

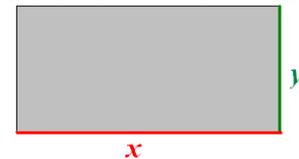
# Problemi di ottimizzazione senza derivate

## A. ESERCIZI GUIDATI

Non c'è solo un procedimento trovare il rettangolo di area massima fra tutti i 'rettangoli di spago' con perimetro lungo 40cm. Negli esercizi 1 e 2 sono proposti due procedimenti diversi da quello che hai seguito nella lezione.

### 1. Completa il seguente procedimento

- Indica con  $x$  e  $y$  le dimensioni dei 'rettangoli di spago';
- L'area di tutti i rettangoli è  $S = \dots\dots\dots$
- Il **semi**perimetro di tutti i rettangoli è 20, perciò risulta  $x + y = \dots\dots$
- A quali limitazioni è soggetta  $x$ ?.....
- Apri con Geogebra il file 'ottimo\_geo2' ed esegui quello che il software ti propone.
- Rispondi alle seguenti domande.



a. Spiega perché il rettangolo rosso mantiene sempre il semiperimetro 20, mentre il punto A si muove sul segmento nero.

.....

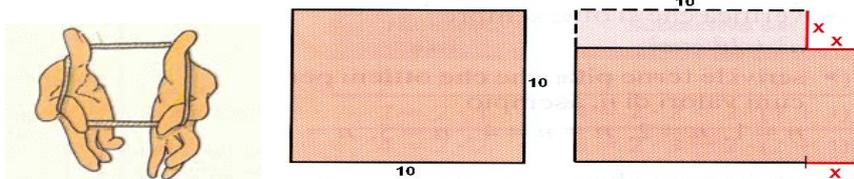
b. Perché si muove la curva blu, mentre A si muove?

.....

c. La curva blu incontra il segmento nero in A e in un altro punto; quale significato ha il secondo punto per il problema dello spago?.....

d. Basati sulla figura per dimostrare che il quadrato ha l'area massima, fra tutti i rettangoli col perimetro lungo 40.

.....  
 .....  
 .....



### 2. Osserva la figura qui sopra e completa il seguente procedimento

- Disegno il quadrato di perimetro 40.
- Per disegnare un rettangolo con lo stesso perimetro, tolgo ..... e aggiungo .....
- A quali limitazioni è soggetta  $x$ ? .....
- Ottengo che l'area  $S$  del rettangolo è data da:  $S = \dots\dots\dots$
- Eseguo la moltiplicazione indicata e ottengo:  $S = 100 - x^2$
- In quale caso  $S$  è massima? .....
- Motiva la tua risposta

.....

I problemi 3, 4 e 5 ricercano un minimo, invece che un massimo.

3. Come sfondo per il palco di uno spettacolo all'aperto, vuoi realizzare una zona rettangolare colorata e delimitata da una robusta cornice di metallo. Hai la vernice sufficiente a colorare una zona  $25\text{m}^2$  e devi comprare la cornice; in quale caso la cornice ha lunghezza minima?

Completa qui sotto un procedimento per risolvere il problema

- Il semiperimetro  $p$  è dato da  $p = \dots\dots\dots$
- L'area della zona è 25, perciò risulta  $xy = \dots\dots\dots$  da cui  $y = \dots\dots\dots$
- Esprimi il semiperimetro in funzione di  $x$ , così ottieni  $p = \dots\dots\dots$
- Scegli qui sotto la limitazione corretta per la variabile  $x$ .

- A.  $x \geq 0$       B.  $0 \leq x \leq 25$       C.  $x > 0$       D.  $x < 0$

- Esegui l'addizione indicata e ottieni  $p = \frac{\dots\dots\dots}{x}$
- Osserva che puoi scrivere:  $x^2 + 25 = 10x + (x - 5)^2$  e quindi

$$p = 10 + \frac{\dots\dots\dots}{x}$$

- Concludi che  $p$  è minimo quando aggiungi 0 a 10, cioè quando  $x = \dots\dots\dots$  e quindi la zona è  $\dots\dots\dots$

4. Fra tutti i rettangoli che hanno l'area di  $36\text{cm}^2$ , qual è quello di perimetro minimo? Motiva la risposta.

.....

5. Due numeri hanno il prodotto costante che vale 64; in quale caso la loro somma è minima? Motiva la risposta

.....

### B. Esercizi proposti

6. La funzione qui sotto è definita per tutti gli  $x$  reali, da

$$y = (x - 1)^2 + (x - 2)^2 + (x - 3)^2 + (x - 4)^2 + (x - 5)^2,$$

determinare il minimo della funzione. [Da un quesito dato all'Esame di Stato 2015]

7. Un oggetto viene lanciato verso l'alto e  $h = 40t - 2t^2$  è la legge del suo moto, con la quota  $h$  espressa in metri e il tempo in secondi. Determina la quota massima raggiunta dall'oggetto. [Quesito 9, Simulazione MIUR del 10/12/2015]

8. Fra tutti i rettangoli inscritti in un cerchio di raggio 1 determinare quello di area massima.

9. Fra tutti i rettangoli inscritti in un cerchio di raggio 1 determinare quello di perimetro massimo.

10. In un quadrato di lato  $b$  inscrivere il quadrato di area minima.

