

# Equazioni di primo grado con coefficienti letterali

# **Riprendo un problema che conduce a un'equazione di primo grado**

# Bilancio annuale di una fabbrica di moto (in migliaia di euro)

Entrate		Uscite	
Finanziamento europeo	4000	Salari	10 000
Capitale iniziale	2000	Macchinari	1000
Ricavo per ogni moto	6	Costi per produrre una moto	1,5
		Collaudo e trasporto di una moto	0,2
		Percentuale al venditore per ogni moto	0,3



Stabilire quante moto bisogna vendere nell'anno per avere il pareggio di bilancio, cioè

$$\text{Entrate} = \text{Uscite}$$

# Il problema tradotto in un'equazione

Incognita  $x$  è il numero di moto da vendere nell'anno.

$$4000 + 2000 + 6x = 10000 + 1000 + 1,5x + 0,2x + 0,3x$$

**Totale  
Entrate fisse**

**Totale  
Uscite fisse**

$$1,5x + 0,2x + 0,3x = 2x$$

$$6000 + 6x = 11000 + 2x$$

**Prezzo di vendita  
di una moto**

**Costo di produzione  
di una moto**

# La soluzione dell'equazione

$$6000 + 6x = 11000 + 2x$$

- Sottraggo  $2x$  ai due membri
- Sottraggo 6000 ai due membri

$$4x = 5000$$

- Divido per 4 i due membri

$$x = 1250$$

**La soluzione vale per l'anno in corso.  
L'anno successivo cambia solo qualche  
numero, ad esempio il prezzo di vendita, ...  
e debbo ripetere l'intero procedimento!**

# Un procedimento più efficiente

$$6000 + \boxed{p}x = 11000 + 2x$$

Prezzo  $p$  di vendita  
di una moto

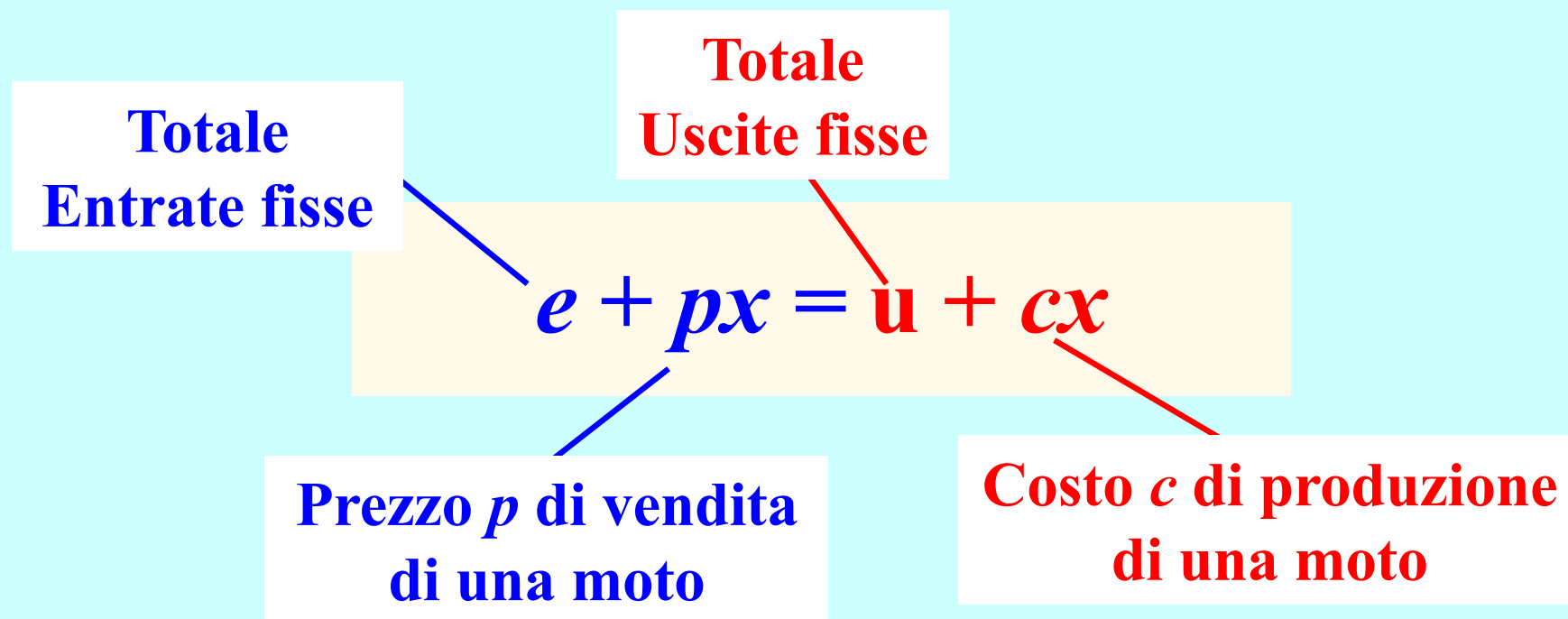
Indico il prezzo di vendita con una lettera, ad esempio  $p$ .

La lettera  $p$  ha qui un particolare significato: è un 'contenitore' dove posso inserire all'inizio dell'anno il prezzo di vendita e lasciarlo fisso durante i calcoli.

Ma poi posso di nuovo modificare  $p$  quando è utile.

# Un procedimento più efficiente

E così completo l'equazione



Le lettere  $e$ ,  $p$ ,  $u$ ,  $c$  prendono il nome di *coefficienti letterali* o *parametri*.

# Risolvere un'equazione con coefficienti letterali

## Il procedimento non cambia

$$6000 + 6x = 11000 + 2x$$

- Sottraggo  $2x$  ai due membri
- Sottraggo  $6000$  ai due membri

$$6x - 2x = 11000 - 6000$$

$$\underbrace{(6 - 2)}_4 x = \underbrace{11000 - 6000}_{5000}$$

$$e + px = u + cx$$

- Sottraggo  $cx$  ai due membri
- Sottraggo  $e$  ai due membri

$$px - cx = u - e$$

$$\underbrace{(p - c)}_a x = \underbrace{u - e}_b$$

Equazioni del tipo

$$ax = b$$



# Risolvere un'equazione con coefficienti letterali

## Il procedimento non cambia

$$\underbrace{(6 - 2)}_4 x = \underbrace{11000 - 6000}_{5000}$$

$$\underbrace{(p - c)}_a x = \underbrace{u - e}_b$$

Equazioni del tipo

$$ax = b$$

Moltiplico i due membri  
per  $1/a$ , se  $a \neq 0$

$$x = \frac{11000 - 6000}{6 - 2}$$

$$x = \frac{b}{a}$$

$$x = \frac{u - e}{p - c}$$

# Risolvere un'equazione con coefficienti letterali

$$(p - c)x = u - e$$

Guadagni per la  
vendita di  $x$  moto

Uscite da compensare  
con la vendita di  $x$  moto

SOLO SE RISULTA

$$p - c \neq 0$$

$$x = \frac{u - e}{p - c}$$

soluzione

# Risolvere un'equazione a coefficienti letterali

Che cosa succede se trovo  $p - c = 0$ ?

$$\underbrace{(p - c)}_0 x = u - e$$

La vendita di ogni moto dà un guadagno 0.  
Restano  $u - e$  euro da compensare, anche se  
vendo moltissime moto.  
È impossibile il pareggio di bilancio.

# Risolvere un'equazione a coefficienti letterali

Che cosa succede se trovo  $p - c = 0$ ?

Se poi trovo anche  $u - e = 0$

$$\underbrace{(p - c)}_0 x = \underbrace{u - e}_0$$

**La vendita di ogni moto dà un guadagno 0.**  
**Valgono 0 euro anche le uscite da compensare.**  
**Il bilancio resta sempre in pareggio.**

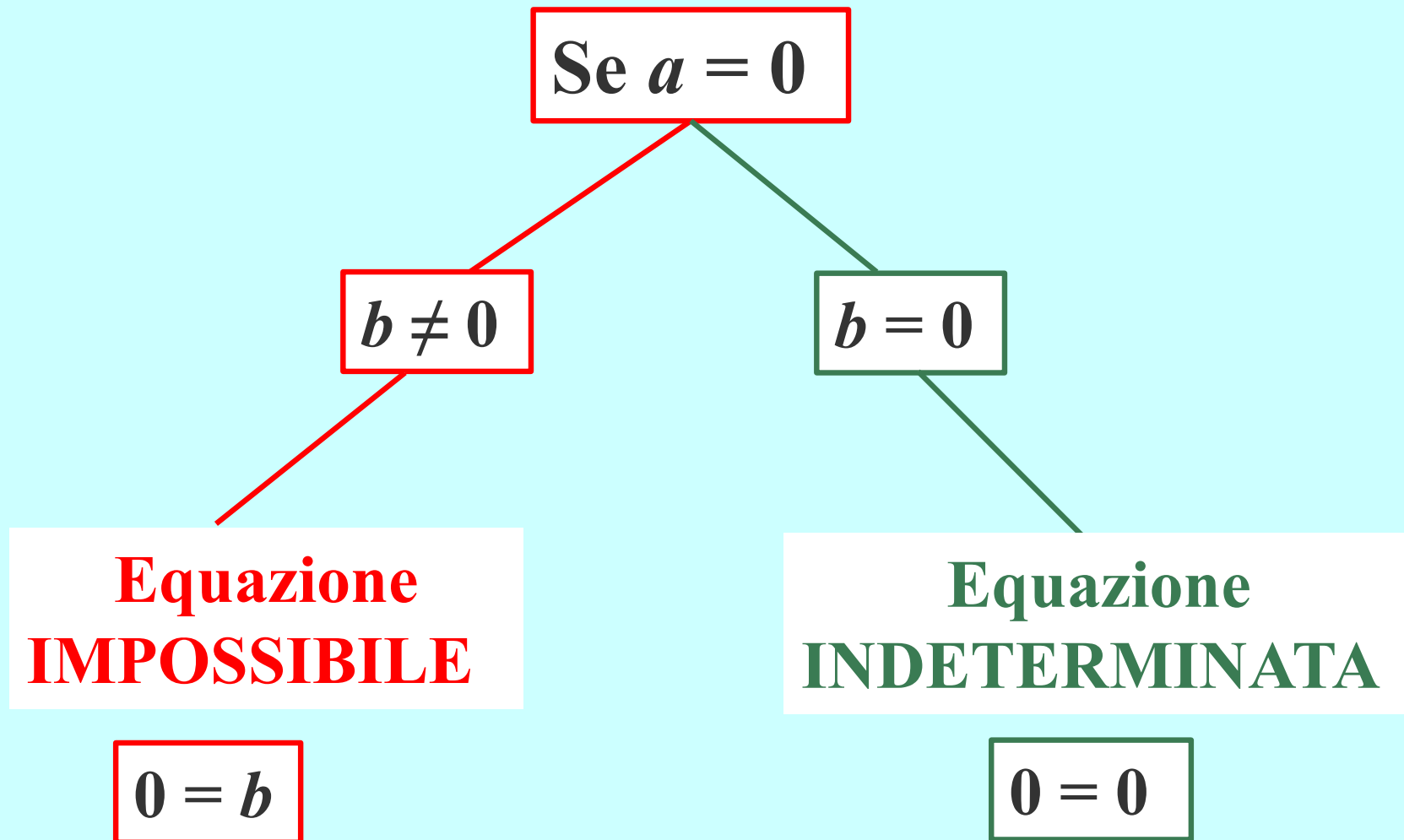
# Ritrovo una situazione già esaminata

Se risolvo un'equazione del tipo

$$ax + b = 0$$

posso trovare equazioni impossibili o indeterminate.

# Equazioni impossibili e indeterminate



# Prevedere problemi impossibili o indeterminati

Un'equazione a coefficienti  
letterali porta ad una certezza

Osservo i coefficienti dell'equazione

$$\underbrace{(p - c)}_a x = \underbrace{u - e}_b$$

Se trovo il coefficiente  $a = 0$ , non  
posso trovare una sola soluzione.

# Riconoscere l'incognita

In un'equazione con coefficienti numerici compare una sola lettera, perciò non è necessario indicare con  $x$  l'incognita.

$$2x + 6 = 3 \quad 2y + 6 = 3 \quad 2z + 6 = 3$$

Ma, nell'equazione qui sotto, qual è l'incognita?

$$mk + h = 0$$



# L'incognita in un'equazione con coefficienti letterali

Nell'equazione qui sotto, qual è l'incognita?

$$mk + h = 0$$

In questo caso, per indicare l'incognita, aggiungo una precisazione; dico, ad esempio:

*‘Risolvi l'equazione rispetto all'incognita  $k$ ’.*

Oppure

*‘Esplicita la lettera  $k$  nella formula’.*

Oppure

*‘Ricava la lettera  $k$  dalla formula’*

# Riconoscere l'incognita

Nell'equazione qui sotto, qual è l'incognita?

$$mk + h = 0$$

In alternativa, indico l'incognita con  $x$  e indico i coefficienti con altre lettere dell'alfabeto o numeri.  
Ad esempio scrivo:

$$mx + h = 0 \quad \text{oppure} \quad kx + 3 = 0$$

# Attività

**Completa la scheda 1 di lavoro per consolidare quello che hai richiamato**

# **Che cosa hai ottenuto**

# Quesito 1

Equazione	Procedimento
	Riscrivo l'equazione nella forma $ax = b$
$kx - k = -x + 2$	Aggiungo ai due membri $x$
$kx + x - k = 2$	Aggiungo ai due membri $k$
$kx + x = k + 2$	Al primo membro raccolgo il fattore $x$
$(k + 1)x = k + 2$	Equazione nella forma $ax = b$ , con $a = k + 1$
<ul style="list-style-type: none"> <li>In quale caso l'equazione è impossibile?</li> </ul>	
Se $a = 0$ , cioè se $k + 1 = 0$	Ricavo $k = -1$
<ul style="list-style-type: none"> <li>Qual è la soluzione dell'equazione?</li> </ul>	
$x = \frac{k + 2}{k + 1}$	Divido i due membri per $k + 1$
<ul style="list-style-type: none"> <li>Qual è la soluzione per <math>k = 1</math>?</li> </ul>	
$x = \frac{1 + 2}{1 + 1} = \frac{3}{2}$	Nella formula ricavata prima sostituisco 1 al posto di $k$ .

## Quesiti 2 e 3

2. Completa il procedimento per risolvere il seguente quesito. È data l'equazione

$$3mx + 1 = 4x - m;$$

per quale valore di  $m$  l'equazione ha la soluzione  $x = 2$ ?

Sostituisco 2 ad  $x$  e ottengo la seguente equazione nell'incognita  $m$ .

$$6m + 1 = 8 - m. \quad \text{da cui} \quad 7m = 7 \quad \text{e quindi} \quad m = 1$$

3. Una grande compagnia aerea deve pianificare il rifornimento di carburante dei vari aerei della sua flotta. Ecco come indica i dati di un aereo:  $a$  litri per l'atterraggio e  $2a$  litri per il decollo,  $v$  litri per ogni minuto di volo,  $m$  la durata del volo in minuti,  $S$  i litri di carburante contenuti nel serbatoio. Qui sotto trovi tre problemi e quattro equazioni; associa ad ogni problema l'equazione che porta a risolvere il problema.

I. Quanti litri di carburante debbo caricare nel serbatoio?	A. $a = S - vm - 2a$
II. Quanto tempo può volare l'aereo?	B. $S = 3a + vm$
III. Quanto carburante rimane per l'atterraggio?	C. $m = \frac{S - 3a}{v}$
I B      II D      III. A	D. $m = \frac{S - 3a}{v}$

# Pareggio di bilancio con foglio di calcolo

Per studiare il pareggio di bilancio i manager usano il computer con un software chiamato *foglio di calcolo*, nato proprio per studiare i bilanci delle aziende.



# Attività

**Completa la scheda 2 di lavoro per esplorare un foglio di calcolo e risolvere problemi di pareggio di bilancio.**



**Che cosa hai ottenuto**

# Quesiti 1 - 4

*Trovi nel foglio:  $e = 6000$ ,  $u = 11000$ ,  $p = 6$ ,  $c = 2$*

*Esplora il foglio di calcolo e rispondi alle seguenti domande*

**I.** Puoi modificare solo il prezzo  $p$  di vendita di una moto;

1. muovi lo slider  $p$  per aumentare il prezzo; come cambia il numero  $x$  di moto da vendere per pareggiare il bilancio?

**$x$  diminuisce**

2. quante moto devi vendere, se scegli  $p = 7$ ? **1000**

3. muovi lo slider  $p$  per diminuire il prezzo; come cambia il numero  $x$  di moto?

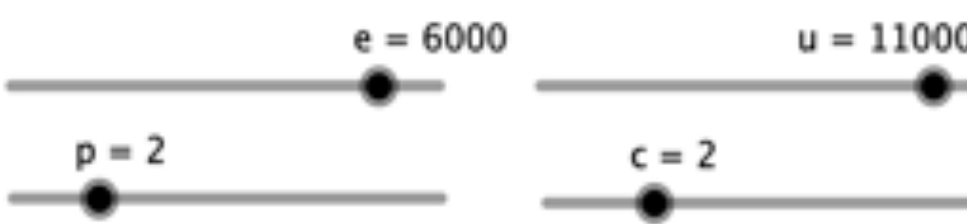
**$x$  aumenta**

4. quante moto devi vendere, se scegli  $p = 4$ ? **2500**

## Quesiti 5 e 6

5. che cosa risponde il software nella casella E2, se scegli  $p = 2$ ?  $\infty$

**Pareggio di bilancio**



Nella casella E2 compare x, che è dato da:

Numero E2  
 $(A2 - B2) / (C2 - D2)$

$$x = \frac{u - e}{p - c} = \frac{5000}{0}$$

	A	B	C	D	E
1	u	e	p	c	x
2	11000	6000	2	2	$\infty$
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

6. come spieghi la risposta del software?

**Ecco alcune risposte possibili**

## Quesito 6

6. come spieghi la risposta del software?

**Pareggio di bilancio**

$p = 2$        $c = 2$

Nella casella E2 compare x, che è dato da:

Numero E2  
(A2 - B2) / (C2 - D2)

$$x = \frac{u - e}{p - c} = \frac{5000}{0}$$

	A	B	C	D	E
1	u	e	p	c	x
2	11000	6000	2	2	$\infty$
3					
4					
5					
6					

??

### *La risposta 'aziendale'*

Se  $p = 2$ , risulta  $p - c = 0$ , cioè ho un guadagno 0 nella vendita di ogni moto: non posso compensare 5000 euro, anche se vendo moltissime moto.

## Quesito 6

6. come spieghi la risposta del software?

**Pareggio di bilancio**

$p = 2$        $c = 2$

Nella casella E2 compare x, che è dato da:

Numero E2  
(A2 - B2) / (C2 - D2)

$$x = \frac{u - e}{p - c} = \frac{5000}{0}$$

	A	B	C	D	E
1	u	e	p	c	x
2	11000	6000	2	2	$\infty$
3					
4					
5					
6					

??

### *La risposta matematica*

Se  $p = 2$ , risulta  $p - c = 0$ , perciò, per avere x, dovrei calcolare  $5000 : 0$ , operazione che non ha risultato.

## Quesito 6

6. come spieghi la risposta del software?

**Pareggio di bilancio**

$p = 2$        $c = 2$

Nella casella E2 compare x, che è dato da:

Numero E2  
(A2 - B2) / (C2 - D2)

$$x = \frac{u - e}{p - c} = \frac{5000}{0}$$

	A	B	C	D	E
1	u	e	p	c	x
2	11000	6000	2	2	$\infty$
3					
4					
5					
6					

??

***La risposta del programmatore di software***

Necessario inserire qualcosa nella casella E2.

Osservo che x aumenta se p si avvicina a 2; con il simbolo  $\infty$  intendo dire che 'x diventa grandissimo se p è vicinissimo a 2'.

# Quesiti 7 e 8

7. cosa risponde il software nella casella E2, se scegli  $p = 1$ ? **-5000**

8. come spieghi la risposta del software?

**Pareggio di bilancio**

$p = 1$        $c = 2$

Nella casella E2 compare x, che è dato da:

Numero E2  
(A2 - B2) / (C2 - D2)

$$x = \frac{u - e}{p - c} = \frac{5000}{-1}$$

	A	B	C	D	E
1	u	e	p	c	x
2	11000	6000	1	2	-5000
3					
4					
5					
6					
7					

**La risposta matematica al quesito 8 è immediata**

Se  $p = 1$ , risulta  $p - c = -1$ , perciò, per avere x, calcolo  $5000 : (-1) = -5000$

**E il software dà la stessa risposta**

# Quesito 8

7. cosa risponde il software nella casella E2, se scegli  $p = 1$ ? **-5000**

8. come spieghi la risposta del software?

**Pareggio di bilancio**

$p = 1$        $c = 2$

Nella casella E2 compare x, che è dato da:

Numero E2  
(A2 - B2) / (C2 - D2)

$$x = \frac{u - e}{p - c} = \frac{5000}{-1}$$

	A	B	C	D	E
1	u	e	p	c	x
2	11000	6000	1	2	-5000
3					
4					
5					
6					
7					

## *La risposta 'aziendale' al quesito 8*

Se  $p - c = -1$ , ho un guadagno negativo, cioè una perdita, per ogni moto venduta. Per pareggiare il bilancio debbo pagare quello che perderei con la vendita di 5000 moto.



## Quesiti 9 e 10

**II.** Torna con lo slider  $p$  alla situazione iniziale ( $p = 6$ ). Sai che nel prossimo anno le entrate fisse diminuiscono e diventano 5000€.

**9.** Se non cambi prezzo, quante moto devi vendere per pareggiare il bilancio? **1500**

**10.** Come modifichi il prezzo per avere il pareggio vendendo 1250 moto?  $p =$  **6.8**

**Hai scoperto il ruolo del foglio di calcolo; risponde rapidamente alle domande del tipo: «*Che cosa succede se cambio qualcosa nel bilancio?*».**

***In inglese «What if...?»***

	A	B	C	D	E
1	<b><i>u</i></b>	<b><i>e</i></b>	<b><i>p</i></b>	<b><i>c</i></b>	<b><i>x</i></b>
2	11000	6000	1	2	-5000
3					
4					
5					
6					
7					