

Problemi ed esercizi sui numeri irrazionali

I numeri irrazionali in geometria

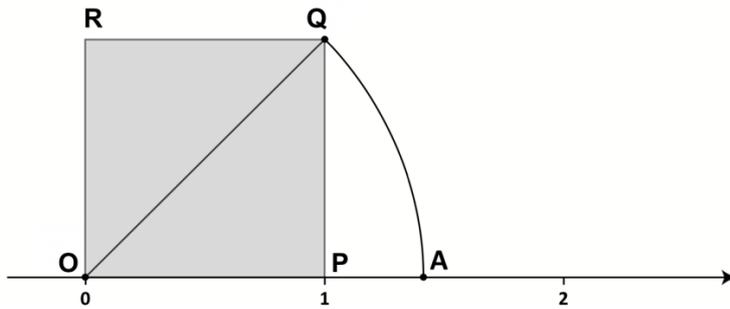
Gli esercizi dal numero 1 al numero 11 richiedono di:

- applicare i teoremi di Pitagora o di Euclide;
- distinguere i numeri irrazionale da quelli razionali

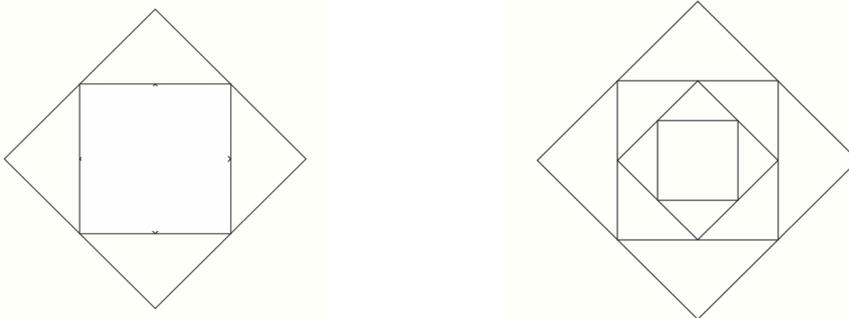
1. Nella figura qui sotto:

- AQ è un arco di circonferenza di centro O
- OPQR è un quadrato.

Quale numero corrisponde al punto A sulla retta dei numeri?



2. Osserva la figura qui sotto a sinistra.



I punti medi dei lati del quadrato più grande sono i vertici di un quadrato più piccolo.

Ho ripetuto la stessa costruzione a destra per inserire altri due quadrati.

L'area del quadrato più grande è 64 cm^2 . Quanto è lungo il lato del quadrato più piccolo?

- A. 2 cm
 - B. $\sqrt{8}$ cm
 - C. 4 cm
 - D. $\sqrt{32}$ cm
3. Sono dati i seguenti triangoli rettangoli:
- ABC, che ha i cateti lunghi 3 e 4;
 - A'B'C', che ha i cateti lunghi 4 e 5.
- Risolvere i seguenti quesiti:
- a. determinare la lunghezza dell'ipotenusa di ogni triangolo;
 - b. dire in quale caso si ottiene un risultato irrazionale, motivando la risposta.
4. Sono dati i seguenti triangoli rettangoli:
- ABC, che ha l'ipotenusa lunga 16 e un cateto lungo 8;
 - A'B'C', che ha l'ipotenusa lunga 17 e un cateto lungo 8.
- Risolvere i seguenti quesiti:
- a. determinare la lunghezza dell'altro cateto di ciascun triangolo;
 - b. dire in quale caso si ottiene un risultato irrazionale, motivando la risposta.

5. Sono dati i seguenti triangoli rettangoli:
- ABC, che ha l'ipotenusa lunga 16 e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa lunga 9;
 - A'B'C', che ha l'ipotenusa lunga 16 e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa lunga 8.
- Risolvere i seguenti quesiti:
- a. determinare la lunghezza del cateto di ciascun triangolo;
 - b. dire in quale caso si ottiene un risultato irrazionale, motivando la risposta.
6. Sono dati i seguenti triangoli rettangoli:
- ABC, che ha l'ipotenusa lunga 14 e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa lunga 6;
 - A'B'C', che ha l'altezza relativa all'ipotenusa lunga 12 e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa lunga 6.
- Risolvere i seguenti quesiti:
- a. determinare la lunghezza della proiezione dell'altro cateto sull'ipotenusa di ciascun triangolo;
 - b. dire in quale caso si ottiene un risultato irrazionale, motivando la risposta.
7. Un triangolo rettangolo ha l'altezza relativa all'ipotenusa lunga 10 e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa lunga 4.
- Risolvere i seguenti quesiti:
- a. determinare i lati del triangolo;
 - b. indicare i lati che hanno lunghezza irrazionale motivando la scelta.
8. Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa lunga 8 e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa lunga 2.
- Risolvere i seguenti quesiti:
- a. determinare i cateti del triangolo;
 - b. indicare i lati che hanno lunghezza irrazionale motivando la scelta.
9. Un triangolo rettangolo ha i cateti lunghi 15 e 8.
- Risolvere i seguenti quesiti:
- a. determinare l'ipotenusa, le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa e l'altezza relativa all'ipotenusa;
 - b. indicare i segmenti che hanno lunghezza irrazionale motivando la scelta.
10. Un triangolo rettangolo ha un cateto lungo 5 e l'ipotenusa lunga 13.
- Risolvere i seguenti quesiti:
- a. determinare l'altro cateto, le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa e l'altezza relativa all'ipotenusa;
 - b. indicare i segmenti che hanno lunghezza irrazionale motivando la scelta.
11. Un triangolo rettangolo ha un cateto lungo 13 e l'altezza relativa all'ipotenusa lunga 5.
- Risolvere i seguenti quesiti:
- a. determinare la proiezione del cateto sull'ipotenusa, l'ipotenusa, l'altro cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa;
 - b. indicare i segmenti che hanno lunghezza irrazionale motivando la scelta.

I radicali quadratici e la loro scrittura decimale

Gli esercizi dal numero 12 al numero 22 conducono a confrontare un radicale quadratico con la sua scrittura decimale.

12. Disegnare un triangolo ABC, rettangolo in C, con i cateti lunghi 1 e 2. Risolvere i seguenti quesiti:
- calcolare la lunghezza c dell'ipotenusa BC;
 - fra le seguenti formule indicare quelle corrette, motivando la scelta, e correggere quelle errate:

$$c = \sqrt{5} \quad c = 2,24 \quad c \approx 2,24 \quad c^2 \approx 5$$

13. Disegnare un triangolo ABC, rettangolo in C, con i cateti lunghi 1 e 2; dal punto A disegnare il segmento AD lungo 2 e perpendicolare all'ipotenusa AB. Risolvere i seguenti quesiti:
- calcolare la lunghezza d del segmento BD;
 - fra le seguenti formule indicare quelle corrette motivando la scelta, e correggere quelle errate:

$$d \approx 3 \quad d^2 = 5 + 4 \quad d^2 = (2,24)^2 + 4 \quad d^2 \approx (\sqrt{5})^2 + 4$$

14. Disegnare un triangolo rettangolo LMN con le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa lunghe 1 e 3. Risolvere i seguenti quesiti:
- calcolare la lunghezza h dell'altezza relativa all'ipotenusa;
 - fra le seguenti formule indicare quelle corrette, motivando la scelta e correggere quelle errate:

$$h \approx \sqrt{3} \quad h \approx 1,73 \quad (1,73)^2 = 3 \quad (\sqrt{3})^2 \approx 3$$

15. Risolvere i seguenti quesiti relativi al triangolo LMN dell'esercizio 93:
- calcolare la lunghezza m del cateto che ha la proiezione sull'ipotenusa lunga 1;
 - calcolare la lunghezza n del cateto che ha la proiezione sull'ipotenusa lunga 3;
 - fra le seguenti formule indicare quelle corrette, motivando la scelta, e correggere quelle errate:

$$m \approx 2 \quad m^2 = 1 + 3 \quad n^2 \approx 12 \quad n = 3,46 \quad n = \sqrt{12}$$

16. Completare le seguenti uguaglianze:

$$4 = (\dots)^2 \quad 2 = (\dots)^2 \quad 8 = (\dots)^2 \quad 9 = (\dots)^2$$

17. Spiegare perché le formule seguenti sono tutte errate e correggere gli errori:

$$\sqrt{9} \approx 3 \quad 3^2 \approx 9 \quad \sqrt{3} = 1,73 \quad (1,73)^2 = 3 \quad (\sqrt{3})^2 \approx 3$$

18. Scrivere in forma decimale le radici quadrate dei primi venti numeri naturali, prestando particolare attenzione al corretto uso dei simboli « $=$ » e « \approx ».

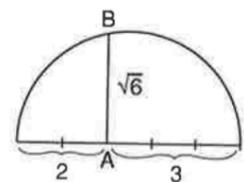
19. Spiegare perché, con i due procedimenti illustrati in fig. 15 si ottengono i segmenti AB e A'B' lunghi esattamente $\sqrt{6}$ cm.

Costruire poi un segmento CD lungo $\sqrt{12}$, illustrando i vari procedimenti che si possono seguire.

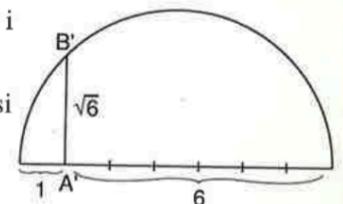
Risolvere i seguenti quesiti:

- spiegare perché CD non è il doppio di AB;
- scrivere $\sqrt{6}$ e $\sqrt{12}$ in forma decimale.

Figura 15

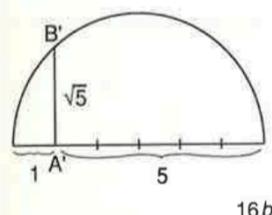
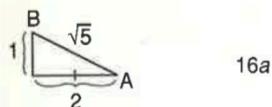


15a



15b

Figura 16



20. Spiegare perché, con i due procedimenti illustrati in fig. 16, si ottengono i segmenti AB e A'B' lunghi esattamente $\sqrt{5}$ cm. Costruire poi un segmento CD lungo $\sqrt{15}$, illustrando i vari procedimenti che si possono seguire.

Risolvere i seguenti quesiti:

- spiegare perché CD non è il triplo di AB;
- scrivere $\sqrt{5}$ e $\sqrt{15}$ in forma decimale.

21. Costruire un segmento AB lungo esattamente $\sqrt{7}$ cm. Costruire poi un segmento CD lungo $\sqrt{28}$, illustrando i vari procedimenti che si possono seguire.

Risolvere i seguenti quesiti:

- spiegare perché CD è il doppio di AB;
- scrivere $\sqrt{7}$ e $\sqrt{28}$ in forma decimale.

22. Costruire un segmento AB lungo esattamente $\sqrt{3}$ cm. Costruire poi un segmento CD lungo $\sqrt{27}$, illustrando i vari procedimenti che si possono seguire.

Risolvere i seguenti quesiti:

- spiegare perché CD è il triplo di AB.
- scrivere $\sqrt{3}$ e $\sqrt{27}$ in forma decimale.

Costruire un segmento AC, ottenuto disegnando due segmenti consecutivi: AB lungo $\sqrt{8}$ cm e BC lungo $\sqrt{2}$. Costruire poi un segmento DE lungo $\sqrt{10}$ e confrontare i segmenti AC e DE.

Radicali

Gli esercizi dal numero 23 al numero 26 conducono a impadronirsi del simbolo di radicale

23. Completare le seguenti uguaglianze:

$8=(\dots)^3$

$2=(\dots)^3$

$20=(\dots)^3$

$27=(\dots)^3$

24. Completare le seguenti uguaglianze:

$16=(\dots)^4$

$5=(\dots)^4$

$45=(\dots)^4$

$81=(\dots)^4$

25. Completare le seguenti uguaglianze:

$32=(\dots)^5$

$10=(\dots)^5$

$49=(\dots)^5$

$243=(\dots)^5$

26. Completare la seguente tabella, come è indicato nella prima riga.

Radicale $\sqrt[n]{a^m}$	Indice del radicale n	Radicando a^m	Esponente del radicando m
$\sqrt[4]{7^3}$	4	7^3	3
$\sqrt[3]{7^4}$			
	7	3^4	
	5	4^3	
	7	4	
	4	7	
	3	7	