

Problemi con leggi lineari

Problemi lineari nella realtà

La realtà suggerisce vari fenomeni che conducono a risolvere problemi lineari: sono i problemi che conducono a scrivere **leggi lineari**, cioè leggi che hanno per grafico una retta. Ecco un esempio.

Quanto costa l'abbonamento ad una palestra?



Costo dell'abbonamento ad una palestra

Due abbonamenti proposti

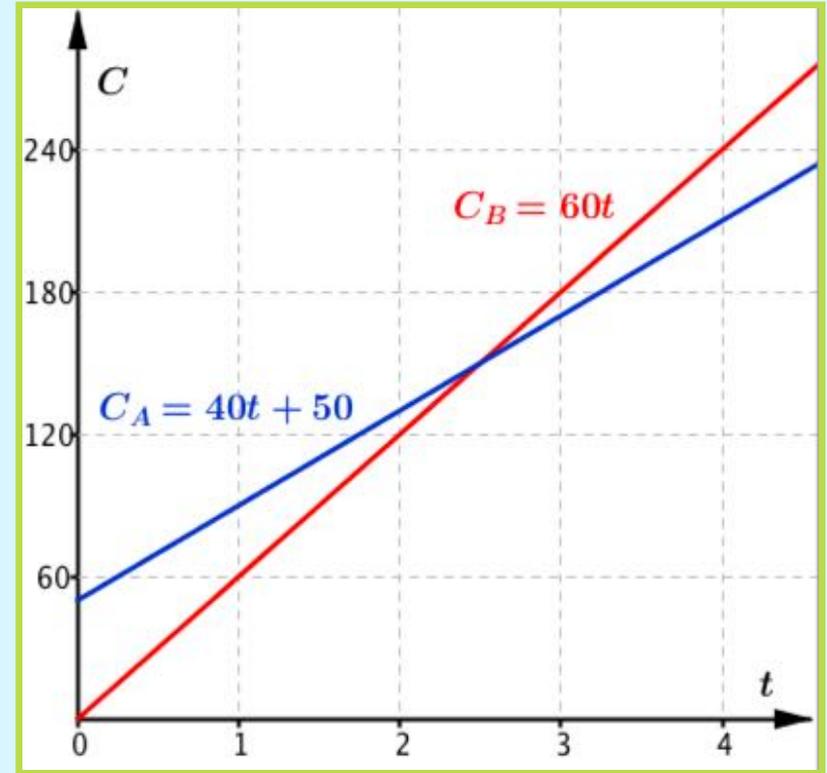
A. Iscrizione 50 euro e 40 euro al mese

B. 60 euro al mese senza pagare l'iscrizione

Per confrontare i due abbonamenti

C costo (in euro), t tempo (in mesi)

t	C_A	C_B
0	50	0
1	$50 + 40 = 90$	60
2	$50 + 40 \cdot 2 = 130$	$60 \cdot 2 = 120$
t	$50 + 40t = C_A$	$60t = C_B$



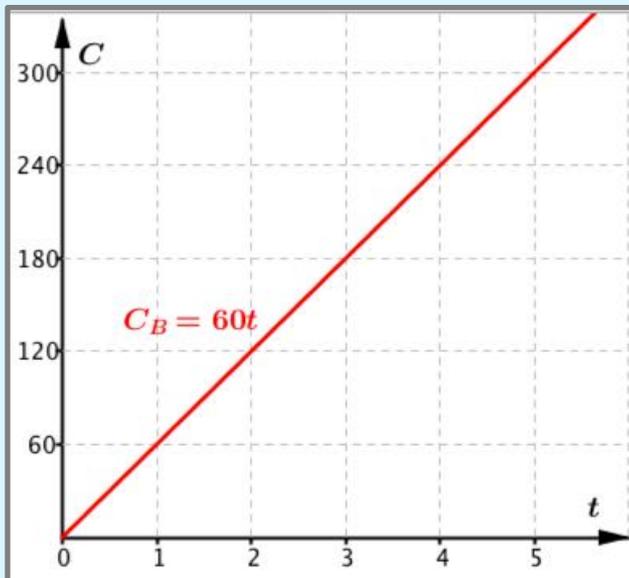
Secondo i primi calcoli l'abbonamento B ha il costo più basso. Ma il grafico mostra che l'abbonamento A diventa il meno costoso, quando vado in palestra per più di 3 mesi.

Costo di abbonamenti in palestra

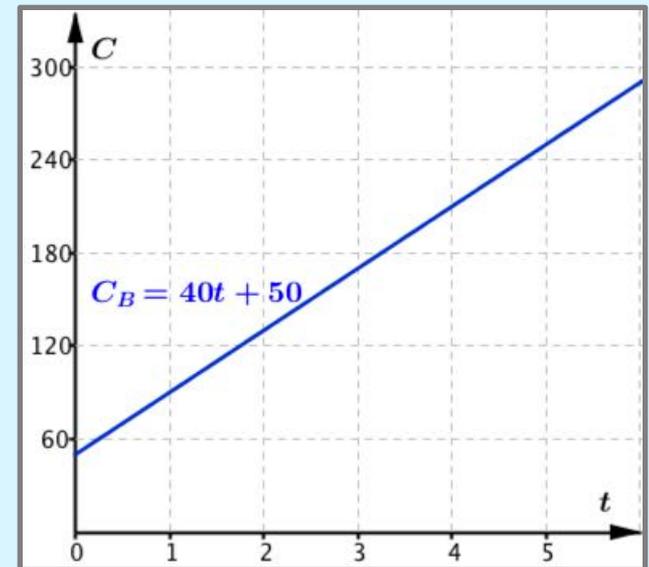
- Riconosco equazioni lineari, anche quando le variabili sono indicate con lettere diverse da x e y .

$$C_A = 40t + 50 \quad C_B = 60t$$

- Costo dell'abbonamento e tempo non possono essere numeri negativi, perciò, per tracciare il grafico, basta il I quadrante di un piano cartesiano.
- Ho scelto l'unità di misura sui due assi cartesiani in modo da ottenere un grafico ben visibile.

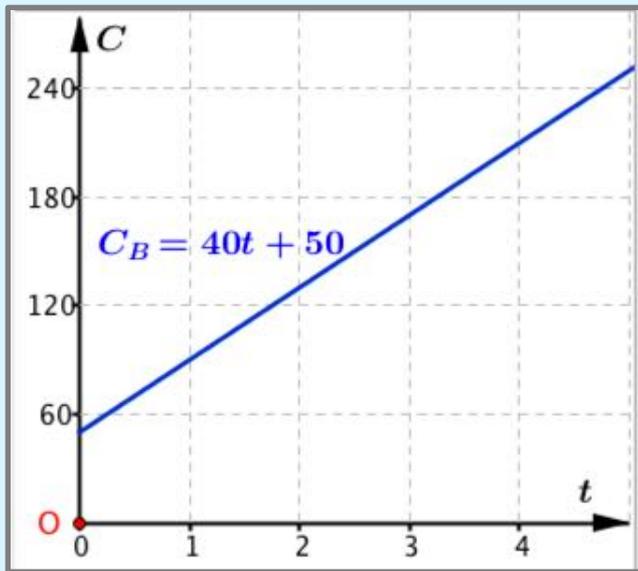


Diversa unità di
misura sui due assi



Leggi lineari e proporzionalità

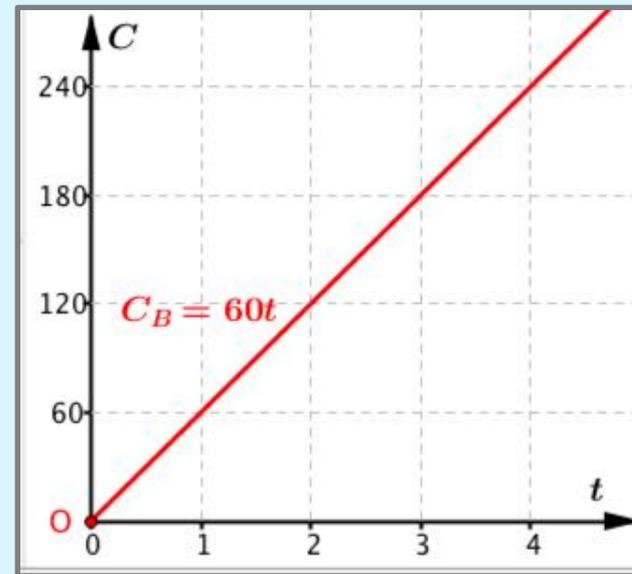
LEGGE LINEARE



t	1	2	3	4
C_A	90	130	170	210

1. **La legge:** è un'equazione lineare del tipo $C_A = mt + q$
2. **Il grafico:** i punti $(t; C_A)$ si trovano su una retta.

PROPORZIONALITÀ



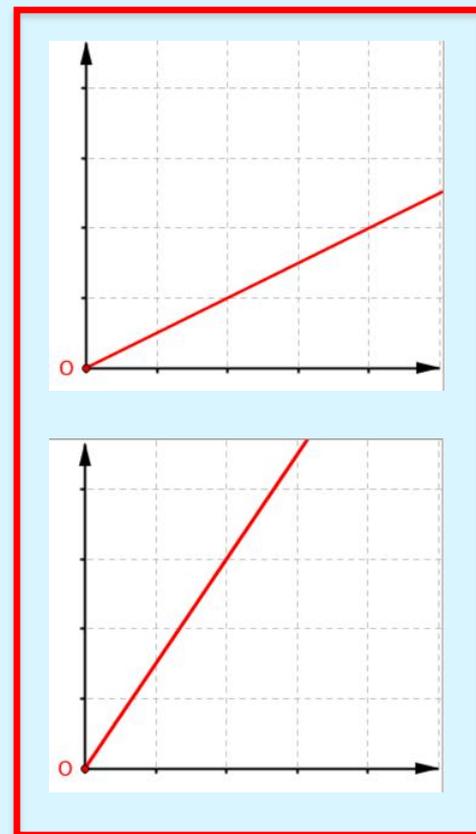
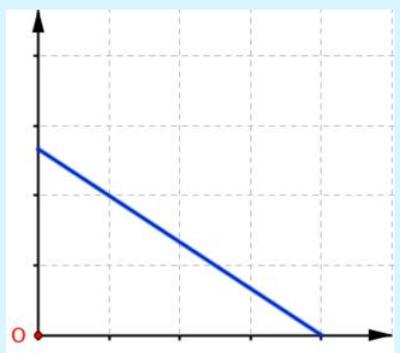
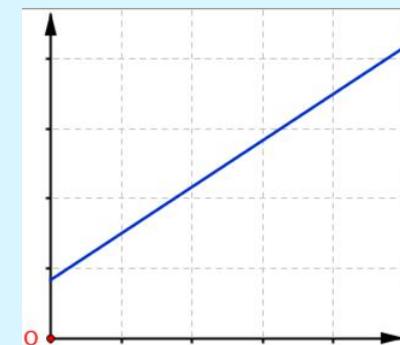
t	1	2	3	4
C_B	60	120	180	240

1. **La legge:** è una funzione lineare del tipo $C_B = mt$ **(con $q = 0$)**
2. **Il grafico:** i punti $(t; C_B)$ si trovano su una retta **che passa per l'origine $O(0; 0)$.**

Proporzionalità e leggi lineari

Una legge di proporzionalità diretta è una particolare legge lineare.

LEGGI LINEARI



P
R
O
P
O
R
Z
I
O
N
A
L
I
T
À

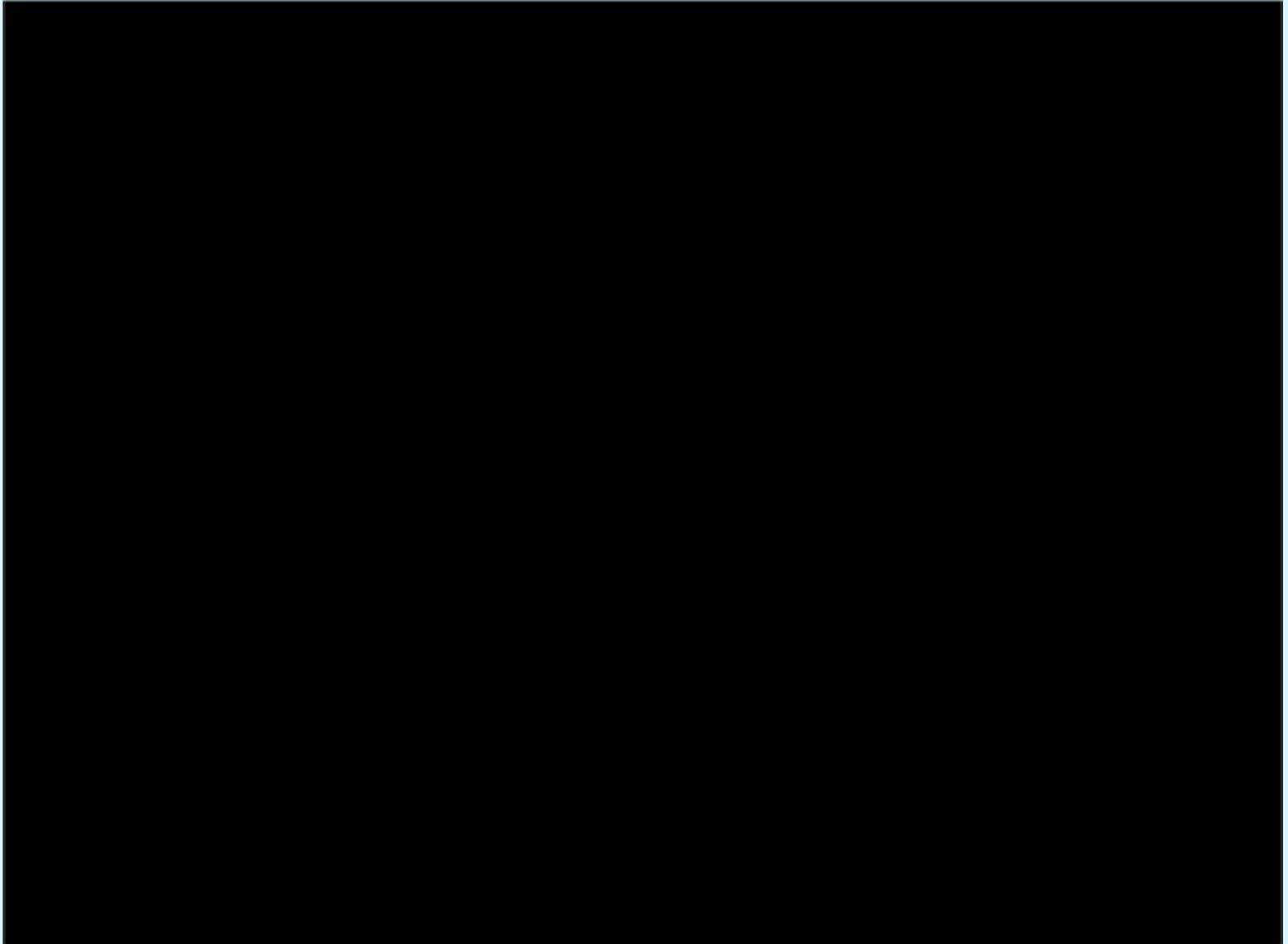
Fenomeni lineari in fisica

I fenomeni regolati da leggi lineari sono molto numerosi e vari nelle scienze e specialmente in fisica.

Vedremo qui due esempi:

- 1. Il moto rettilineo a velocità costante.**
- 2. La velocità del moto ad accelerazione costante.**

1. Moto rettilineo a velocità costante



1. Moto rettilineo a velocità costante

Nel movimento rettilineo con velocità costante v la distanza percorsa s è legata al tempo t dalla *legge oraria*

$$s = s_0 + vt$$

È una legge matematica lineare, ma ora le lettere hanno un significato fisico:

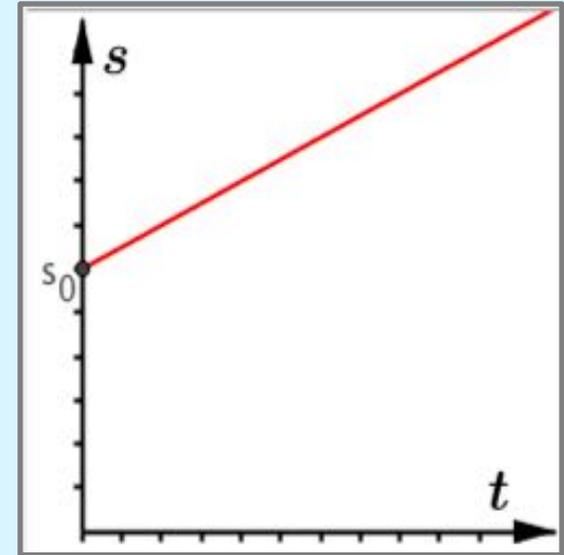
s_0 indica la distanza dal punto di partenza quando comincio a misurare il tempo.

Se trovo $s_0 = 0$ ho la legge

$$s = vt$$

che è una legge di proporzionalità diretta.

In tutti e due le leggi trovo v , che è la **velocità costante** e la **pendenza della retta** grafico della legge.



Parole nel video

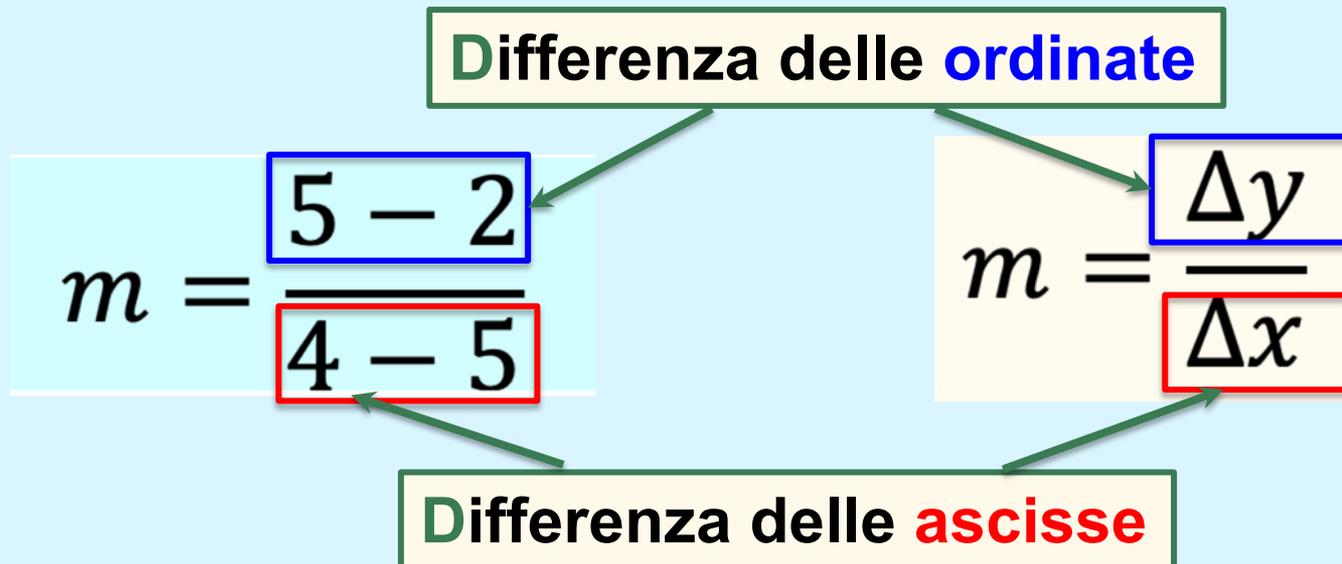
Hai ritrovato che, nel piano cartesiano, la *pendenza* di una retta prende anche il nome di *coefficiente angolare*.

Simboli nel video

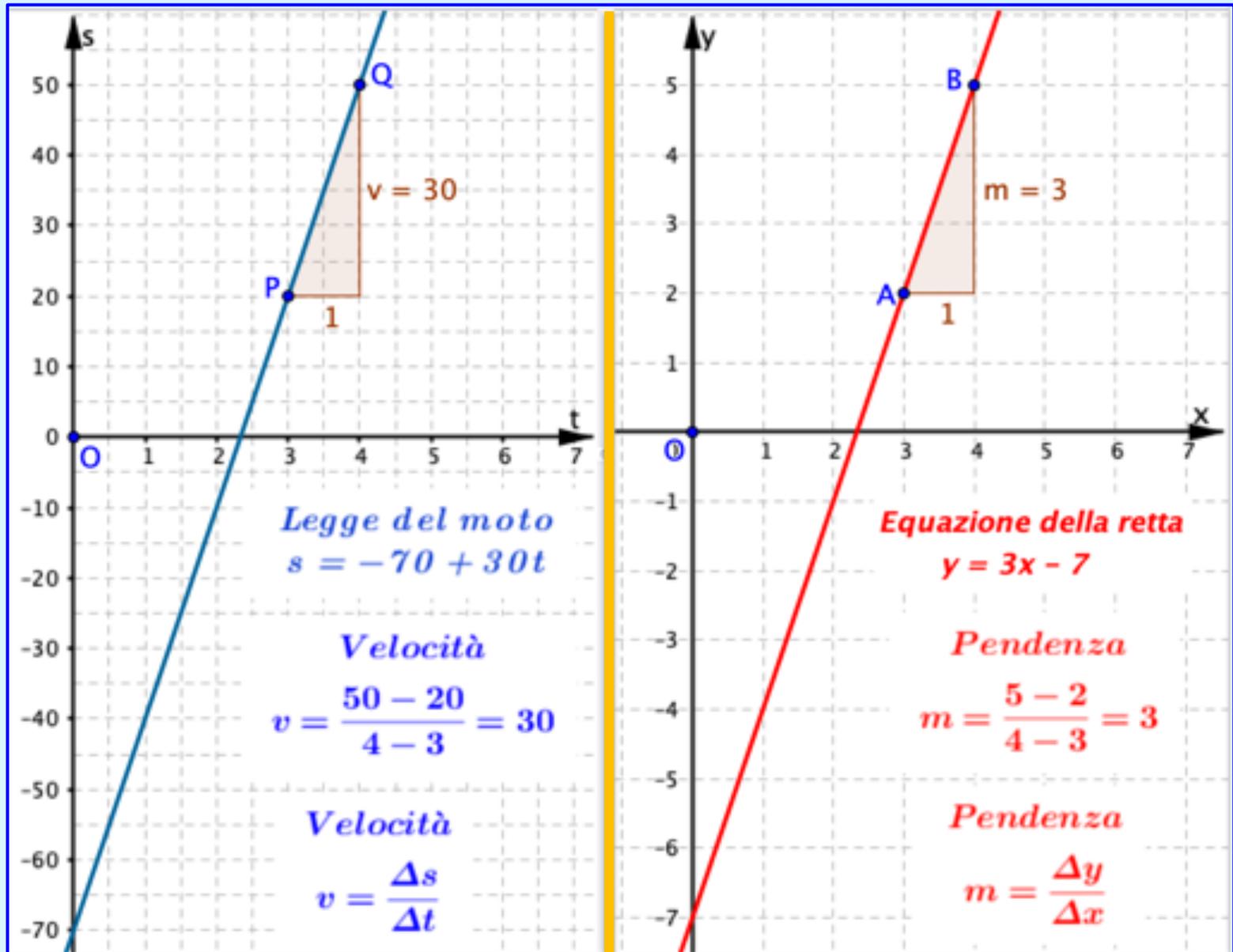
Hai incontrato un simbolo che ritroverai più volte nei tuoi studi scientifici:



È la lettera 'd' maiuscola greca, iniziale della parola **d**ifferenza.



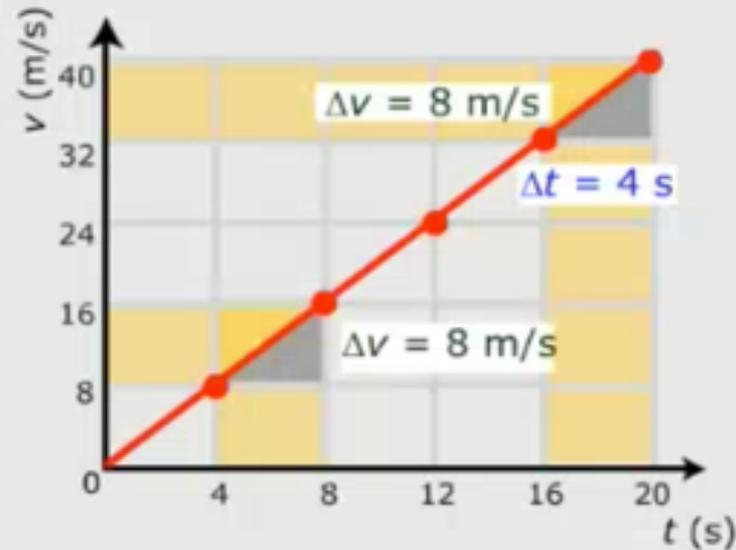
Fisica e Matematica



2. Moto rettilineo con accelerazione costante

Il moto uniformemente accelerato

Istante t (s)	velocità v (m/s)
0	0
4	8
8	16
12	24
16	32
20	40



2. Moto rettilineo con accelerazione costante

Nel moto rettilineo con accelerazione costante a la velocità istantanea v è legata al tempo t dalla legge lineare

$$v = v_0 + at$$

Ecco il significato fisico delle lettere:

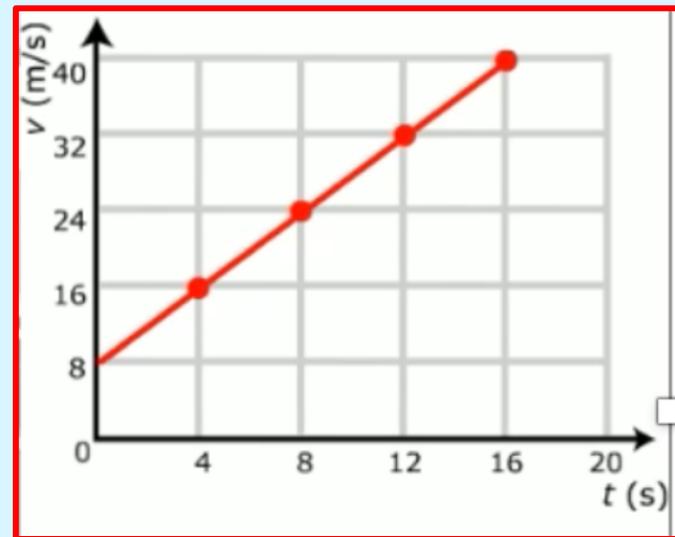
v_0 indica la velocità iniziale.

Se trovo $v_0 = 0$ ho la legge

$$v = at$$

che è una legge di proporzionalità diretta.

In tutti e due le leggi trovo a , che è l' **accelerazione costante** e la **pendenza della retta** grafico della legge.



Problemi lineari. Attività

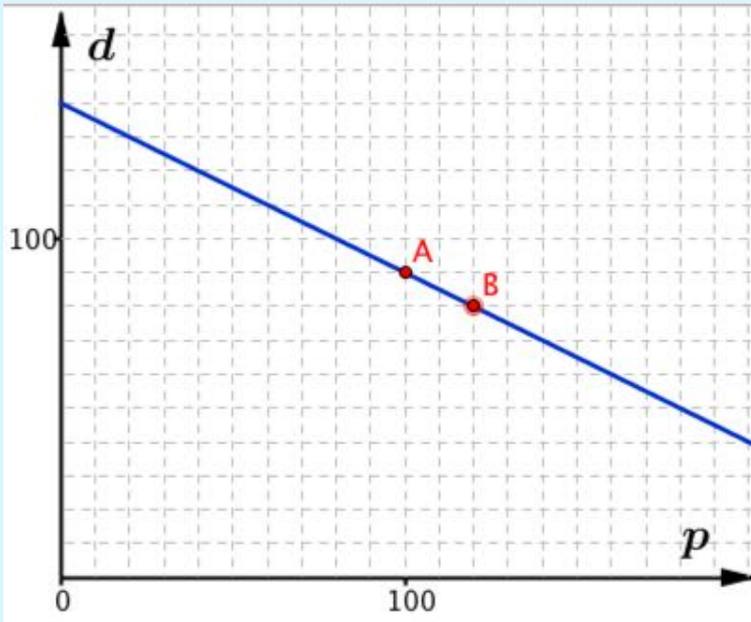
Completa la scheda di lavoro per esaminare e risolvere problemi lineari.

Che cosa hai ottenuto?

I problema, quesiti 1 e 2

I. Il numero d di tablet acquistati dai consumatori diminuisce linearmente all'aumentare del prezzo p . Un negozio ha venduto in un mese 90 tablet al prezzo di 100 euro; il mese successivo ha aumentato il prezzo di 20 euro, vendendo però soltanto 80 tablet. Risolvi i seguenti quesiti:

1. rappresenta sul piano cartesiano i dati e il grafico della legge;
2. scrivi la legge che lega d a p .



1. *Rappresento i punti $A(100, 90)$ e $B(120, 80)$. Traccio il tratto di retta AB nel I quadrante, dato che d e p non possono essere negativi.*

2. *Scrivo l'equazione della retta per A e B .*

$$\text{Pendenza } m = (80 - 90) : (120 - 100) = -0,5$$

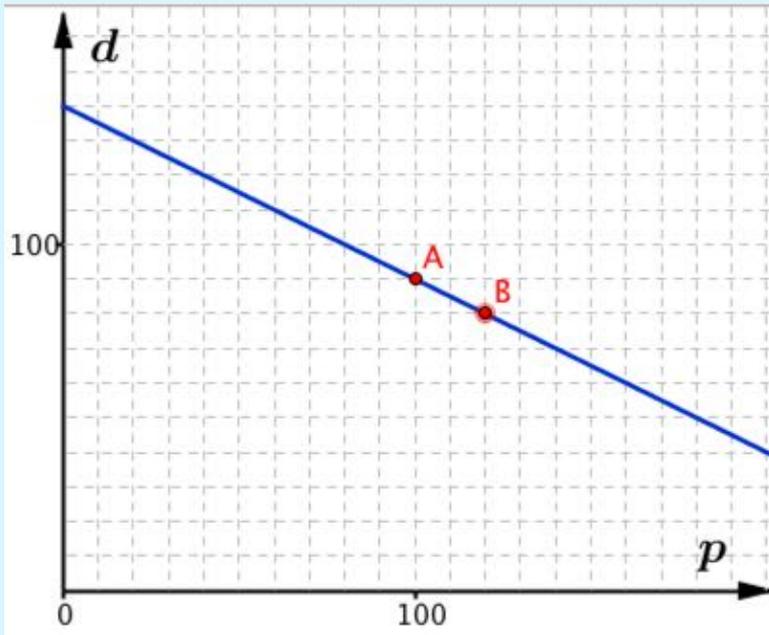
$$d - 90 = -0,5(p - 100)$$

Esplicito d .

$$d = -0,5p + 140$$

Quesiti 3 e 4

- I. Il numero d di tablet acquistati dai consumatori diminuisce linearmente all'aumentare del prezzo p . Un negozio ha venduto in un mese 90 tablet al prezzo di 100 euro; il mese successivo ha aumentato il prezzo di 20 euro, vendendo però soltanto 80 tablet. Risolvi i seguenti quesiti:
3. calcola il numero di tablet che prevedi di vendere al prezzo di 200 €;
 4. calcola a quale prezzo prevedi di non vendere alcun tablet.



$$d = -0,5p + 140$$

3. Sostituisco 200 a p e calcolo d

$$d = -0,5 \cdot 200 + 140 = 40$$

4. Sostituisco 0 a d e ricavo p

$$0 = -0,5p + 140$$

$$0,5p = 140$$

$$p = 140 : 0,5 = 280$$

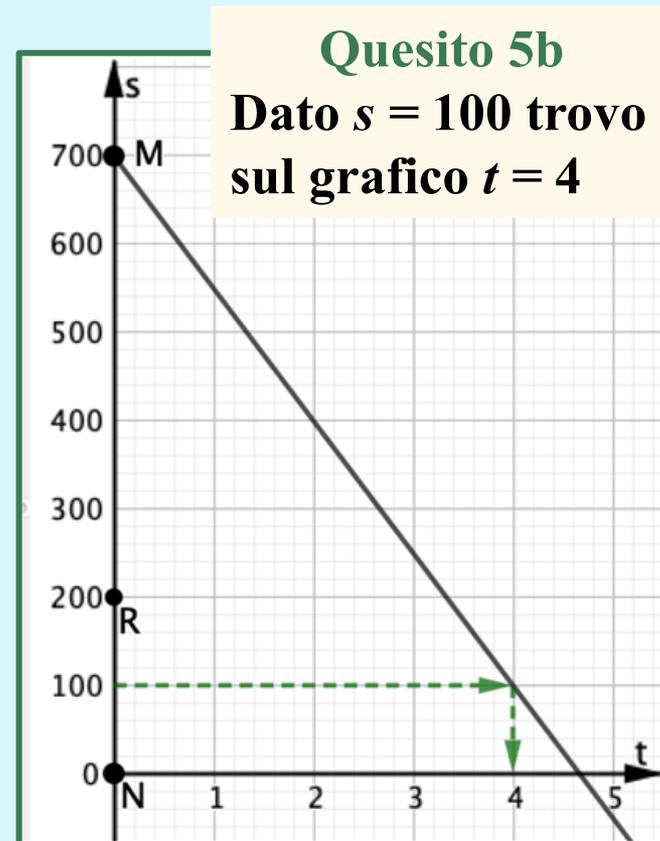
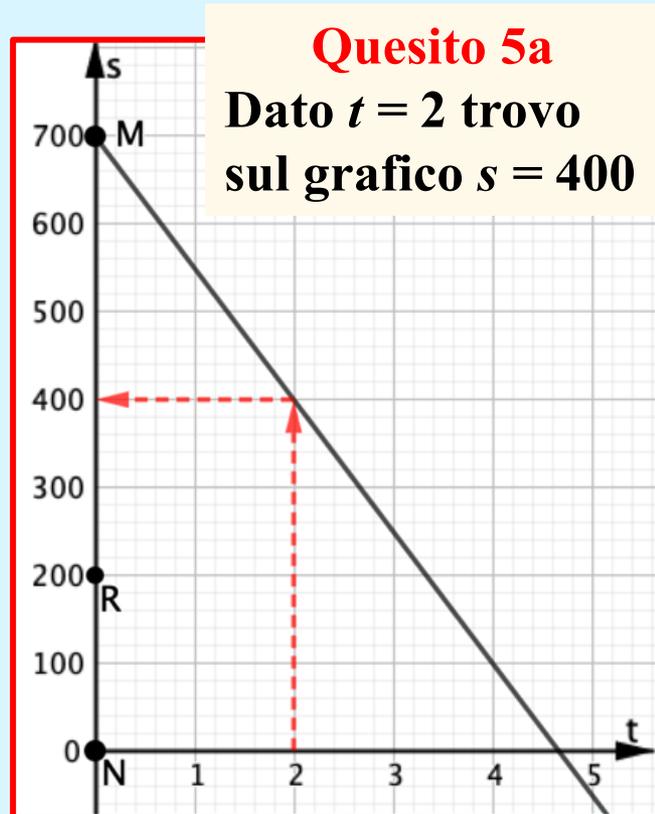
Il problema, quesiti 5a , 5b

II. In figura la legge oraria di un treno sulla linea Napoli – Milano.

5. Osserva il grafico per rispondere alle seguenti domande:

a. A quale distanza da Napoli trovi il treno alle 2? **400 km**

b. A che ora trovi il treno a 100 chilometri da Napoli? **Alle 4**



Il problema, quesito 5c

II. In figura la legge oraria di un treno sulla linea Napoli – Milano.

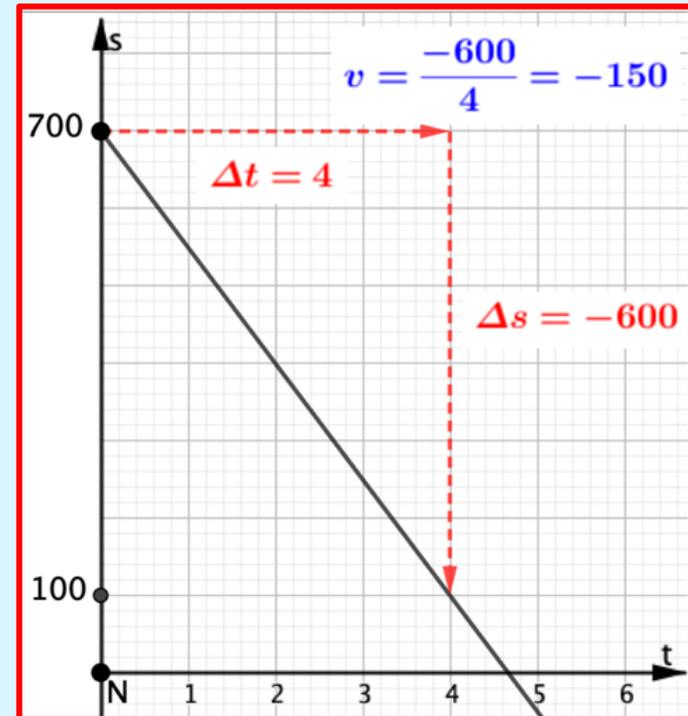
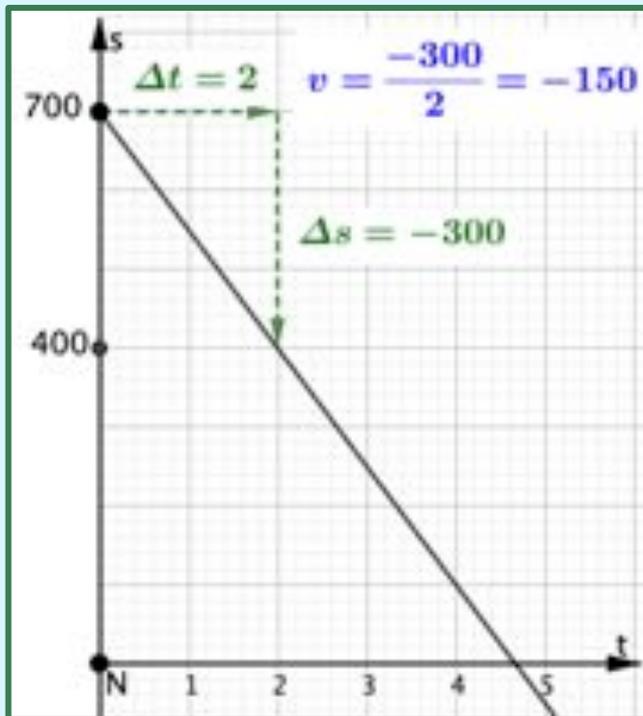
5. Osserva il grafico per rispondere alle seguenti domande:

a. A quale distanza da Napoli trovi il treno alle 2? **400 km**

b. A che ora trovi il treno a 100 chilometri da Napoli? **Alle 4**

c. Qual è la velocità v del treno? **$v = -150$ km/h**

Due procedimenti portano allo stesso risultato



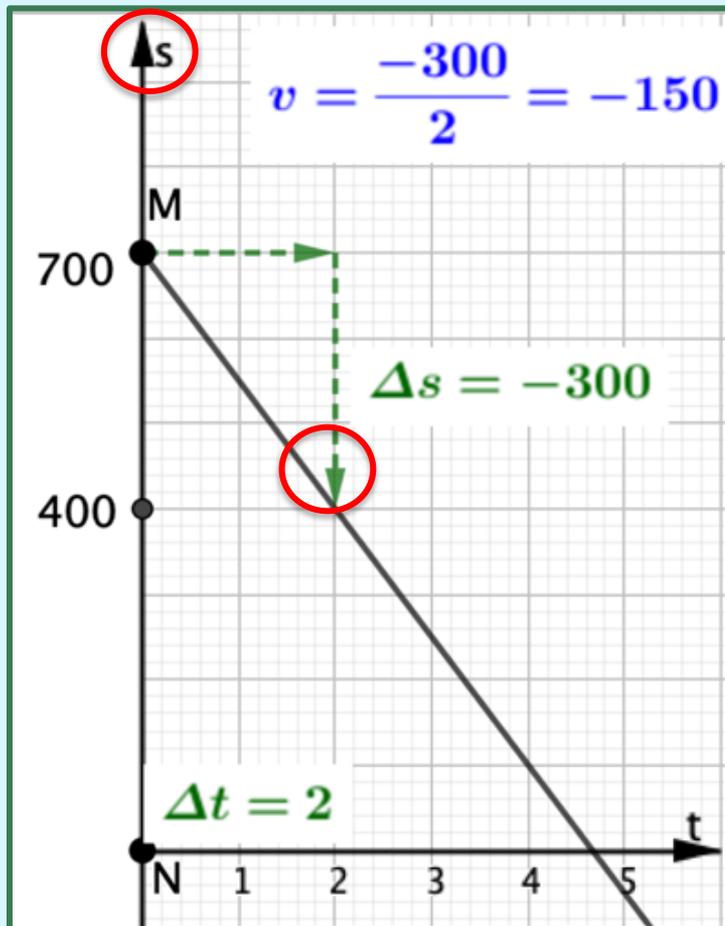
Il problema, quesito 5c

**Qual è il significato della
'velocità negativa' ?**

Velocità del moto - Pendenza della retta

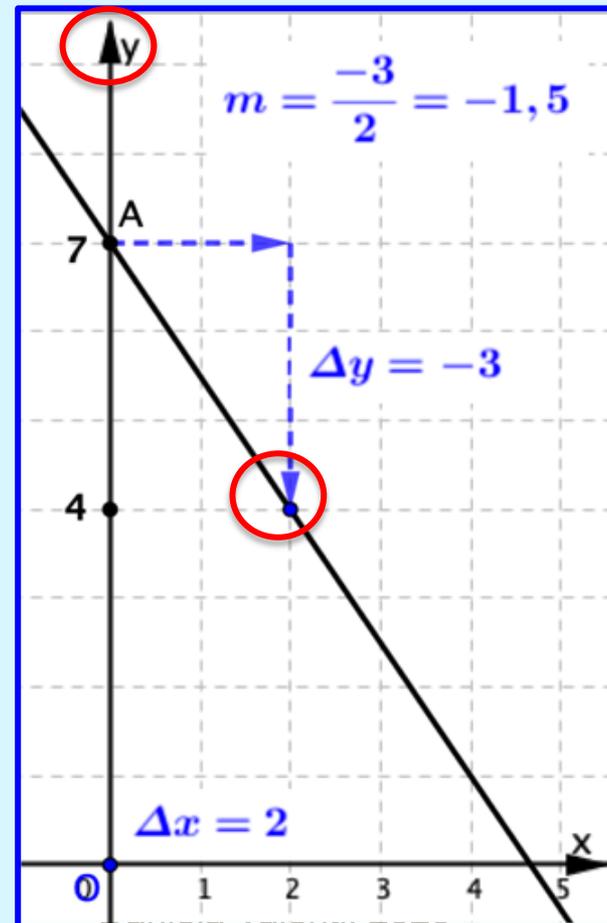
Velocità negativa

Il treno viaggia da Milano verso Napoli. Cresce il tempo t , ma diminuisce s .



Pendenza negativa

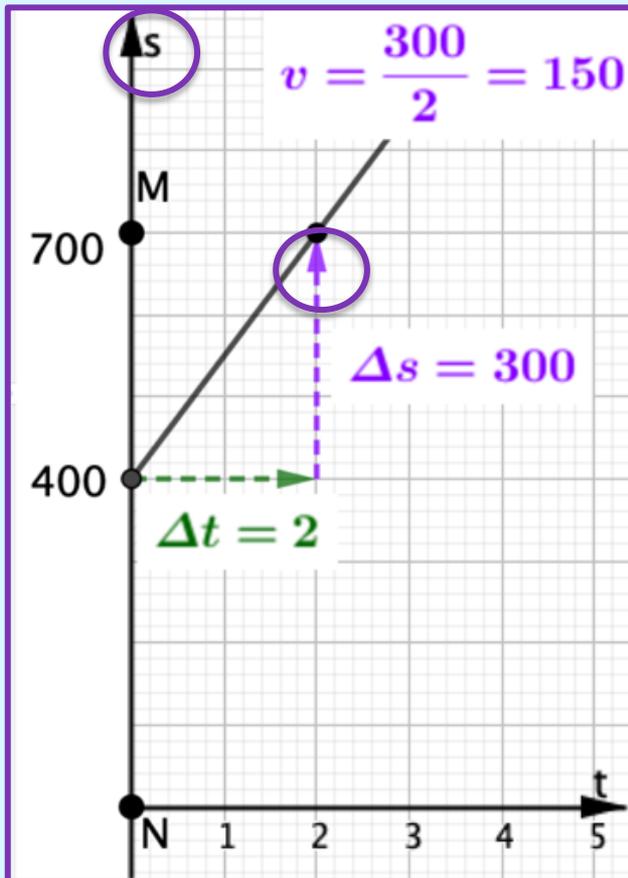
La retta 'è in discesa'. Se cresce l'ascissa x , diminuisce y



Velocità del moto - Pendenza della retta

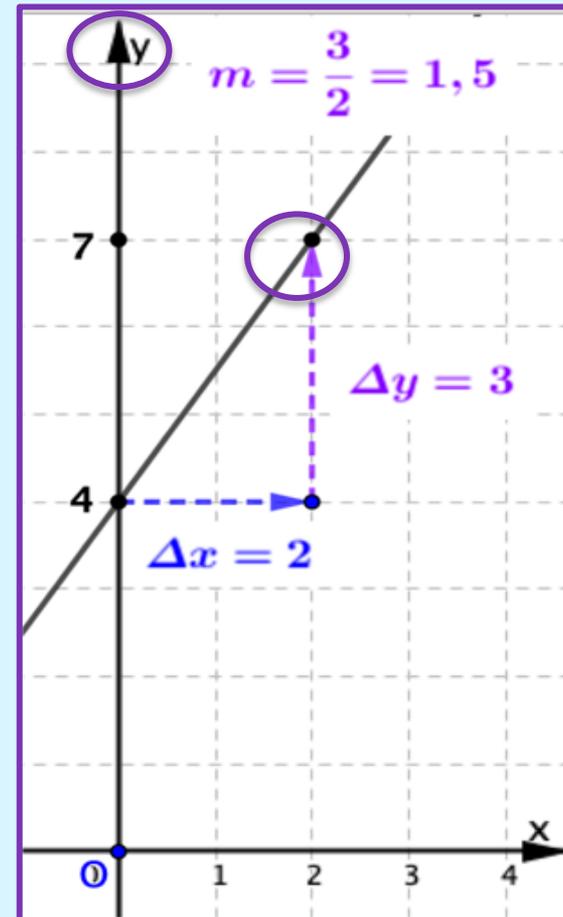
Velocità positiva

Il treno viaggia da Napoli verso Milano. Cresce il tempo t e cresce anche s .



Pendenza positiva

La retta 'è in salita'. Se cresce l'ascissa x , cresce anche y .



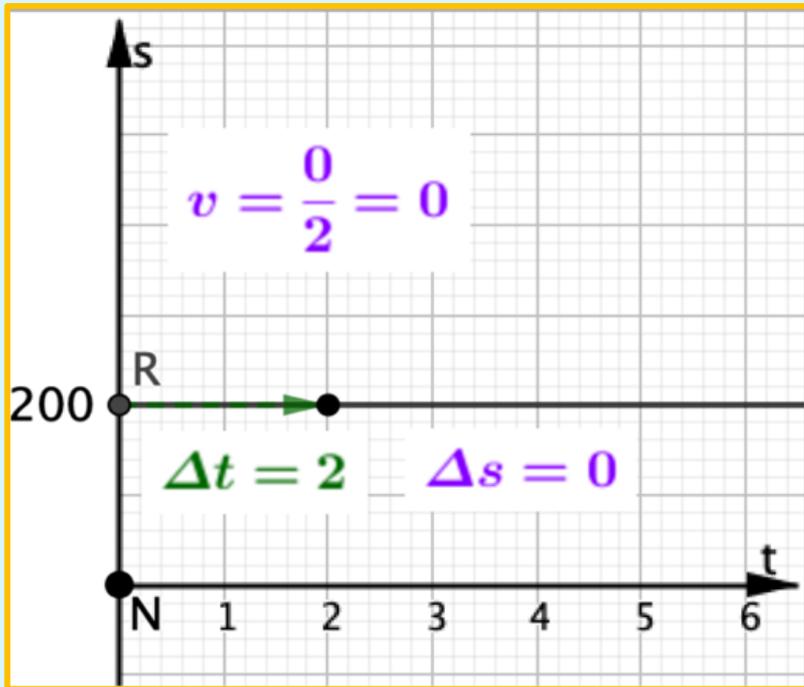
Velocità del moto - Pendenza della retta

C'è ancora un caso da esaminare

Velocità del moto - Pendenza della retta

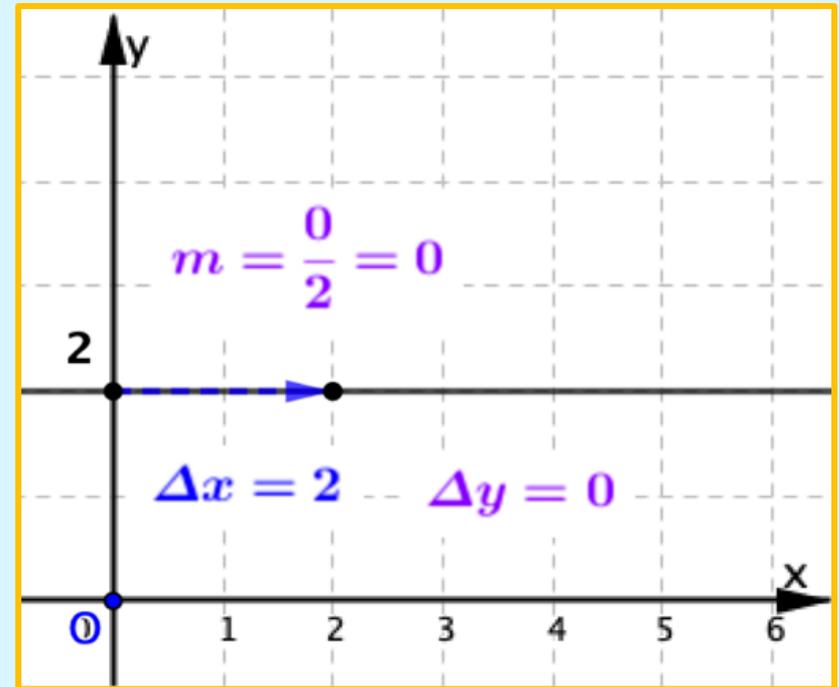
Velocità 0

Il treno è fermo a Roma.
Il tempo t cresce, ma la
distanza s non cambia.



Pendenza 0

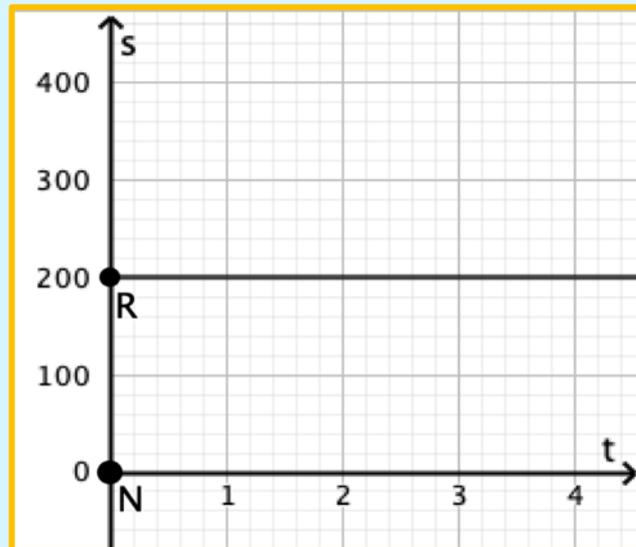
Retta parallela all'asse x .
Se l'ascissa x cresce,
 y non cambia.



Il problema, quesito 6

6. A fianco trovi la legge oraria di un altro treno sulla linea Napoli – Milano. Scegli qui sotto le affermazioni vere (V) e quelle false (F).

- | | | |
|--|---|---|
| a. Il treno va alla velocità di 200 km/h. | V | F |
| b. La legge oraria del moto del treno è: $s = 200t$. | V | F |
| c. Da mezzanotte il treno è fermo alla stazione di Roma. | V | F |
| d. La legge oraria del moto del treno è: $s = 200$. | V | F |
| e. La legge oraria del moto del treno è: $s = 0$. | V | F |
| f. La velocità del treno è: $v = 0$. | V | F |



Il problema, quesiti 7a , 7b, 7c

5. Un altro treno viaggia sulla stessa linea con la legge oraria data da $s = 200 + 125t$

Basati sulla legge per rispondere alle seguenti domande:

a. A quale distanza da Napoli trovi il treno alle 2? **450km**

Motiva qui sotto la risposta

Sostituisco 2 a t e calcolo s

$$s = 200 + 125 \cdot 2 = 200 + 250 = 400$$

b. A che ora trovi il treno a 700 chilometri da Napoli? **Alle 4**

Motiva qui sotto la risposta

Sostituisco 700 a s e ricavo t

$$700 = 200 + 125 \cdot t \text{ da cui } 125 \cdot t = 700 - 200$$

$$125 \cdot t = 500 \text{ e quindi } t = \frac{500}{125} = 4$$

c. Qual è la velocità del treno? **125km/h**

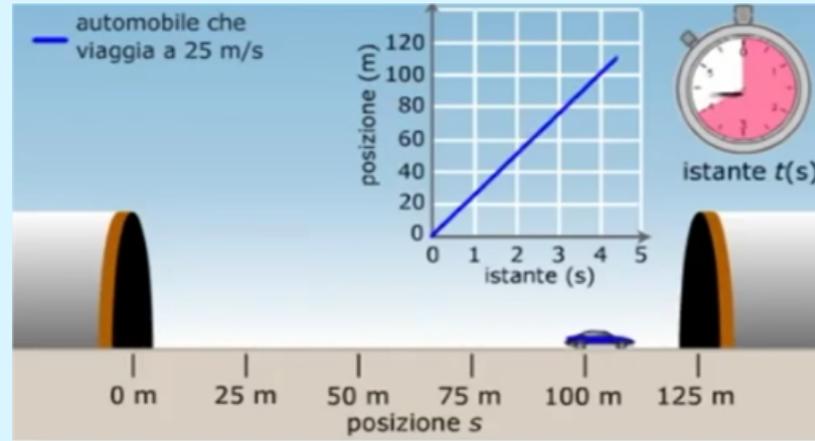
Motiva qui sotto la risposta

La velocità 125 è il coefficiente di t nella legge oraria

$$s = 200 + 125t$$

Riflessione

Problemi lineari



Due abbonamenti proposti

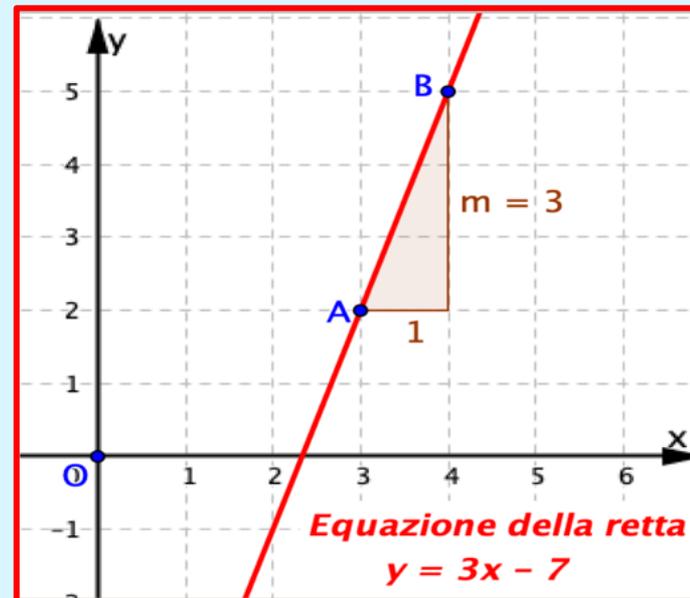
A. Iscrizione 50 euro e 40 euro al mese

B. 60 euro al mese senza pagare l'iscrizione

Per confrontare i due abbonamenti

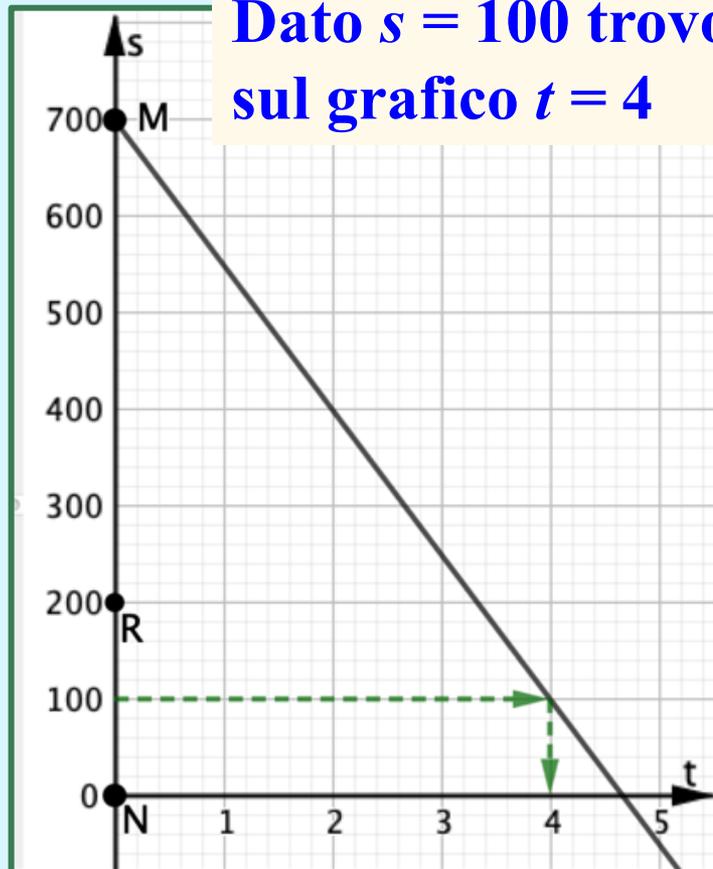
C costo (in euro), t tempo (in mesi)

t	C_A	C_B
0	50	0
1	$50 + 40 = 90$	60
2	$50 + 40 \cdot 2 = 130$	$60 \cdot 2 = 120$
t	$50 + 40t = C_A$	$60t = C_B$



Risolvere problemi lineari

Metodo grafico



Metodo algebrico

Un treno viaggia con la legge oraria data da

$$s = 700 - 150t$$

A che ora il treno è a 100 chilometri da Napoli?

Dato $s = 100$ debbo determinare t

Sostituisco 100 a s e ricavo t

$$100 = 700 - 150t$$

$$150t = 700 - 100$$

$$150t = 600$$

$$t = \frac{600}{150} = 4$$