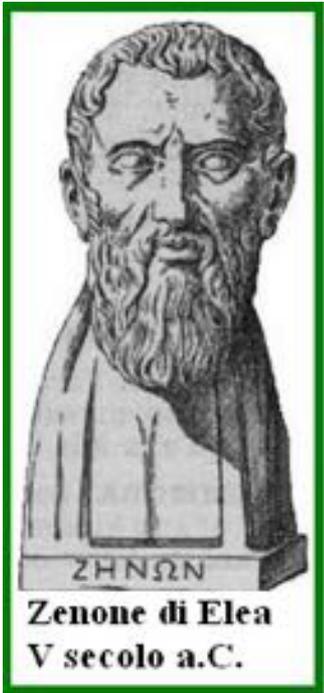


Problemi descritti da rette e sistemi

Un problema classico per cominciare



Un 'paradosso'



Achille è dieci volte più veloce della tartaruga, perciò dà alla tartaruga un vantaggio. Achille raggiungerà la tartaruga?

Il filosofo Zenone immaginava il movimento e rispondeva: **'No! Quando Achille arriva al punto di partenza della tartaruga, non trova la tartaruga che si è spostata, anche se di poco. E così Achille continua ad avvicinarsi alla tartaruga senza riuscire a raggiungerla'**.

**L'esperienza e il buon senso si ribellano.
Riflettiamo meglio sul movimento.**

Attività

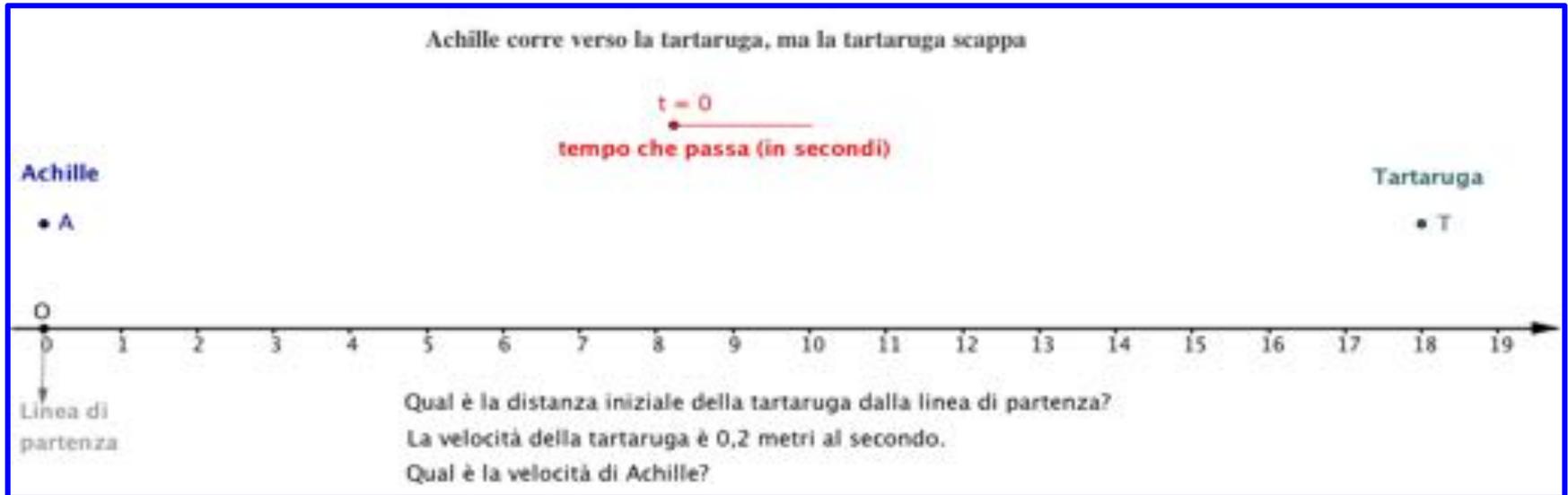
Completa la scheda di lavoro per riflettere sul 'paradosso' e trarre le tue conclusioni

Che cosa hai trovato

Dal problema alla soluzione grafica

- I. Una simulazione aiuta a riflettere e precisare
 - i dati del problema
 - la legge oraria di ogni moto

Una simulazione per riflettere



1. I dati del problema

2. La legge di ogni moto

	Distanza iniziale dal punto di partenza O	Velocità (in m/s)	Legge che lega la distanza percorsa y al variare del tempo x
Achille	0	2	$y = 2x$
Tartaruga	18	0,2	$y = 0,2x + 18$

Dal problema alla soluzione grafica

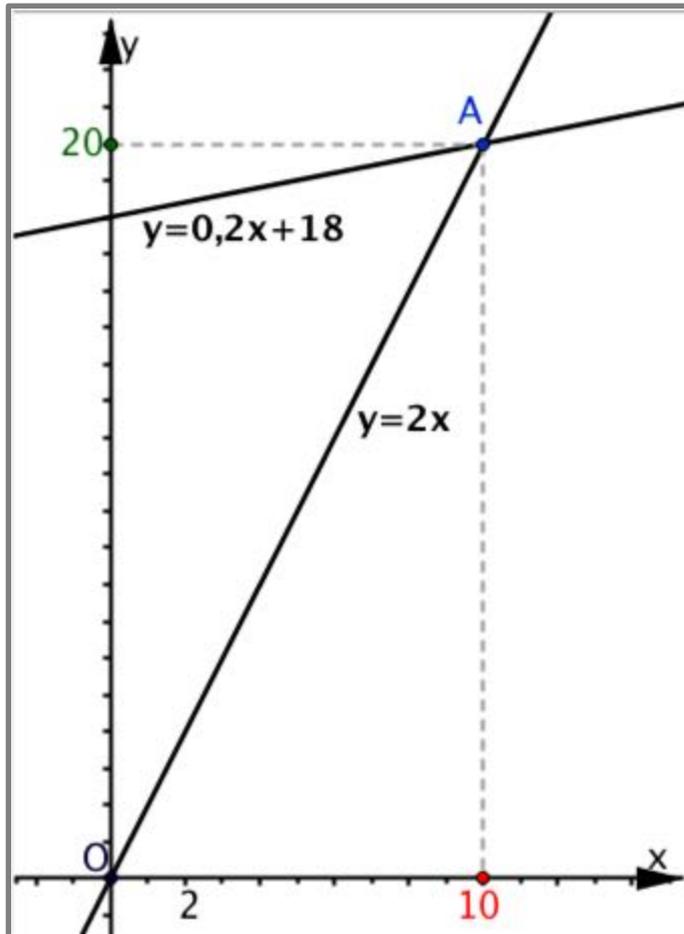
- II. Disegno sul piano cartesiano le leggi del moto**
- III. Risolvo il problema con un procedimento grafico**

Grafico delle leggi e procedimento grafico

Rappresento le due equazioni su un piano cartesiano

Quale grandezza è riportata sull'asse delle x ? Il tempo che passa

Quale grandezza è riportata sull'asse delle y ? La distanza dal punto di partenza O

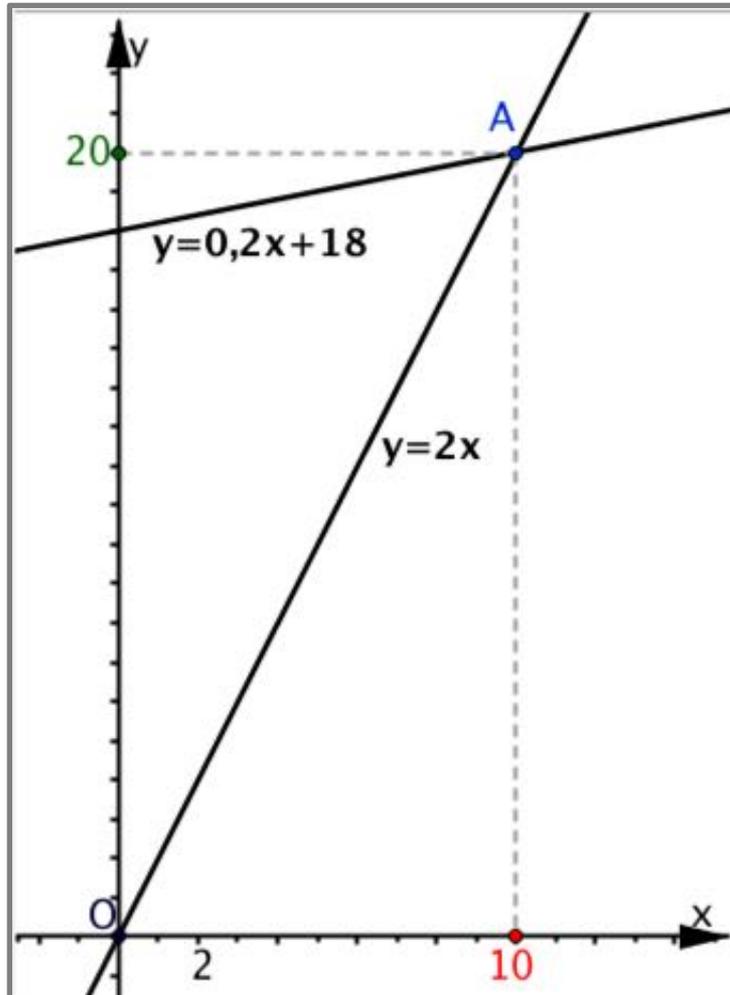


Il punto $A(10, 20)$ è il **punto di intersezione** delle due rette: si trova su entrambe le rette.

Dopo **10** secondi, Achille e la tartaruga si trovano entrambi a **20** metri dal punto di partenza.

Soluzione grafica

Con 'gli occhi delle matematica e dei grafici' abbiamo trovato una soluzione che corrisponde all'esperienza e al buon senso.



Il punto A(10, 20) dice in forma visiva che, dopo 10 secondi, Achille raggiunge la tartaruga a 20 metri dal punto di partenza.

Soluzione ottenuta con procedimento grafico

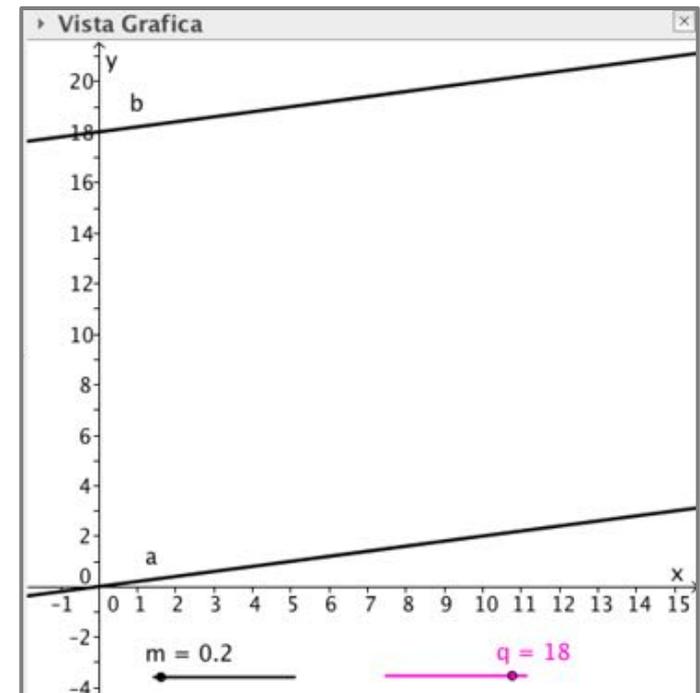
Un problema impossibile

5. Che cosa succede se Achille e la tartaruga hanno la stessa velocità di 0,2 m/s e la tartaruga ha un vantaggio di 18 metri?

- Sul grafico vedo due rette parallele.
- Le due rette si incontrano in un punto con l'ascissa molto grande
- Non posso trovare il punto comune alle due rette.
- Achille e la tartaruga si incontrano dopo molto tempo.
- Achille e la tartaruga non possono incontrarsi perché hanno la stessa velocità, perciò la tartaruga mantiene sempre lo stesso vantaggio.

V F
V F
V F
V F
V F

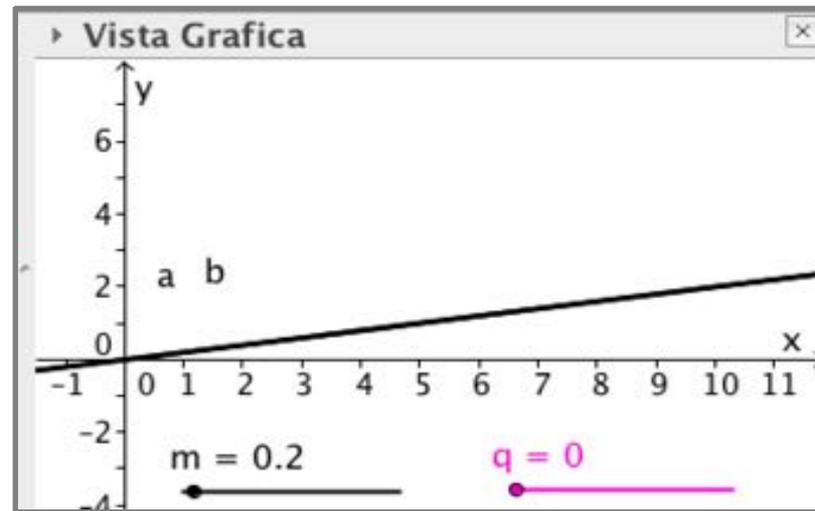
Achille non può incontrare la tartaruga



Un problema indeterminato

6. Che cosa succede se Achille e la tartaruga hanno la stessa velocità di 0,2 m/s e la tartaruga ha un vantaggio di 0 metri?

- Achille sta sulla tartaruga che cammina **V F**
- Il grafico mostra due rette sovrapposte. **V F**
- Achille e la tartaruga si incontrano in ogni istante del loro movimento. **V F**
- Achille e la tartaruga non si muovono. **V F**
- Le due rette hanno tutti i loro punti in comune. **V F**



Achille e la tartaruga si incontrano in ogni istante del loro movimento

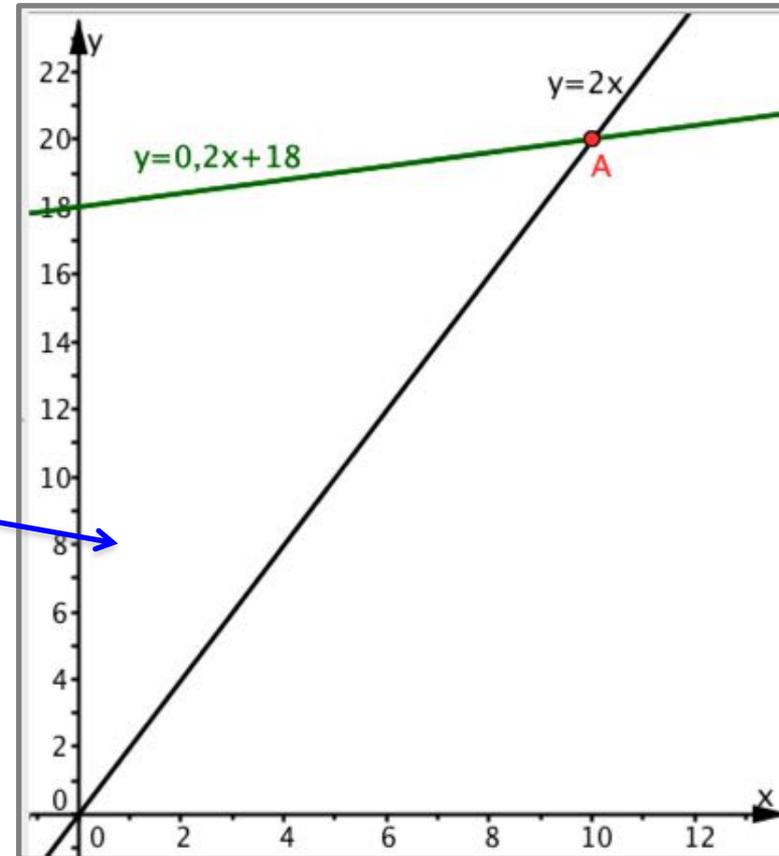
Il linguaggio dell'algebra



Achille corre alla velocità di 2m/s e dà un vantaggio di 18m alla tartaruga che va alla velocità di 0.2m/s. Achille raggiunge la tartaruga?

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 0,2x + 18 \end{cases}$$

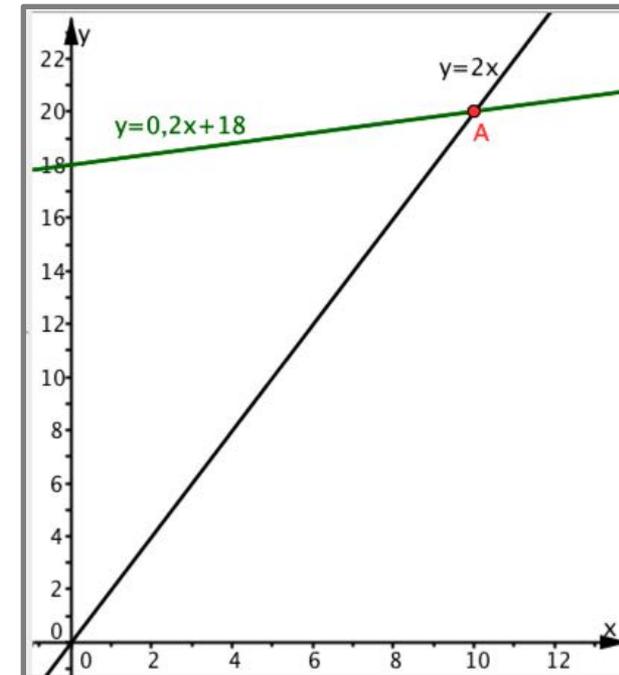
**Sistema di due equazioni
in due incognite (x, y)**



Sistema di due equazioni in due incognite

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 0,2x + 18 \end{cases}$$

1. La parentesi graffa **{** ricorda che debbo esaminare le due equazioni insieme, **senza mai separarle**.
2. Il **sistema è lineare** (o di I grado), dato che le due equazioni sono di I grado.
3. La scrittura **(10, 20)** descrive una **coppia ordinata di numeri**: due numeri scritti vicini, sempre nello stesso ordine.
4. La coppia **(10, 20)** è **la soluzione del sistema**.



La soluzione di un sistema lineare

$$\begin{cases} y=2x \\ y=0,2x+18 \end{cases}$$

(10, 20) è la soluzione del sistema

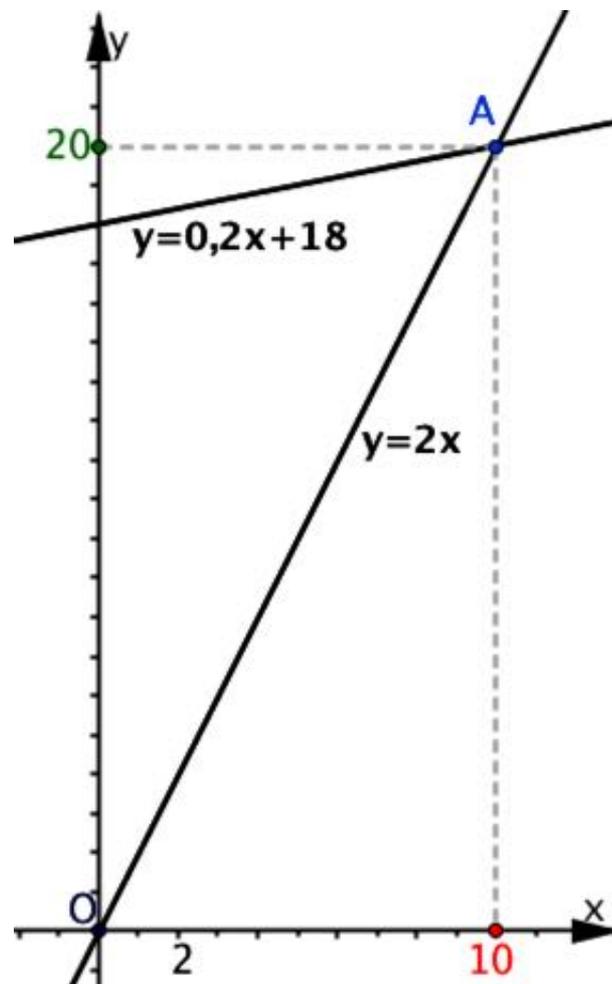
(10; 20) è la soluzione del sistema

$$\begin{cases} y=2x \\ y=0,2x+18 \end{cases}$$

Sistema di equazioni

$$\begin{cases} 20 = 2 \cdot 10 \\ 20 = 0,2 \cdot 10 + 18 \end{cases}$$

Coppia di uguaglianze vere



La soluzione (10, 20) **soddisfa** entrambe le equazioni del sistema

Cambio i dati del problema

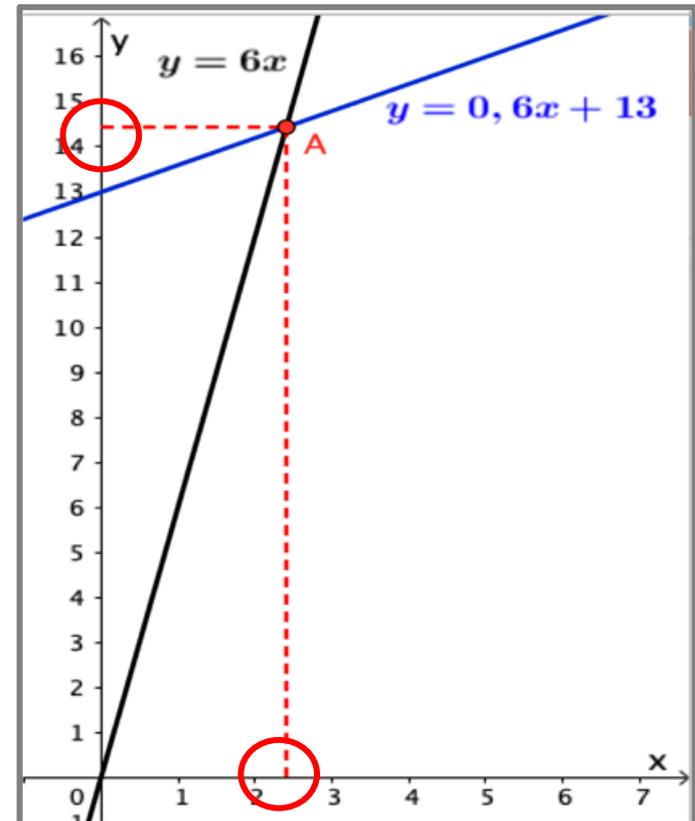
	Distanza iniziale dal punto di partenza O	Velocità (in m/s)	Legge che lega la distanza percorsa y al variare del tempo x
Achille	0	6 m/s	$y = 6x$
Tartaruga	13	0,6 m/s	$y = 0,6x + 13$

$$\begin{cases} y = 6x \\ y = 0,6x + 13 \end{cases}$$

Sul grafico il punto A non ha coordinate intere.

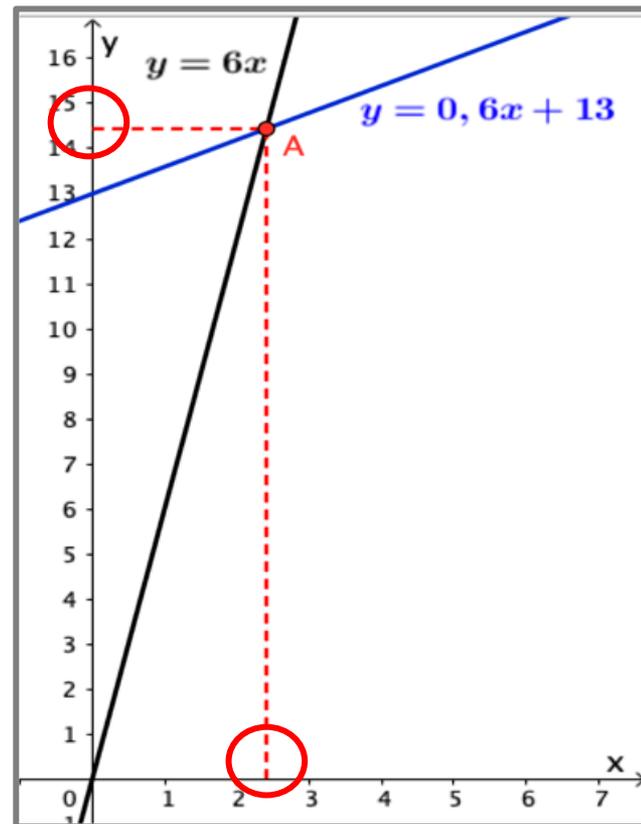
Valuto

$A(2,4, 14,4)$



Esamino la soluzione grafica

$$\begin{cases} y=6x \\ y=0,6x+13 \end{cases}$$



(2,4 , 14,4) è la soluzione del sistema?

14,4

$$\begin{cases} y=6x \\ y=0,6x+13 \end{cases}$$

↓

$$\begin{cases} 14,5=6 \cdot 2,4 \\ 14,5=0,6 \cdot 2,4+13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 14,5=14,4 \\ 14,5=14,44 \end{cases}$$

Sistema di equazioni

↓

Coppia di uguaglianze
'quasi vere'

(2,4 , 14,4) è una soluzione **approssimata** del sistema

La soluzione grafica è approssimata

$$\begin{cases} y=6x \\ y=0,6x+13 \end{cases}$$

E la soluzione esatta?

La soluzione esatta si trova con metodi algebrici che vedremo nella prossima lezione.

