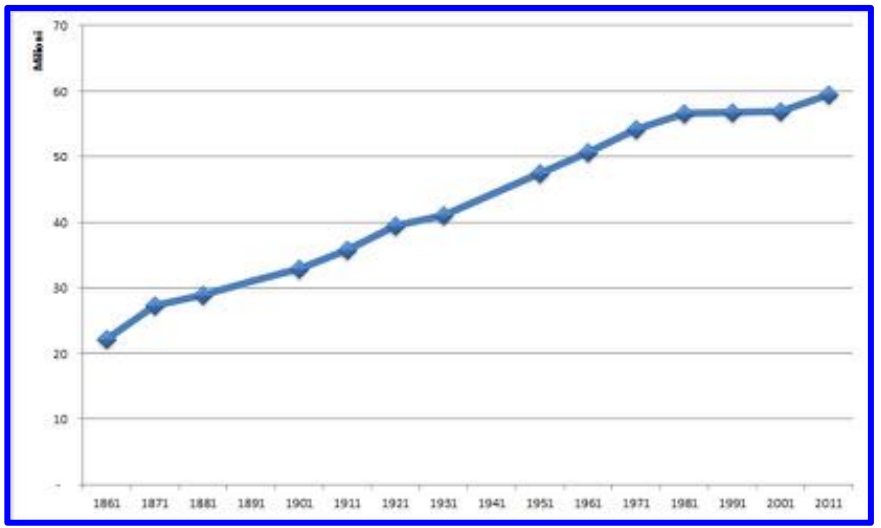
Trovi un riferimento cartesiano in molti campi della scienza, anche se le coordinate hanno diversi nomi. Ecco due esempi.

IN FISICA



Sull'asse delle ascisse: tempo *t*
Sull'asse delle ordinate: velocità *v*

IN STATISTICA



Sull'asse delle ascisse: tempo t
Sull'asse delle ordinate: numero P di residenti in Italia