

# Equazioni di primo grado

# Un problema che conduce a un'equazione di primo grado

# Bilancio annuale di una fabbrica di moto (in migliaia di euro)

<b>Entrate</b>		<b>Uscite</b>	
<b>Finanziamento europeo</b>	<b>4000</b>	<b>Salari</b>	<b>10 000</b>
<b>Capitale iniziale</b>	<b>2000</b>	<b>Macchinari</b>	<b>1000</b>
<b>Ricavo per ogni moto</b>	<b>6</b>	<b>Costi per produrre una moto</b>	<b>1,5</b>
		<b>Collaudo e trasporto di una moto</b>	<b>0,2</b>
		<b>Percentuale al venditore per ogni moto</b>	<b>0,3</b>



Stabilire quante moto bisogna vendere nell'anno per avere il pareggio di bilancio, cioè

$$\text{Entrate} = \text{Uscite}$$

# Tradurre il problema in un'equazione

Indico con  $x$  (incognita) il numero di moto da vendere nell'anno.

<b>Entrate E</b>		<b>Uscite U</b>	
<b>Finanziamento europeo</b>	<b>4000</b>	<b>Salari</b>	<b>10 000</b>
<b>Capitale iniziale</b>	<b>2000</b>	<b>Macchinari</b>	<b>1000</b>
<b>Ricavo per <math>x</math> moto</b>	<b><math>6x</math></b>	<b>Costi per produrre <math>x</math> moto</b>	<b><math>1,5 x</math></b>
		<b>Collaudo e trasporto di <math>x</math> moto</b>	<b><math>0,2 x</math></b>
		<b>Percentuale al venditore per <math>x</math> moto</b>	<b><math>0,3 x</math></b>

# Tradurre il problema in un'equazione

<b>Entrate E</b>		<b>Uscite U</b>	
<b>Finanziamento europeo</b>	<b>4000</b>	<b>Salari</b>	<b>10 000</b>
<b>Capitale iniziale</b>	<b>2000</b>	<b>Macchinari</b>	<b>1000</b>
<b>Ricavo per <math>x</math> moto</b>	<b><math>6x</math></b>	<b>Costi per produrre <math>x</math> moto</b>	<b><math>1,5x</math></b>
		<b>Collaudo e trasporto di <math>x</math> moto</b>	<b><math>0,2x</math></b>
		<b>Percentuale al venditore per <math>x</math> moto</b>	<b><math>0,3x</math></b>

**Entrate totali E**  
 **$4000 + 2000 + 6x$**

**Uscite totali U**  
 **$10\,000 + 1000 + 1,5x + 0,2x + 0,3x$**

# Tradurre il problema in un'equazione

**Entrate totali E**

$$4000 + 2000 + 6x$$

**Uscite totali U**

$$10000 + 1000 + 1,5x + 0,2x + 0,3x$$

**Pareggio di bilancio**

$$\text{Entrate} = \text{Uscite}$$

$$4000 + 2000 + 6x = 10000 + 1000 + 1,5x + 0,2x + 0,3x$$

**Qual è il numero da inserire  
al posto della lettera  $x$  ?**

# Tradurre il problema in un'equazione

Qual è il numero da inserire al posto della lettera  $x$  ?

$$4000 + 2000 + 6x = 10000 + 1000 + 1,5x + 0,2x + 0,3x$$

$$4000 + 2000 = \\ = 6000$$

$$10000 + 1000 = \\ = 11000$$

$$1,5x + 0,2x + 0,3x = \\ = 2x$$

$$6000 + 6x = 11000 + 2x$$

# Tradurre il problema in un'equazione

Equazione

$$\underline{6000 + 6x} = \underline{11000 + 2x}$$

Primo membro

Secondo membro

# Risolvere l'equazione

Quale numero inserire al posto della lettera  $x$  ?

Equazione

$$6000 + 6x = 11000 + 2x$$

- Sottraggo  $2x$  ai due membri
- Sottraggo  $6000$  ai due membri

Guadagni per la  
vendita di  $x$  moto

$$4x = 5000$$

Uscite da compensare  
con la vendita di  $x$  moto

# Risolvere l'equazione

Quale numero inserire al posto della lettera  $x$  ?

Equazione

$$6000 + 6x = 11000 + 2x$$

- Sottraggo  $2x$  ai due membri
- Sottraggo  $6000$  ai due membri

$$4x = 5000$$

- Divido per  $4$  i due membri

$$x = 1250$$

*soluzione*

# Verificare se la soluzione è corretta

Equazione

$$6000 + 6x = 11000 + 2x$$

$$x = 1250$$

*soluzione*

1250 è davvero il numero di moto da produrre?

$$6000 + 6 \cdot 1250 = 11000 + 2 \cdot 1250$$

$$13500 = 13500$$

**Vero!**

# Bilancio della ditta in un altro paese

## Diversa situazione economica

<b>Entrate</b>		<b>Uscite</b>	
Finanziamento europeo	4000	Salari	10 000
Capitale iniziale	2000	Macchinari	1000
Ricavo per $x$ moto	$5x$	Costi per produrre $x$ moto	$3,5 x$
		Collaudo e trasporto di $x$ moto	$1,2 x$
		Percentuale al venditore per $x$ moto	$0,3 x$

Pareggio di bilancio

**Entrate = Uscite**

$$6000 + 5x = 11\ 000 + 5x$$

# Risolvere l'equazione

Equazione

$$6000 + 5x = 11000 + 5x$$

- Sottraggo  $5x$  ai due membri
- Sottraggo  $6000$  ai due membri

Guadagni per la vendita di  $x$  moto

$$0 = 5000$$

Uscite da compensare con la vendita di  $x$  moto

La vendita di ogni moto pareggia i suoi costi di produzione. Restano da compensare 5000 euro. È impossibile il pareggio di bilancio.

# Risolvere l'equazione

Equazione

$$6000 + 5x = 11000 + 5x$$

- Sottraggo  $5x$  ai due membri
- Sottraggo  $6000$  ai due membri

$$0 = 5000$$

Uguaglianza  
sempre falsa

**L'equazione non ha soluzione:  
è impossibile**

**Che cosa succede se aumento le  
entrate fisse di 5000 euro?**

# Risolvere l'equazione

$$11000 + 5x = 11000 + 5x$$

- Sottraggo  $5x$  ai due membri
- Sottraggo  $11000$  ai due membri

Guadagni per la vendita di  $x$  moto

$$0 = 0$$

Uscite da compensare con la vendita di  $x$  moto

La vendita di ogni moto pareggia i suoi costi di produzione. **Le uscite fisse sono già pareggiate.** Il bilancio rimane in pareggio qualunque sia il numero di moto prodotte.

# Risolvere l'equazione

Equazione

$$11\,000 + 5x = 11\,000 + 5x$$

- Sottraggo  $5x$  ai due membri
- Sottraggo  $11\,000$  ai due membri

$$0 = 0$$

Uguaglianza  
sempre vera

**L'equazione non determina una soluzione:  
è indeterminata**

# **Hai ritrovato un problema che si risolve con equazioni di primo grado**

**Ora una sintesi per ritrovare:**

- **come riconoscere,**
- **come risolvere**

**un'equazione di primo grado**

# Riconoscere un'equazione di I grado

Un'equazione di I grado è un'uguaglianza fra due espressioni con particolari caratteristiche.

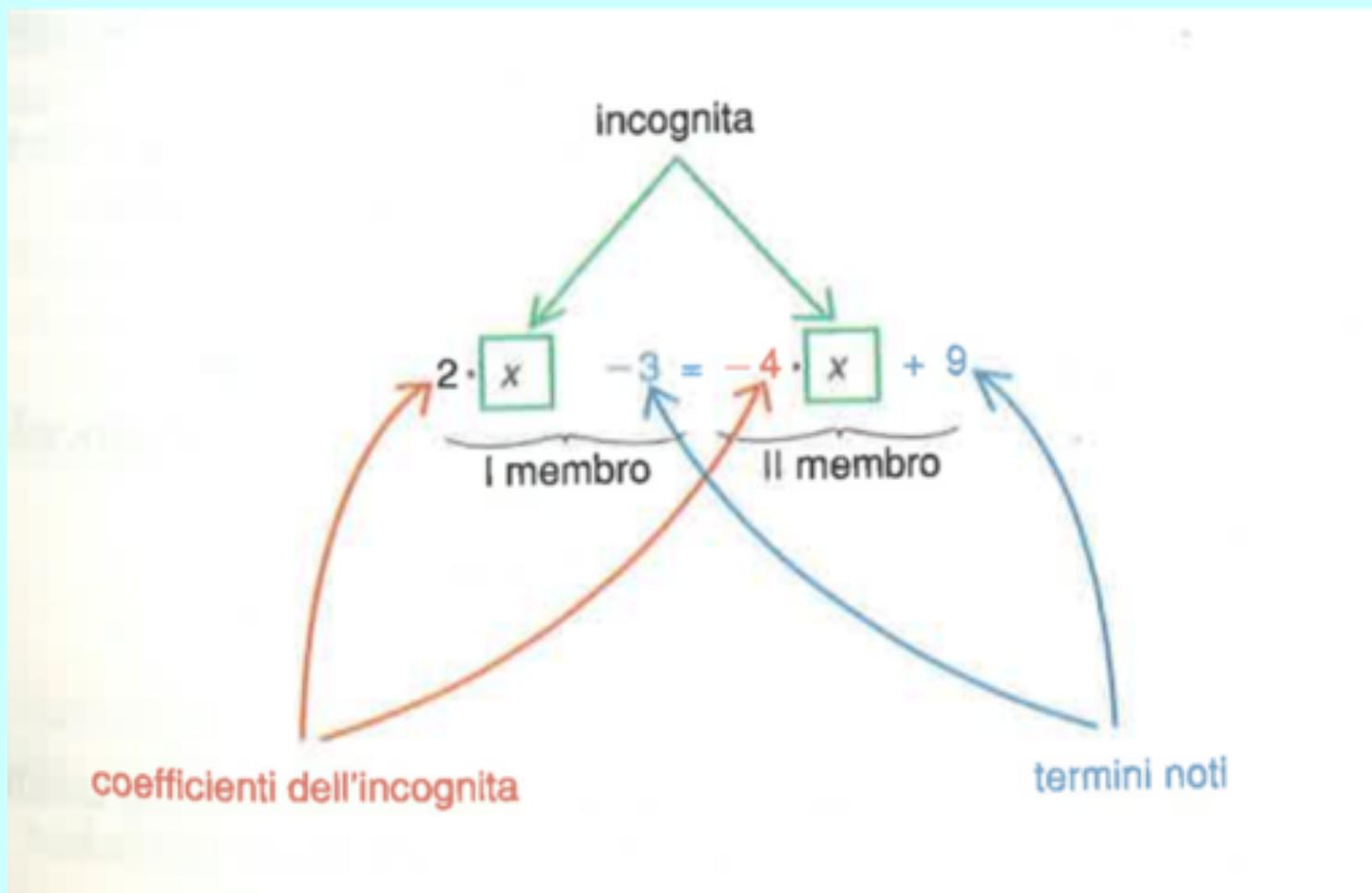
$$\underline{6000 + 6x} = \underline{11000 + 2x}$$

- Le espressioni sono polinomi di I grado con un lettera, che spesso è  $x$ .
- L'uguaglianza è vera solo se sostituisco alla lettera un numero detto **SOLUZIONE** dell'equazione.

# Vocabolario matematico

**NUOVO ESEMPIO**

$$2x - 3 = -4x + 9$$



# Confrontare equazioni

## Tre esempi di equazione

$$x = 2 \quad 6x = 12 \quad 2x = -4x + 12$$

La prima equazione è la più semplice: mostra direttamente la **soluzione 2**.

Ecco come ho ottenuto le altre due:

$$x = 2$$

Moltiplico per **6**  
i due membri

$$6x = 12$$

Sottraggo **4x** ai  
due membri

$$2x = -4x + 12$$

Anche le ultime due  
equazioni hanno  
**soluzione 2**

$$6 \cdot 2 = 12$$

$$2 \cdot 2 = -4 \cdot 2 + 12$$

Uguaglianze vere

# Equazioni equivalenti

Sono **equivalenti** due equazioni che hanno la stessa soluzione

**Tre esempi di equazioni equivalenti**

$$x = 2 \quad 6x = 12 \quad 2x = -4x + 12$$

**Hanno tutte come soluzione il numero 2**

# Procedimenti per ottenere equazioni equivalenti

I procedimenti seguiti per ottenere un'equazione equivalente ad un data equazione.

**A. Addizionare o sottrarre ai due membri una stessa espressione.**

**B. Moltiplicare o dividere i due membri per uno stesso numero.**

Ho applicato i due procedimenti per passare dall'equazione  $x = 2$  ad altre equivalenti, ma più complicate.

E ora applico i due procedimenti per risolvere un'equazione 'complicata'.

# Procedimento per risolvere un'equazione

Parto da un'equazione 'complicata'

$$2x = -4x + 12$$

Aggiungo  $4x$  ai due membri

$$6x = 12$$

Moltiplico per  $1/6$  i due membri

$$x = 2$$

$$2x + 4x = -4x + 4x + 12$$

0

$$\frac{1}{6} \cdot 6x = \frac{1}{6} \cdot 12$$

1

L'ultima equazione mostra la **soluzione 2**, che è soluzione anche dell'equazione iniziale.

# Attività

**Completa la scheda di lavoro per consolidare quello che hai richiamato**

# Che cosa hai ottenuto

# Quesito 1

Equazione	Procedimento
$x - 7 = -3x + 9$	Aggiungo ai due membri $3x$
$4x - 7 = 9$	Aggiungo ai due membri $7$
$4x = 16$	Moltiplico i due membri per $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4} \cdot 4x = \frac{1}{4} \cdot 16$ $x = 4$	La soluzione dell'equazione è $4$
<b>Controllo se la soluzione è corretta</b>	
$4 - 7 = -3 \cdot 4 + 9$	Sostituisco ad $x$ la soluzione $4$
$-3 = -3$	L'uguaglianza è vera Perciò la soluzione è corretta

## Quesito 2

Equazione	A $3x = 1$	D $3x = 0$	C $3x - 1 = 3x$ $-1 = 0$	F $3x = 3$
Soluzione	$\frac{1}{3}$	0	Impossibile	1

Equazione	H $\frac{3}{2}x = x + \frac{1}{2}x$ $0 = 0$	E $2x + 3 = 0$	B $x - 3 = 0$	G $\frac{1}{3}x + 1 = -\frac{1}{3}x$
Soluzione	Indeterminata	$-\frac{3}{2}$	3	$-\frac{3}{2}$

## Quesiti 3 e 4

3. Ho l'equazione A. Se moltiplico i due membri per 0, ottengo un'equazione equivalente?

Si. **No.** Perché ottengo l'equazione  $0 = 0$ , che è indeterminata, invece l'equazione A ha soluzione  $\frac{1}{3}$

4. Ho l'equazione D. Se divido i due membri per 0, ottengo un'equazione equivalente?

Si. **No.** Perché Non posso dividere per zero

Una precisazione importante da aggiungere:  
a partire da una data equazione, ottengo  
un'equazione equivalente, se moltiplico o  
divido i due membri per uno stesso numero  
**diverso da zero**

## Quesito 5

5. I consumi di carburante di un aereo sono: 200 litri per il decollo, 100 litri per l'atterraggio e 10 litri per ogni minuto di volo. L'aereo ha nei serbatoi 5100 litri di carburante; per quanti minuti l'aereo potrà volare fino ad esaurire il carburante?

a. Indica con  $x$  il numero di minuti richiesto; scegli l'equazione che permette di rispondere al quesito.

A.  $200x + 100x + 10 = 5100$     B.  $5100 = 200 + 100 + 10x$

b. Risolvi l'equazione:

$$5100 - 200 - 100 = 10x \quad \text{da cui} \quad 4800 = 10x \quad \text{e infine} \quad 480 = x$$

c. Verifica che la soluzione **480** è corretta:

$$5100 = 200 + 100 + 10 \cdot 480 \quad \text{da cui} \quad 5100 = 5100 \quad \text{Uguaglianza vera}$$

# Procedimento per risolvere un'equazione

## Esempio

$$2x = -4x + 12$$

Aggiungo  $4x$  ai due membri

$$6x = 12$$

Moltiplico per  $1/6$  i due membri

$$x = 2$$

## Equazione

Aggiungo o sottraggo **le stesse espressioni** ai due membri fino a scrivere l'equazione nella forma

$$ax = b$$

Moltiplico per  $1/a$  i due membri

$$x = \frac{b}{a}$$

**Solo se  $a \neq 0$**

# Procedimento per risolvere un'equazione

