

Teorema fondamentale del calcolo integrale. Esercizi

Il teorema

FISICA	MATEMATICA
<p>Data una legge di velocità variabile $v(t) = s'(t)$ continua in un intervallo $[a, b]$, trovo che</p> $\int_a^b v(t) dt = s(b) - s(a)$	<p>Data una funzione $F(x)$ derivabile in un intervallo $[a, b]$ con derivata $F'(x) = f(x)$ continua, trovo che</p> $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

Prime derivate richiamate

$f(x) = F'(x)$	1	$2x$	$3x^2$	$\cos(x)$
$F(x)$	x	x^2	x^3	$\text{sen}(x)$

Esercizio guidato

Determina il risultato degli integrali proposti nell'esercizio 1.

MATEMATICA

1. $\int_3^7 2x dx$

$f(x) = F'(x) = \dots\dots\dots$

$F(x) = \dots\dots\dots$

$\int_3^7 2x dx = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots$

FISICA

$\int_3^7 2t dt$

$\int_3^7 2t dt = \dots$

Determina il risultato degli integrali proposti negli esercizi da 2 a 6.

2. $\int_1^4 2x dx$

$\int_1^4 2t dt$

3. $\int_1^5 dx$

$\int_1^5 dt$

4. $\int_0^7 dx$

$\int_0^7 dt$

5. $\int_2^3 3x^2 dx$

$\int_2^3 3t^2 dt$

6. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx$

$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(t) dt$

Funzione integrale e integrale indefinito

$$F'(x) = f(x)$$

$$\int f(x)dx = F(x) + k$$

$$\int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a)$$

Prime derivate richiamate

$f(x) = F'(x)$	1	$2x$	$3x^2$	$\cos(x)$
$F(x)$	x	x^2	x^3	$\text{sen}(x)$

Esercizio guidato

Determina il risultato degli integrali proposti nell'esercizio 7.

$$7. \int 2x dx \qquad \int_3^x 2t dt$$

$$f(x) = F'(x) = \dots\dots\dots$$

$$F(x) = \dots\dots\dots$$

$$\int 2x dx = \dots\dots\dots \qquad \int_3^x 2t dt = \dots\dots\dots$$

Determina il risultato degli integrali proposti negli esercizi da 8 a 11.

$$8. \int 2x dx \qquad \int_1^x 2t dt$$

$$9. \int_2^x dt \qquad \int dx$$

$$10. \int 3x^2 dx \qquad \int_1^x 3t^2 dt$$

$$11. \int \cos(x) dx \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(t) dt$$

Derivata di una funzione integrale

$$\text{La derivata di } \int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a) \text{ è } F'(x) = f(x)$$

Esercizio svolto

Determina la derivata della funzione integrale proposta nell'esercizio 12

$$12. F(x) = \int_0^x t^2 \text{sen}(t) dt \qquad F'(x) = x^2 \text{sen}(x)$$

Solo se è richiesto di giustificare la risposta, aggiungi che la funzione integrale $F(x)$ indica una primitiva di $f(x)$ e perciò ottengo $F'(x) = f(x)$ senza eseguire calcoli.

Determina la derivata della funzione integrale proposta negli esercizi da 13 a 18

13. $F(x) = \int_1^x 3t^2 dt$ $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

14. $F(x) = \int_0^x t dt$ $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

15. $F(x) = \int_2^x te^t dt$ $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

16. $F(x) = \int_3^x dt$ $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

17. $F(x) = \int_3^x \frac{\text{sen}(t)}{t} dt$ $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

18. $F(x) = \int_3^x (3t^2 + 2t) dt$ $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

Integrale definito, indefinito e funzione integrale

19. Scrivi il risultato dei seguenti integrali.

A. $\int_{\frac{\pi}{6}}^x \cos(t) dt$ B. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx$ $\int \cos(x) dx$

20. Quale fra le seguenti formule è corretta?

A. $\int_2^x 3t^2 dt = x^3 - 8$ B. $\int 3x^2 dx = x^3$
 C. $\int 3x^2 dx = 6x + k$ D. $\int_1^x 3t^2 dt = x^3$

21. Quale fra le seguenti formule determina **tutte** le primitive di $f(x) = e^x$?

A. $\int_0^2 e^x dx$ B. $\int_1^x e^t dt$ C. $\int e^x dx$ D. $\int_0^x e^t dt$

22. Quale fra le seguenti formule è **errata**?

A. $\int_x^{x+1} 2t dt = (x+1)^2 - x^2$ B. $\int_x^{x+1} 2t dt = x^2 + 2x + 1 - x^2$
 C. $\int_x^{x+1} 2t dt = (x+1)^2$ D. $\int_x^{x+1} 2t dt = 2x + 1$

23. Scegli il risultato **errato** del seguente integrale

$\int_x^{x+2} e^t dt$
 A. $e^{x+2} - e^x$ B. e^{x+2} C. $e^x \cdot e^2 - e^x$ D. $e^x \cdot (e^2 - 1)$