Le figure geometriche

1. Esaminare gli oggetti che si trovano sul banco ed elencare quelli che possono suggerire delle figure solide e quelli che possono suggerire delle figure piane.

2. Tracciare un disegno approssimativo delle seguenti figure:
- parallelepipedo, parallelogramma, rettangolo;
- piramide, prisma, triangolo;
- cono, cilindro, cerchio;
- quadrato, cubo, sfera.

Indicare quali figure sono solide e quali piane.

3. Fra le figure piane disegnate nell'esercizio precedente indicare i poligoni e la figura a contorno a curvilineo.

4. In fig. 1*a* è rappresentato un poligono *articolabile*: è un poligono che ha i lati costruiti con delle sbarrette rigide fissate agli estremi con viti e dadi. Nelle fig. 1*b*, 1*c* si trovano le figure ottenute snodando in vari modi le sbarrette; indicare quali figure sono concave e quali convesse, motivando la scelta.

5. Continuando a snodare il poligono descritto nell'esercizio precedente, si è ottenuto il poligono di fig. 1*d*, che presenta la seguente caratteristica: due lati non consecutivi hanno un punto in comune. Poligoni di questo tipo prendono il nome di *poligoni intrecciati*.
Risolvere i seguenti quesiti:

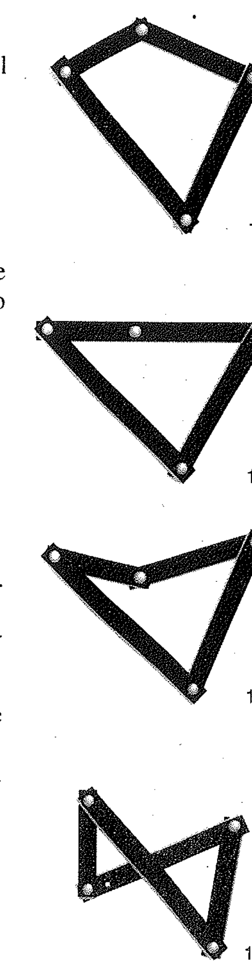
a. disegnare almeno tre poligoni intrecciati;
b. dire se un poligono intrecciato è concavo o convesso, motivando la risposta.

6. Rappresentare i seguenti insiemi con un disegno analogo a quello della fig. 7 del paragrafo 1 (p. 115):

a. l'insieme P dei poligoni;
b. l'insieme A dei poligoni convessi;
c. l'insieme B dei poligoni concavi;
d. l'insieme I dei poligoni intrecciati.

7. Disegnare almeno tre figure piane a contorno curvilineo convesse, altrettante figure piane a contorno curvilineo concave e altrettante figure piane a contorno curvilineo intrecciate.

Figura 1



1*a* 1*b* 1*c* 1*d*

Relazioni fra gli angoli di un poligono

Angoli esterni

8. Disegnare un qualunque quadrilatero convesso, indicarne i quattro angoli esterni e dire quanto vale la loro somma.
Un quadrilatero convesso ha gli angoli esterni uguali fra loro; rispondere ai seguenti quesiti:
a. calcolare quanto misura ciascun angolo esterno;
b. disegnare il quadrilatero.

9. Ripetere l'esercizio 8 a partire da un pentagono convesso.

10. Ripetere l'esercizio 8 a partire da un esagono convesso.

Riflettere sugli angoli esterni

11. In fig. 2 è rappresentato un pentagono concavo; basandosi anche sulla figura identificare gli angoli esterni e valutare la loro somma.

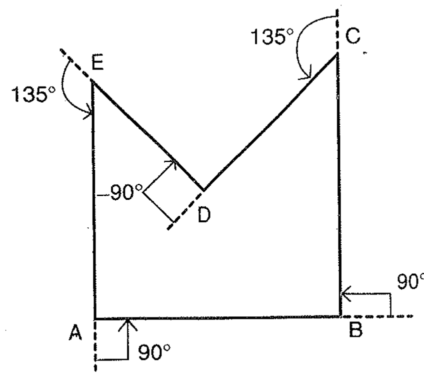


Figura 2
Angoli esterni di un quadrilatero

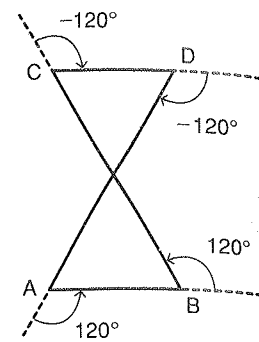


Figura 3
Angoli esterni di un quadrilatero intrecciato

12. Disegnare qualche altro poligono concavo a piacere e, procedendo in modo analogo all'esercizio precedente, valutarne la somma degli angoli esterni.

13. In fig. 3 è rappresentato un quadrilatero intrecciato (vedi esercizio 5); basandosi anche sulla figura indentificare gli angoli esterni e valutare la loro somma.

14. Disegnare qualche altro poligono intrecciato a piacere e, procedendo in modo analogo all'esercizio precedente, valutarne la somma degli angoli esterni.

Angoli interni

15. Completare la tabella seguente, seguendo l'esempio della prima riga.

Poligono convesso	Numero di vertici n	Somma degli angoli interni $S=(n-2)\cdot 180°$
Triangolo	3	$S=(3-2)\cdot 180°=180°$
Quadrilatero		
Pentagono		
Esagono		
Ettagono	7	
Ottagono	8	
Ennagono	9	
Decagono	10	
Endecagono	11	
Dodecagono	12	

16. Un quadrilatero convesso ha gli angoli interni uguali fra loro; rispondere ai seguenti quesiti:
a. calcolare quanto misura ciascun angolo interno;
b. disegnare il quadrilatero.

17. Ripetere l'esercizio 16 a partire da un pentagono convesso.

18. Ripetere l'esercizio 16 a partire da un esagono convesso.

19. Calcolare l'ampiezza dell'angolo interno di un ettagono, di un ottagono e di un ennagono equiangoli, cioè che abbiano tutti gli angoli interni uguali fra loro.

20. Ripetere l'esercizio precedente a partire da un decagono, un endecagono e un dodecagono equiangoli.

21. L'angolo interno di un poligono equiangolo è di 162°; quanti lati ha il poligono?

22. L'angolo interno di un poligono equiangolo è di 168°; quanti lati ha il poligono?

23. Un quadrilatero ABCD ha tre angoli che hanno le seguenti ampiezze:

$\hat{A}=120°$ $\hat{B}=80°$ $\hat{C}=60°$

Calcolare l'ampiezza dell'angolo $\hat{D}$.

24. Un quadrilatero ABCD ha tre angoli che hanno le seguenti ampiezze:

$\hat{A}=150°$ $\hat{B}=90°$ $\hat{C}=30°$

Calcolare l'ampiezza dell'angolo $\hat{D}$.

25. Un pentagono convesso ha tre angoli interni retti e gli altri due angoli interni uguali fra loro; risolvere i seguenti quesiti:
a. disegnare il pentagono;
b. calcolare l'ampiezza degli angoli interni uguali;
c. dire se un pentagono può avere quattro angoli interni retti.

26. Un esagono convesso ha tre angoli interni retti e gli altri tre angoli interni uguali fra loro; risolvere i seguenti quesiti:
a. disegnare l'esagono;
b. calcolare l'ampiezza degli angoli interni uguali;
c. dire se un esagono può avere quattro angoli interni retti.

Riflettere sulla somma degli angoli interni

27. Riprendere il pentagono concavo di fig. 2; rispondere ai seguenti quesiti:
a. basarsi anche sulla figura per identificare gli angoli interni del poligono, tenendo presente che la somma di un angolo interno e dell'angolo esterno adiacente deve valere 180°;
b. calcolare la somma degli angoli interni.

28. Disegnare qualche altro poligono concavo a piacere e, procedendo in modo analogo all'esercizio precedente, valutarne la somma degli angoli interni.

29. Riprendere il quadrilatero intrecciato di fig. 3; rispondere ai seguenti quesiti:
a. basarsi anche sulla figura per identificare gli angoli interni del poligono, tenendo presente che la somma di un angolo interno e dell'angolo esterno adiacente deve valere 180°;
b. calcolare la somma degli angoli interni.

30. Disegnare qualche altro poligono intrecciato e, procedendo in modo analogo all'esercizio precedente, valutarne la somma degli angoli esterni.

Angoli esterni ed interni

31. Disegnare un trapezio, cioè un quadrilatero con due lati paralleli; calcolarne la somma degli angoli esterni ed interni.

32. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, disegnare un trapezio rettangolo, cioè un trapezio con due angoli retti; valutare la somma dei due angoli che non sono retti. Questi ultimi due angoli possono essere entrambi acuti?

33. L'angolo esterno di un poligono equiangolo è di 20°; quanti lati ha il poligono? Quanto vale ogni angolo interno?

34. L'angolo esterno di un poligono equiangolo è di 10°; quanti lati ha il poligono? Quanto vale ogni angolo interno?

Vocabolario

35. I nomi dati ai vari poligoni a seconda del numero dei lati derivano dal greco e diventano di uso sempre più raro; cercare sul vocabolario o su un'enciclopedia i nomi elencati nella tabella relativa all'esercizio 15.

Relazioni fra gli angoli di un triangolo

Somma degli angoli interni ed esterni di un triangolo

36. Un triangolo ha un angolo interno ampio 45° e l'altro ampio 60°; disegnare il triangolo e risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare l'ampiezza del terzo angolo interno;
b. calcolare l'ampiezza di ogni angolo esterno.

37. Ripetere il problema 36 a partire da un triangolo che ha un angolo interno ampio 30° e l'altro di 45°.

38. Ripetere il problema 36 a partire da un triangolo che ha un angolo interno ampio 120° e l'altro di 20°.

39. Ripetere il problema 36 a partire da un triangolo che ha un angolo interno ampio 100° e l'altro di 30°.

Somma degli angoli interni ed esterni di triangoli particolari

40. Un angolo alla base di un triangolo isoscele è di 80°; determinare l'ampiezza degli altri angoli interni e quella di ogni angolo esterno del triangolo.

41. L'angolo al vertice di un triangolo isoscele è ampio 100°; determinare l'ampiezza degli altri angoli interni e quella di ogni angolo esterno del triangolo.

42. L'angolo esterno al vertice di un triangolo isoscele è ampio 110°; determinare l'ampiezza degli altri angoli esterni e quella di ogni angolo interno del triangolo.

43. L'angolo esterno alla base di un triangolo isoscele è ampio 100°; determinare l'ampiezza degli altri angoli esterni e quella di ogni angolo interno del triangolo.

44. Un angolo interno di un triangolo rettangolo è ampio 25°; determinare l'ampiezza degli altri angoli interni e quella di ogni angolo esterno del triangolo.

45. Un angolo esterno di un triangolo rettangolo è ampio 140°; determinare l'ampiezza degli altri angoli esterni e quella di ogni angolo interno del triangolo.

Disegnare e misurare gli angoli

46. Disegnare gli angoli che hanno le ampiezze seguenti:

20° 40° 60° 80° 100° 120° 140° 160°

Dire quali angoli sono acuti e quali sono ottusi.

47. Disegnare gli angoli che hanno le ampiezze seguenti:

50° 100° 150° 200° 250°

Dire quali angoli sono acuti, quali ottusi e quali sono concavi.

48. Disegnare i seguenti insiemi:
- l'insieme U degli angoli;
- l'insieme A degli angoli acuti;
- l'insieme O degli angoli ottusi;
- l'insieme D degli angoli concavi.

Rispondere ai seguenti quesiti:
a. un angolo concavo può essere ottuso?
b. un angolo ottuso può essere concavo?

49. Disegnare accuratamente un triangolo ABC che ha i seguenti angoli:

$\hat{A}=90°$ $\hat{B}=20°$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare l'ampiezza del terzo angolo;
b. disegnare accuratamente l'altezza AH relativa all'ipotenusa BC, in modo che risulti $A\hat{H}B=A\hat{H}C=90°$;
c. determinare l'ampiezza degli angoli $C\hat{A}H$ e $B\hat{A}H$.

50. Nel triangolo indicato nell'esercizio 49 risolvere i seguenti quesiti:
a. dividere a metà l'angolo interno di vertice C con la bisettrice, che incontra il cateto AB in O; determinare l'ampiezza degli angoli dei triangoli AOC e OCB;
b. dividere a metà l'angolo interno di vertice A con la bisettrice, che incontra l'ipotenusa BC in P; determinare l'ampiezza degli angoli dei triangoli APC e APB;
c. dividere a metà l'angolo interno di vertice B con la bisettrice, che incontra il cateto AC in Q; determinare l'ampiezza degli angoli dei triangoli AQB e CQB.

51. Nel triangolo indicato nell'esercizio 49 disegnare le bisettrici dei tre angoli interni, semirette che si incontrano in un punto O; determinare l'ampiezza degli angoli dei tre triangoli ABO, BOC e AOC.

52. A partire dal triangolo indicato nell'esercizio 49 risolvere i seguenti quesiti:
a. disegnare i tre angoli esterni e calcolarne l'ampiezza;
b. dividere a metà l'angolo esterno di vertice C con la bisettrice, retta che incontra la retta AB in H; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo HAC;
c. dividere a metà l'angolo esterno di vertice A con la bisettrice, retta che incontra la retta BC in K; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo KCA;
d. dividere a metà l'angolo esterno di vertice B con la bisettrice, retta che incontra la retta AC in L; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo ABL.

53. A partire dal triangolo indicato nell'esercizio 49 disegnare le bisettrici dei tre angoli esterni, rette che individuano un triangolo MNP; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo MNP.

54. Disegnare accuratamente un triangolo ABC che ha gli angoli seguenti:

$\hat{A}=80°$ $\hat{B}=60°$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare l'ampiezza del terzo angolo;
b. disegnare l'altezza AH relativa al lato BC e determinare l'ampiezza degli angoli $C\hat{A}H$ e $B\hat{A}H$;
c. disegnare l'altezza CK relativa al lato AB e determinare l'ampiezza degli angoli $C\hat{A}K$ e $A\hat{C}K$;
d. disegnare l'altezza BN relativa al lato AC e determinare l'ampiezza degli angoli $B\hat{A}N$ e $A\hat{B}N$.

55. Nel triangolo indicato nell'esercizio 54 disegnare le altezze relative ai tre lati, semirette che si incontrano in un punto O; determinare l'ampiezza degli angoli dei tre triangoli ABO, BOC e AOC.

56. Nel triangolo indicato nell'esercizio 54 risolvere i seguenti quesiti:
a. dividere a metà l'angolo di vertice C con la bisettrice, che incontra il lato AB in O; determinare l'ampiezza degli angoli dei triangoli AOC e OCB;
b. dividere a metà l'angolo di vertice A con la bisettrice, che incontra il lato BC in P; determinare l'ampiezza degli angoli dei triangoli APC e APB;
c. dividere a metà l'angolo di vertice B con la bisettrice, che incontra il lato AC in Q; determinare l'ampiezza degli angoli dei triangoli AQB e CQB.

57. Nel triangolo indicato nell'esercizio 54 disegnare le bisettrici dei tre angoli interni, semirette che si incontrano in un punto P; determinare l'ampiezza degli angoli dei tre triangoli ABP, BPC e APC.

58. A partire dal triangolo indicato nell'esercizio 54 risolvere i seguenti quesiti:
a. disegnare i tre angoli esterni e calcolarne l'ampiezza;
b. dividere a metà l'angolo esterno di vertice C con la bisettrice, retta che incontra la retta AB in H; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo HAC;
c. dividere a metà l'angolo esterno di vertice A con la bisettrice, retta che incontra la retta BC in K; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo KCA;
d. dividere a metà l'angolo esterno di vertice B con la bisettrice, retta che incontra la retta AC in L; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo ABL.

59. A partire dal triangolo indicato nell'esercizio 54, disegnare le bisettrici dei tre angoli esterni, rette che determinano un triangolo MNP; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo MNP.

60. Disegnare accuratamente un triangolo ABC che ha gli angoli seguenti:

$\hat{A}=120°$ $\hat{B}=20°$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare l'ampiezza del terzo angolo;
b. disegnare l'altezza AH relativa al lato BC e determinare l'ampiezza degli angoli $C\hat{A}H$ e $B\hat{A}H$;
c. disegnare l'altezza CK relativa al lato AB e determinare l'ampiezza degli angoli $C\hat{A}K$ e $A\hat{C}K$;
d. disegnare l'altezza BN relativa al lato AC e determinare l'ampiezza degli angoli $B\hat{A}N$ e $A\hat{B}N$.

61. Nel triangolo indicato nell'esercizio 60 disegnare le altezze relative ai tre lati, semirette che si incontrano in un punto O; determinare l'ampiezza degli angoli dei tre triangoli ABO, BOC e AOC.

62. Nel triangolo indicato nell'esercizio 60 risolvere i seguenti quesiti:
a. dividere a metà l'angolo di vertice C con la bisettrice, che incontra il lato AB in O; determinare l'ampiezza degli angoli dei triangoli AOC e OCB;
b. dividere a metà l'angolo di vertice A con la bisettrice, che incontra il lato BC in P; determinare l'ampiezza degli angoli dei triangoli APC e APB;
c. dividere a metà l'angolo di vertice B con la bisettrice, che incontra il lato AC in Q; determinare l'ampiezza degli angoli dei triangoli AQB e CQB.

63. Nel triangolo indicato nell'esercizio 60 disegnare le bisettrici dei tre angoli interni, semirette che si incontrano in un punto P; determinare l'ampiezza degli angoli dei tre triangoli ABP, BPC e APC.

64. A partire dal triangolo indicato nell'esercizio 60 risolvere i seguenti quesiti:
a. disegnare i tre angoli esterni e calcolarne l'ampiezza;
b. dividere a metà l'angolo esterno di vertice C con la bisettrice, retta che incontra la retta AB in H; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo HAC;
c. dividere a metà l'angolo esterno di vertice A con la bisettrice, retta che incontra la retta BC in K; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo KCA;
d. dividere a metà l'angolo esterno di vertice B con la bisettrice, retta che incontra la retta AC in L; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo ABL.

65. A partire dal triangolo indicato nell'esercizio 60 disegnare le bisettrici dei tre angoli esterni, rette che determinano un triangolo MNP; determinare l'ampiezza degli angoli del triangolo MNP.

Problemi vari sulle relazioni fra gli angoli di un poligono

66. Un triangolo ABC ha gli angoli interni $\hat{A}=80°$ e $\hat{B}=70°$
Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare l'ampiezza del terzo angolo interno;
b. condurre l'altezza AH relativa al lato BC e l'altezza BK relativa al lato AC; queste altezze si incontrano in un punto P. Determinare l'ampiezza dell'angolo $A\hat{P}B$.
[*Considerare prima gli angoli interni dei triangoli rettangoli AHB e AKB e infine quelli del triangolo APB; si ottiene* $A\hat{P}B=150°$]

67. Ripetere l'esercizio 66 con gli angoli interni $\hat{A}=30°$ e $\hat{B}=45°$. [$A\hat{P}B=75°$]

68. Ripetere l'esercizio 66 con gli angoli interni $\hat{A}=100°$ e $\hat{B}=35°$. [$A\hat{P}B=45°$]

69. Un triangolo ABC, isoscele sulla base BC, ha l'angolo al vertice ampio 32°.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare l'ampiezza degli angoli alla base;
b. prolungare la base BC, a partire da B, di un segmento BE=AB e, a partire da C, di un segmento CD=AC; determinare l'ampiezza degli angoli interni del triangolo ADE.
[(b) $\hat{A}=106°$; $\hat{E}=\hat{D}=37°$]

70. Un triangolo ABC, isoscele sulla base BC, ha l'angolo al vertice ampio 80°.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare l'ampiezza degli angoli alla base;
b. condurre le bisettrici degli angoli alla base e chiamare P il punto di incontro di queste due semirette; determinare l'ampiezza dell'angolo $B\hat{P}C$.
[(b) $B\hat{P}C=130°$]

71. Ripetere l'esercizio precedente con l'angolo al vertice di 120°.
[$B\hat{P}C=150°$]

72. Un triangolo isoscele ABC, con la base BC, ha l'angolo al vertice ampio 2α e gli angoli alla base ampi entrambi 2β; condurre le bisettrici degli angoli alla base e chiamare P il punto d'incontro di queste semirette e γ l'ampiezza dell'angolo $B\hat{P}C$. Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere la relazione che lega β a α;
b. scrivere la relazione che lega γ a β;
c. scrivere la relazione che lega γ a α.

73. In un dato triangolo equilatero ABC, dividere a metà gli angoli di vertice A e B, conducendo le bisettrici, e chiamare P il punto d'incontro di queste semirette; si otterrà il triangolo ABP, isoscele sulla base AB.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare l'ampiezza dell'angolo $A\hat{P}B$;
b. dividere a metà gli angoli alla base del triangolo ABP, conducendo le bisettrici, chiamare Q il punto d'incontro di queste due semirette e calcolare l'ampiezza dell'angolo $A\hat{Q}B$;
c. dividere a metà gli angoli alla base del triangolo ABQ, conducendo le bisettrici, chiamare R il punto d'incontro di queste due semirette e calcolare l'ampiezza dell'angolo $A\hat{R}B$.

74. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, ordinare i risultati ottenuti completando la tabella seguente:

Numero di divisioni degli angoli alla base n	Ampiezza dell'angolo al vertice del triangolo isoscele α
1	$180°-2\cdot\frac{60°}{2}=180°-\frac{120°}{2}$
2	$180°-2\cdot\frac{\frac{60°}{2}}{2}=180°-\frac{120°}{2^2}$
3	
4	
5	

75. Dopo aver svolto i due esercizi precedenti, scrivere la legge che lega l'ampiezza α al numero n delle suddivisioni. A quale valore tende α, quando il numero n diventa sempre più grande?

76. Ripetere gli esercizi 73, 74, 75 a partire da un triangolo ABC, isoscele sulla base AB e con l'angolo al vertice ampio 40°.

77. È dato un trapezio ABCD, con gli angoli di vertici A e D retti e l'angolo di vertice C ampio 130°; risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare l'ampiezza dell'angolo $\hat{D}$;
b. condurre le bisettrici degli angoli $\hat{C}$ e $\hat{D}$ e chiamare P il loro punto d'incontro; determinare l'ampiezza dell'angolo $C\hat{P}B$. [(b) $C\hat{P}B=90°$]

78. È dato un trapezio ABCD, con gli angoli di vertici A e D retti, l'angolo di vertice C ampio 2α e l'angolo di vertice B ampio 2β. Condurre le bisettrici degli angoli di vertici C e B, chiamare P il punto d'incontro di queste semirette e γ l'ampiezza dell'angolo $B\hat{P}C$. Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere la relazione che lega β a α;
b. spiegare perché γ non varia al variare degli angoli α e β.

79. Un quadrilatero ABCD ha gli angoli seguenti:

$\hat{A}=120°$ $\hat{B}=80°$ $\hat{C}=60°$

Determinare l'ampiezza dell'angolo $\hat{D}$ e risolvere i seguenti quesiti:

a. condurre le bisettrici degli angoli $\hat{A}$ e $\hat{B}$, chiamare P il loro punto d'incontro e determinare l'ampiezza dell'angolo $A\hat{P}B$;
b. ripetere l'esercizio (a) a partire dalle bisettrici di altri due angoli consecutivi, per esempio $\hat{C}$ e $\hat{D}$. [(a) $A\hat{P}B=80°$]

80. A partire dal quadrilatero indicato nell'esercizio precedente, risolvere i seguenti quesiti:

a. condurre le bisettrici degli angoli $\hat{A}$ e $\hat{C}$, chiamare P il loro punto d'incontro e determinare l'ampiezza dell'angolo $A\hat{P}C$;
b. ripetere l'esercizio (a) a partire dalle bisettrici degli altri due angoli opposti $\hat{B}$ e $\hat{D}$. [(a) $A\hat{P}C=90°$]

81. Un quadrilatero convesso ABCD ha le ampiezze degli angoli così indicate:

$\hat{A}=2\cdot\alpha$ $\hat{B}=2\cdot\beta$ $\hat{C}=2\cdot\gamma$ $\hat{D}=2\cdot\delta$

Condurre le bisettrici di due angoli consecutivi, per esempio $\hat{A}$ e $\hat{B}$, e chiamare P il punto di incontro di queste due semirette; risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare l'ampiezza dell'angolo $A\hat{P}B$;
b. scrivere la relazione che lega gli angoli del quadrilatero;
c. scrivere la relazione che lega $A\hat{P}B$ agli angoli del quadrilatero;
d. esprimere quest'ultima relazione con una frase.

[*In un quadrilatero le bisettrici di due angoli consecutivi determinano un angolo che è uguale alla semisomma degli altri due angoli del quadrilatero*]

82. A partire dal quadrilatero indicato nell'esercizio precedente, condurre le bisettrici di due angoli opposti, per esempio $\hat{A}$ e $\hat{C}$ e chiamare P il punto di incontro di queste due semirette; risolvere i seguenti quesiti:

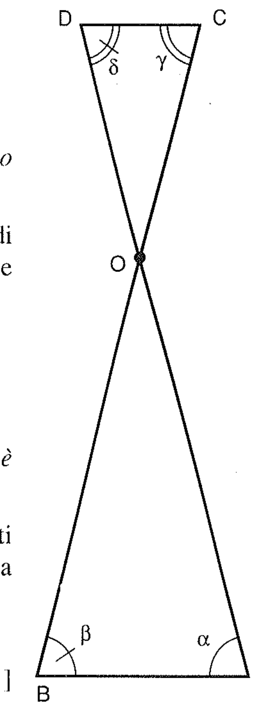
a. determinare l'ampiezza dell'angolo $A\hat{P}C$;
b. scrivere la relazione che lega gli angoli del quadrilatero;
c. scrivere la relazione che lega $A\hat{P}C$ agli angoli del quadrilatero;
d. esprimere quest'ultima relazione con una frase.

[*In un quadrilatero le bisettrici di due angoli opposti determinano un angolo che è uguale alla semidifferenza degli altri due angoli del quadrilatero*]

83. In un quadrilatero intrecciato ABCD come quello rappresentato in fig. 4, i due lati AD e BC hanno il punto O in comune e le lettere α, β, γ, δ esprimono l'ampiezza degli angoli $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ e $\hat{D}$ indicati in figura; risolvere i seguenti quesiti:

a. valutare la somma degli angoli del triangolo ABO;
b. valutare la somma degli angoli del triangolo CDO;
c. scrivere la relazione che lega i quattro angoli α, β, γ, δ. [(c) $\alpha+\beta=\gamma+\delta$]

Figura 4
Angoli di un quadrilatero intrecciato



Relazioni fra i lati di un poligono

84. Sono date tre sbarrette con le lunghezze seguenti:

$a=5$ $b=2$ $c=1$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché non è possibile costruire alcun triangolo con le tre sbarrette;
b. dire come si possono modificare le lunghezze assegnate in modo da poter costruire un triangolo.

85. Sono date quattro sbarrette con le lunghezze seguenti:

$a=5$ $b=2$ $c=10$ $d=3$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scegliere tre sbarrette adatte per costruire un triangolo;
b. spiegare perché non è possibile costruire un quadrilatero con le quattro sbarrette;
c. dire come si possono modificare le lunghezze assegnate, in modo da poter costruire un quadrilatero.

86. Sono date cinque sbarrette con le lunghezze seguenti:

$a=25$ $b=8$ $c=6$ $d=4$ $e=2$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scegliere tre sbarrette adatte per costruire un triangolo;
b. scegliere quattro sbarrette adatte per costruire un quadrilatero;
c. spiegare perché con le cinque sbarrette non è possibile costruire un pentagono e dire come si possono modificare i dati in modo da poterne costruire uno.

87. Sono date sei sbarrette con le lunghezze seguenti:

a=200 b=50 c=40 d=30 e=20 f=10

Risolvere i seguenti quesiti:
a. scegliere tre sbarrette adatte per costruire un triangolo;
b. scegliere quattro sbarrette adatte per costruire un quadrilatero;
c. scegliere cinque sbarrette adatte per costruire un pentagono;
d. spiegare perché con le sei sbarrette non è possibile costruire un esagono e dire come si possono modificare i dati in modo da poterne costruire uno.

Poligoni regolari

88. Disegnare un rombo, un rettangolo e un quadrato; indicare i quadrilateri equilateri, i quadrilateri equiangoli e il quadrilatero regolare.

89. Disegnare un pentagono regolare, un pentagono equiangolo (ma non equilatero) e un pentagono equilatero (ma non equiangolo).

90. Disegnare un esagono regolare; un esagono equiangolo, ma non equilatero e un esagono equilatero, ma non equiangolo.

91. Completare la tabella seguente:

Poligono regolare	Numero di lati n	Angolo esterno $\beta = \frac{360°}{n}$	Angolo interno $\alpha = 180° - \beta$
Ettagono	7		
Ennagono	9		
Decagono	10		
Endecagono	11		
Dodecagono	12		

92. Disegnare un esagono regolare e prolungare i lati non consecutivi; si otterrà un triangolo. Spiegare perché il triangolo ottenuto è certamente equilatero.

93. Disegnare due triangoli equilateri ABC e ABD con il lato AB in comune esaminare il quadrilatero ACBD così ottenuto e rispondere ai seguenti quesiti:
a. stabilire se il quadrilatero è un rombo;
b. calcolare l'ampiezza degli angoli interni del quadrilatero e stabilire se il quadrilatero è equiangolo;
c. stabilire se il quadrilatero è un quadrato.

94. Disegnare due triangoli isosceli ABC e ABD con la base AB in comune e gli angoli al vertice $\hat{C}$ e $\hat{D}$ ampi 120°; esaminare il quadrilatero ACBD così ottenuto e rispondere ai seguenti quesiti:
a. stabilire se il quadrilatero è un rombo;
b. calcolare l'ampiezza degli angoli interni del quadrilatero e stabilire se il quadrilatero è equiangolo;
c. stabilire se il quadrilatero è un quadrato.

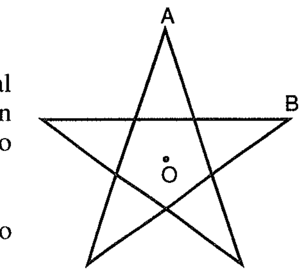
95. Disegnare due triangoli rettangoli isosceli ABC e ABD con l'ipotenusa AB in comune; esaminare il quadrilatero ACBD così ottenuto e rispondere ai seguenti quesiti:
a. stabilire se il quadrilatero è un rombo;
b. calcolare l'ampiezza degli angoli interni del quadrilatero e stabilire se il quadrilatero è equiangolo;
c. stabilire se il quadrilatero è un quadrato.

96. Disegnare un quadrato ABCD; sul lato AB, ed esternamente al quadrato, costruire il triangolo equilatero ABE. Esaminare il pentagono EBCDA così ottenuto e rispondere ai seguenti quesiti:
a. stabilire se il pentagono è equilatero;
b. calcolare l'ampiezza degli angoli interni del pentagono e stabilire se il poligono è equiangolo;
c. stabilire se il pentagono è regolare.

97. Disegnare un quadrato ABCD; esternamente al quadrato costruire il triangolo rettangolo isoscele ABE, con la base sul lato AB del quadrato. Esaminare il pentagono EBCDA così ottenuto e rispondere ai seguenti quesiti:
a. stabilire se il pentagono è equilatero;
b. calcolare l'ampiezza degli angoli interni del pentagono e stabilire se il poligono è equiangolo;
c. stabilire se il pentagono è regolare.

98. Disegnare un quadrato ABCD; sui lati AB e CD, ed esternamente al quadrato, costruire i triangoli equilateri ABE e CDF. Esaminare l'esagono EBCFDA così ottenuto e rispondere ai seguenti quesiti:
a. stabilire se l'esagono è equilatero;
b. calcolare l'ampiezza degli angoli interni dell'esagono e stabilire se il poligono è equiangolo;
c. stabilire se l'esagono è regolare.

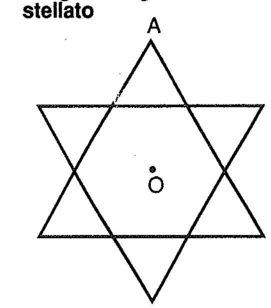
Figura 5
Pentagono regolare stellato



99. Disegnare un triangolo equilatero ABC; sui lati del triangolo, ed esternamente al triangolo, costruire tre triangoli isosceli (ABF, BCD e ACE) con la base su un lato del triangolo equilatero e l'angolo al vertice di 120°. Esaminare l'esagono ECDBFA così ottenuto e rispondere ai seguenti quesiti:
a. stabilire se l'esagono è equilatero;
b. calcolare l'ampiezza degli angoli interni dell'esagono e stabilire se il poligono è equiangolo;
c. stabilire se l'esagono è regolare.

100. In fig. 5 è disegnato un *pentagono regolare stellato*, ottenuto a partire da un pentagono regolare. Calcolare l'ampiezza degli angoli $\hat{A}$ e $\hat{B}$.

Figura 6
Esagono regolare stellato



101. Ripetere l'esercizio precedente a partire dall'esagono regolare stellato di fig. 6.

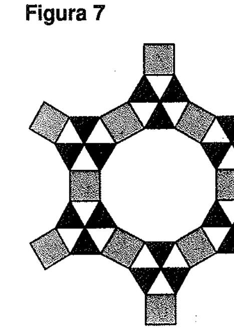
Le pavimentazioni

102. Stabilire se si può realizzare una pavimentazione con ettagoni regolari (poligoni regolari di 7 lati).

103. Stabilire se si può realizzare una pavimentazione con decagoni regolari (poligoni regolari di 10 lati).

104. Stabilire se si può realizzare una pavimentazione accostando esagoni regolari e triangoli equilateri di ugual lato.

Figura 7



105. Stabilire se si può realizzare una pavimentazione accostando dodecagoni regolari e triangoli equilateri di ugual lato.

106. Stabilire se si può realizzare una pavimentazione accostando un quadrato, un esagono regolare e un dodecagono regolare di ugual lato.

107. Accostare due pentagoni regolari e un decagono regolare di ugual lato e verificare che «si riempie» un angolo giro. Far vedere che, però, non si può continuare la costruzione e quindi non si può costruire una pavimentazione.

108. Descrivere i poligoni regolari con i quali è realizzata la pavimentazione di fig. 7.

109. In alcune vetrate del XVI secolo si trovano esagoni regolari e parallelogrammi con due lati che sono doppi sia degli altri due che del lato dell'esagono (fig. 8). Stabilire l'ampiezza degli angoli dei parallelogrammi per poter realizzare una pavimentazione.

110. La fig. 9 mostra dei decagoni regolari accostati a pentagoni regolari stellati. Stabilire se con questi poligoni si può realizzare una pavimentazione.

Figura 8

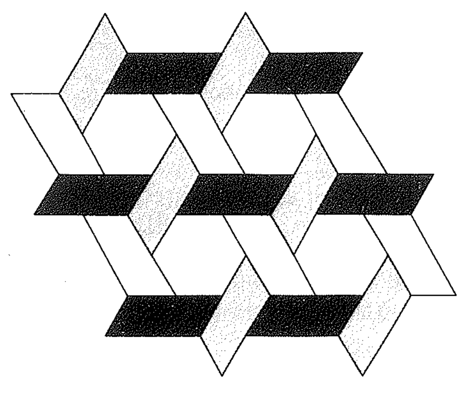
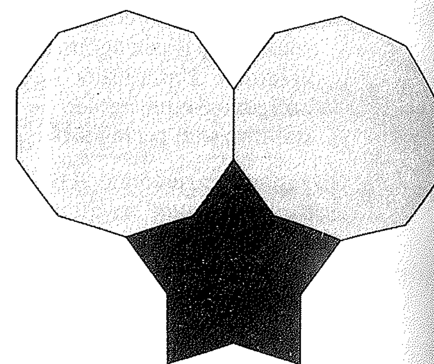


Figura 9



Assi di simmetria nei poligoni

Gli assi di simmetria dei poligoni regolari

111. Stabilire quali tipi di assi di simmetria presentano l'ettagono e l'ottagono regolari.

112. Stabilire quali tipi di assi di simmetria hanno l'ennagono e il decagono regolari.

113. Stabilire quali tipi di assi di simmetria hanno l'endecagono e il dodecagono regolari.

114. Prolungando i lati non consecutivi di un esagono regolare si ottiene un triangolo equilatero; stabilire quali assi di simmetria dell'esagono sono anche assi di simmetria del triangolo.

115. Disegnare gli assi di simmetria di un pentagono stellato, ottenuto a partire da un pentagono regolare (fig. 5, p. 553) e stabilire se gli assi di simmetria del pentagono stellato sono anche assi di simmetria del pentagono regolare.

116. Ripetere l'esercizio precedente a partire dall'esagono stellato ottenuto da un esagono regolare (fig. 6, p. 553).

Il triangolo isoscele

117. Disegnare un triangolo equilatero ABC, prolungare il lato AB di un segmento BD=AB e congiungere D con C. Risolvere i seguenti quesiti:
a. stabilire l'ampiezza degli angoli del triangolo BCD;
b. stabilire l'ampiezza degli angoli del triangolo ACD.

118. In un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, disegnare l'altezza CH relativa alla base e un'altezza relativa ad un lato obliquo, per esempio AK relativa al lato BC. Spiegare perché sono sempre uguali i due angoli $H\hat{C}B$ e $K\hat{A}B$.

119. È dato un triangolo ABC isoscele sulla base AB e il suo asse di simmetria CH; sui lati AC e CB, ed esternamente al triangolo, costruire i triangoli equilateri ACN e BCM. Spiegare perché il triangolo MCN è isoscele sulla base MP ed è simmetrico rispetto alla retta CH.

120. È dato un triangolo isoscele ABC con base AB e asse di simmetria CH. Sui lati AC e CB, ed esternamente al triangolo, costruire i quadrati ACMN e BCPQ. Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché il triangolo MCP è isoscele sulla base MP ed è simmetrico rispetto alla retta CH;
b. spiegare perché il triangolo NCQ è isoscele sulla base NQ ed è simmetrico rispetto alla retta CH.

121. È dato un triangolo ABC rettangolo ed isoscele sulla base AB; da un punto qualunque D dell'ipotenusa AB si traccia la perpendicolare all'ipotenusa stessa, fino a incontrare la retta CA in F e la retta CD in E. Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché il triangolo CEF è rettangolo e isoscele;
b. tracciare l'asse di simmetria CH del triangolo CEF e spiegare perché è certamente parallelo a AB.

122. È dato un pentagono regolare ABCDE. Prolungare il lato AB dalla parte di B, fino a incontrare in F la retta DC; in modo analogo prolungare il lato AE dalla parte di E, fino a incontrare la retta DC in G. Risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare l'ampiezza degli angoli dei triangoli CBF e DEG;
b. spiegare perché il triangolo GAF è certamente isoscele e stabilire quale asse di simmetria del pentagono è asse di simmetria anche del triangolo GAF;
c. spiegare perché anche il triangolo DAF è certamente isoscele e calcolare l'ampiezza dei suoi angoli.

123. È dato un pentagono regolare ABCDE. Tracciare le diagonali BE e AC che si incontrano in un punto F. Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché sono isosceli i triangoli ABE e ABC e calcolare l'ampiezza dei loro angoli interni;
b. spiegare perché il triangolo ABF è certamente isoscele e calcolare l'ampiezza dei suoi angoli interni;
c. spiegare perché sono isosceli i triangoli AEF e BFC e calcolare l'ampiezza dei loro angoli interni;
d. spiegare perché EF e EC sono uguali ai lati del pentagono.

124. È dato un quadrato ABCD. Sul lato DC e internamente al quadrato costruire il triangolo equilatero DCP; sul lato BC ed esternamente al quadrato costruire il triangolo equilatero BCQ. Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché il triangolo CPQ è isoscele e calcolare l'ampiezza dei suoi angoli interni;
b. spiegare perché il triangolo ADP è isoscele e calcolare l'ampiezza dei suoi angoli interni;
c. spiegare perché l'angolo $A\hat{P}Q$ è ampio 180° e perciò i tre punti A, P e Q sono allineati.

Figure con assi di simmetria

125. Disegnare un trapezio isoscele e calcolare:
a. la somma dei suoi angoli interni;
b. la somma dei due angoli interni disuguali;
c. la somma dei due angoli esterni adiacenti ai due angoli interni disuguali.

126. Disegnare un rombo e calcolare:
a. la somma dei suoi angoli interni;
b. la somma dei due angoli interni disuguali;
c. la somma dei due angoli esterni adiacenti ai due angoli interni disuguali.

127. Disegnare un deltoide e il suo asse di simmetria. Risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare la somma degli angoli interni;
b. dire se la somma di due angoli opposti può valere 180°.

Figura 10

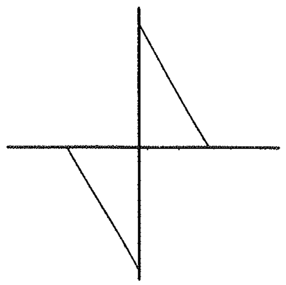
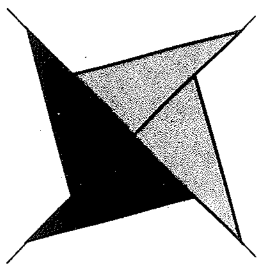


Figura 11



128. Stabilire se i due triangoli rettangoli di fig. 10 sono disposti simmetricamente rispetto a un asse.

129. Stabilire se il poligono di fig. 11 ha un asse di simmetria.

130. Disegnare un triangolo ABC, isoscele sulla base AB; disegnare il triangolo A'B'C' simmetrico di quello dato rispetto all'asse HK che congiunge i punti medi dei lati obliqui; esaminare la figura ottenuta e identificarvi le figure che presentano un asse di simmetria.

131. Disegnare un trapezio isoscele ABCD, che ha AB come base maggiore e DC come base minore; disegnare il trapezio A'B'C'D' simmetrico di quello dato rispetto all'asse HK che congiunge i punti medi dei lati obliqui; esaminare la figura ottenuta e identificarvi le figure che presentano un asse di simmetria.

132. Disegnare un rettangolo ABCD e disegnare il rettangolo AB'CD' simmetrico di quello dato rispetto alla diagonale AC; spiegare perché i segmenti DB' e BD' sono paralleli alla diagonale AC.

133. Disegnare un rombo ABCD e disegnare il rombo A'B'C'D' simmetrico di quello dato rispetto all'asse mediano HK; esaminare la figura ottenuta e identificarvi le figure con un asse di simmetria perpendicolare a HK.

134. Dato un triangolo ABC scaleno e non rettangolo, stabilire come si deve scegliere sul piano un punto P in modo che il quadrilatero non intrecciato di vertici A, B, C, P abbia un asse di simmetria che non contiene nessun vertice.

135. Dato un triangolo ABC scaleno e non rettangolo, stabilire come si deve scegliere sul piano un punto P in modo che il quadrilatero non intrecciato di vertici A, B, C, P abbia un asse di simmetria che contiene due vertici del triangolo.

136. Dato un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, stabilire come si deve scegliere sul piano un punto P in modo che il quadrilatero non intrecciato di vertici A, B, C, P abbia un asse di simmetria.

Il cerchio

Corde e diametri

137. Disegnare una circonferenza di centro O e diametro AB; disegnare almeno due corde parallele al diametro AB e altre due perpendicolari al diametro AB.

138. Disegnare una circonferenza di centro O e diametro AB; disegnare una corda AC che forma con il diametro un angolo di 60°. Esaminare il triangolo AOC, valutare l'ampiezza dei suoi angoli e dire quali caratteristiche presenta.

139. Ripetere l'esercizio 138 a partire da una corda AC che forma con il diametro un angolo di 45°.

140. Ripetere l'esercizio 138 a partire da una corda AC che forma con il diametro un angolo di 30°

141. Disegnare una circonferenza di centro O e diametro AB; disegnare il diametro CD perpendicolare a AB. Esaminare il quadrilatero ACBD e dire quali caratteristiche presenta.

142. Disegnare una circonferenza di centro O e diametro AB; disegnare una corda CD parallela a AB. Esaminare il quadrilatero ACBD e dire quali caratteristiche presenta.

143. Disegnare una circonferenza di centro O e due corde AB e CD fra loro parallele. Esaminare il quadrilatero ACDB e dire quali caratteristiche presenta.

144. Disegnare una circonferenza di centro O e due corde AB e CD fra loro parallele. Considerare le rette AD e CB e indicare con E il loro punto di intersezione. Spiegare perché E si trova certamente sul diametro perpendicolare alle due corde.

145. Disegnare una circonferenza di centro O e una sua corda AB; prolungare AB dalla parte di B di un segmento BC lungo quanto il raggio e tracciare la retta OC che determina sulla circonferenza il diametro DE (D è il punto che non si trova sul segmento OC). Indicare con α l'ampiezza dell'angolo $B\hat{C}O$, esaminare i triangoli OBC, AOB, ADO e spiegare perché l'angolo $A\hat{O}D$ è sempre ampio 3α.

Posizioni di una retta rispetto ad una circonferenza

146. Disegnare una circonferenza di centro O e diametro AB; tracciare le tangenti alla circonferenza in A, in B e in almeno altri due punti C, D a piacere. Esaminare in ogni caso l'angolo fra una tangente e il diametro che passa per il punto di tangenza.

147. In una circonferenza di centro O disegnare due raggi OA e OB fra loro perpendicolari; condurre una corda BC che passa per un punto P di OA e tracciare la tangente *t* alla circonferenza in C, chiamando D il punto di intersezione fra la retta *t* e la retta OA. Risolvere i seguenti quesiti:

a. tracciare il raggio OC e spiegare perché il triangolo OBC è sempre isoscele;
b. spiegare perché sono uguali i due angoli $P\hat{C}D$ e $O\hat{P}B$;
c. spiegare perché anche il triangolo PAD è sempre isoscele e indicare quali sono i suoi due lati uguali.

148. È dato un triangolo isoscele ABC, con la base AB; risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare come si procede per disegnare la circonferenza che ha il centro sulla retta CB ed è tangente in A alla retta AC;
b. spiegare perché la retta AB taglia la circonferenza in un altro punto E, oltre che in A;
c. spiegare perché il triangolo ADE è sempre isoscele e indicare quali sono i suoi due angoli uguali;
d. spiegare perché sono retti gli angoli $C\hat{D}E$ e $C\hat{A}D$.

Circonferenza per tre punti

149. Disegnare delle circonferenze con lo stesso centro O e raggio diverso; le circonferenze così ottenute si chiamano *concentriche*. Spiegare perché per un dato punto A del piano passa certamente una sola di queste circonferenze.

150. Indicare tre punti A, B, C non allineati e determinare il centro O della circonferenza che passa per i tre punti.
Tenere fissi i punti A, B, far scorrere il punto C sulla retta BC avvicinandolo o allontanandolo da B e determinare la posizione del punto O in corrispondenza ad ogni posizione di C; quale linea descrive O, mentre C descrive la retta BC?

151. Fissare un punto A del piano e disegnare tante circonferenze che passano per A e hanno raggio 1; esaminare la linea descritta dai centri di queste circonferenze.

152. Fissare una retta *a* del piano e disegnare tante circonferenze che sono tangenti a *a* e hanno raggio 1; esaminare le linee descritte dai centri di queste circonferenze.

153. Fissare una retta *a* del piano e disegnare tante circonferenze che sono tangenti alla retta nello stesso punto A; esaminare la linea descritta dai centri di queste circonferenze.

Posizioni di due circonferenze

154. Indicare tre punti A, B, C non allineati e disegnare la circonferenza che passa per i tre punti, indicando con O il suo centro e con r il suo raggio.
Scegliere un altro punto D, non allineato con A e B, e disegnare la circonferenza che passa per A, B e D, indicando con O' il suo centro e con r' il suo raggio. Le due circonferenze così tracciate si tagliano nei due punti A e B e perciò sono dette *secanti*. Risolvere i seguenti quesiti:
a. esaminare i triangoli OAB e O'AB e spiegare perché la retta OO' è asse di simmetria di entrambi i triangoli;
b. indicata con d la distanza OO', esaminare il triangolo AOO' e spiegare perché vale la seguente disuguaglianza:

$$d<r+r'$$

155. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, tenere fissa la circonferenza di centro O, far scorrere il centro O' sulla retta OO' allontanandolo da O e osservare i due punti di intersezione A, B: quando i due punti coincidono, la retta AB diventa la tangente t nel punto A e le due circonferenze così tracciate si dicono *tangenti esternamente*.
Indicata con d la distanza OO', spiegare perché risulta:

$$d=r+r'$$

156. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, tenere fissa la circonferenza di centro O, far scorrere il centro O' sulla retta OO' allontanandolo ancora di più da O: si ottengono due circonferenze *esterne*. Spiegare perché risulta:

$$d>r+r'$$

157. Riprendere l'esercizio 154, tenere fissa la circonferenza di centro O, far scorrere il centro O' sulla retta OO' avvicinandolo a O e osservare i due punti di intersezione A, B: quando i due punti coincidono, la retta AB diventa la tangente t nel punto A e le due circonferenze così tracciate si dicono *tangenti internamente*.
Indicata con d la distanza OO', esaminare il segmento OO' e spiegare in quale situazione risulta:

$r>r'$ e $d=r-r'$

e in quale situazione risulta invece:

$r<r'$ e $d=r'-r$

158. Dopo aver svolto l'esercizio precedente, far scorrere il centro O' sulla retta OO' avvicinandolo ancora di più a O: si ottengono due circonferenze *interne*. Spiegare in quale situazione risulta:

$r>r'$ e $d<r-r'$

e in quale situazione risulta invece:

$r<r'$ e $d<r'-r$

159. Disegnare due circonferenze che hanno i centri O e O' e si incontrano in due punti A e B. Da uno dei punti d'intersezione, per esempio A, tracciare la retta AO che determina il diametro AC di una delle circonferenze; tracciare poi la retta AO', che determina il diametro AD dell'altra circonferenza. Risolvere i seguenti quesiti:
a. indicata con α l'ampiezza dell'angolo $O\hat{A}B$, ricavare l'ampiezza degli angoli interni dei triangoli COB e AOB;
b. spiegare perché l'angolo $C\hat{B}A$ è sempre retto;
c. indicata con β l'ampiezza dell'angolo $O'\hat{A}B$, ricavare l'ampiezza degli angoli interni dei triangoli DO'B e AO'B;
d. spiegare perché l'angolo $D\hat{B}A$ è sempre retto;
e. spiegare perché i punti C, B e D sono sempre allineati.

Angoli inscritti in una circonferenza

160. Disegnare un angolo alla circonferenza di 30° e il corrispondente angolo al centro; quanto è ampio quest'ultimo angolo?

161. Disegnare un angolo al centro ampio 30° e il corrispondente angolo alla circonferenza; quanto è ampio quest'ultimo angolo?

162. Disegnare un angolo alla circonferenza di 45° e il corrispondente angolo al centro; quanto è ampio quest'ultimo angolo?

163. Disegnare un angolo al centro ampio 45° e il corrispondente angolo alla circonferenza; quanto è ampio quest'ultimo angolo?

164. Disegnare un angolo alla circonferenza di 60° e il corrispondente angolo al centro. Aumentare l'angolo alla circonferenza di 20°; di quanto aumenta l'angolo al centro corrispondente?

165. Disegnare un angolo al centro ampio 60° e il corrispondente angolo alla circonferenza. Aumentare l'angolo al centro di 20°; di quanto aumenta l'angolo alla circonferenza corrispondente?

166. La fig. 12 rappresenta un angolo alla circonferenza con un lato tangente alla circonferenza; disegnare il corrispondente angolo al centro e risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché anche in questo caso l'angolo al centro è doppio dell'angolo alla circonferenza;
b. l'angolo alla circonferenza è acuto o ottuso?
c. il corrispondente angolo al centro è ottuso o concavo?
d. in quale caso l'angolo alla circonferenza è retto?

167. La fig. 13 rappresenta un angolo alla circonferenza con un lato tangente alla circonferenza; disegnare il corrispondente angolo al centro e risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché anche in questo caso l'angolo al centro è doppio dell'angolo alla circonferenza;
b. l'angolo alla circonferenza è acuto o ottuso?
c. il corrispondente angolo al centro è ottuso o concavo?
d. in quale caso l'angolo alla circonferenza è retto?

Figura 12

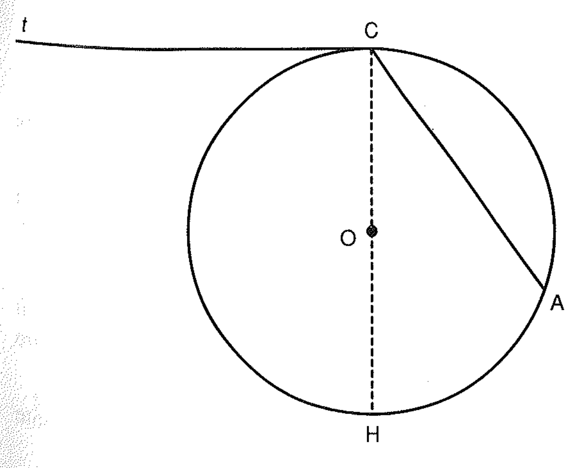
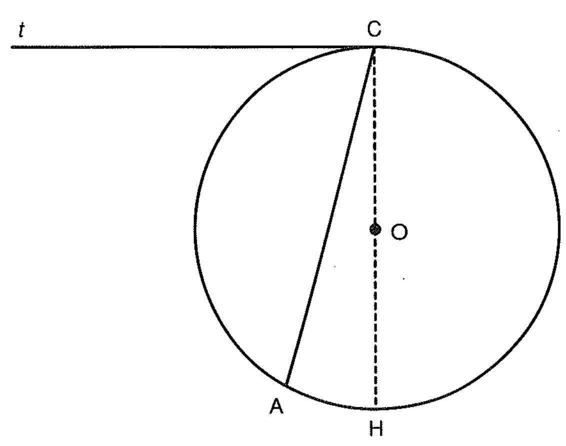


Figura 13



168. Disegnare sei figure con tutte le posizioni che possono assumere i due lati di un angolo alla circonferenza, e cioè:
I. il centro O della circonferenza si trova su un lato e l'altro lato è secante la circonferenza;
II. O si trova su un lato e l'altro lato è tangente;
III. O è interno all'angolo che ha i due lati secanti;
IV. O è interno all'angolo che ha un lato tangente;
V. O è esterno all'angolo che ha i due lati secanti;
VI. O è esterno all'angolo che ha un lato tangente.
Spiegare perché in tutti questi casi l'angolo al centro risulta sempre doppio dell'angolo alla circonferenza corrispondente.

169. Disegnare un qualunque angolo al centro $A\hat{O}C$ e condurre la tangente alla circonferenza in A; spiegare perché l'angolo al centro è doppio dell'angolo $B\hat{A}C$.

170. Disegnare una circonferenza di centro O ed una sua qualunque corda AB. Considerare un punto C sull'arco AB più piccolo ed un punto D sull'arco AB più grande; disegnare i due angoli alla circonferenza $A\hat{C}B$ e $A\hat{D}B$. Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare la somma dei due angoli al centro corrispondenti agli angoli alla circonferenza indicati prima;
b. spiegare perché la somma dei due angoli alla circonferenza vale sempre 180°.

171. Disegnare un qualunque triangolo acutangolo ABC e due sue altezze AH e BK; spiegare perché i punti A, K, H, B si trovano su una stessa semicirconferenza di diametro AB.
Ripetere l'esercizio a partire da un triangolo con l'angolo di vertice C ottuso o retto.
Ripetere l'esercizio a partire da un triangolo con l'angolo di vertice A retto.
Che cosa cambia se il triangolo ha l'angolo di vertice A ottuso?

172. Disegnare una circonferenza di centro O e una corda CD che è lunga il doppio della sua distanza dal centro; dopo aver tracciato il diametro perpendicolare alla corda, spiegare perché l'angolo al centro $C\hat{O}D$ è retto.
Tracciare almeno due angoli alla circonferenza che insistono sull'arco CD e spiegare perché sono tutti ampi quanto l'angolo $O\hat{C}D$.

Poligoni inscritti in una circonferenza

Triangoli inscritti in una circonferenza

173. Disegnare un triangolo acutangolo e inscriverlo in una circonferenza.

174. Disegnare un triangolo ottusangolo e inscriverlo in una circonferenza.

175. Disegnare un triangolo rettangolo e inscriverlo in una circonferenza; spiegare perché l'ipotenusa è un diametro.

176. Disegnare un triangolo ABC rettangolo e isoscele sulla base AB e inscriverlo in una circonferenza di centro O; calcolare l'ampiezza dei tre angoli al centro $A\hat{O}B$, $A\hat{O}C$, $B\hat{O}C$.

177. Disegnare un triangolo ABC isoscele sulla base AB e con l'angolo al vertice di 120° e inscriverlo in una circonferenza di centro O; calcolare l'ampiezza dei tre angoli al centro $A\hat{O}B$, $A\hat{O}C$, $B\hat{O}C$.

178. Disegnare le tre altezze CH, AK, BM del triangolo ABC descritto nel precedente esercizio; disegnare la circonferenza che passa per i tre punti H, K e M.

179. Disegnare un triangolo equilatero ABC e inscriverlo in una circonferenza di centro O; disegnare l'asse di simmetria AD del triangolo fino ad incontrare la circonferenza in E e risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché il triangolo OCE è equilatero;
b. spiegare perché OD è lungo metà del raggio della circonferenza.

Quadrilateri inscritti in una circonferenza

180. Disegnare almeno due quadrilateri che si possono inscrivere in una circonferenza ed altrettanti che non si possono inscrivere.

181. Un quadrilatero inscritto in una circonferenza ha due angoli consecutivi di 60° e 100°; quanto sono ampi gli altri due angoli?

182. Disegnare un angolo di vertice A e considerare un punto P interno all'angolo; da P condurre le perpendicolari ai lati, fino a incontrare i lati stessi in M e N. Risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare con α l'ampiezza dell'angolo $P\hat{A}M$, con β l'ampiezza dell'angolo $P\hat{A}N$ e determinare gli angoli dei triangoli PAM e PAN;
b. spiegare perché il quadrilatero AMPN si può inscrivere in una circonferenza.

183. Disegnare un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, e tracciare le due altezze relative ai lati obliqui (AH e BK), determinando il loro punto d'intersezione M. Risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare con 2α l'ampiezza dell'angolo al vertice, tracciare l'asse di simmetria CN del triangolo e calcolare l'ampiezza degli angoli del triangolo ABM;
b. spiegare perché i punti H, K, C e M si trovano su una stessa circonferenza.

184. Disegnare un trapezio isoscele ABCD inscritto in una circonferenza di centro O, con l'angolo al centro che insiste sulla base maggiore ampio 100° e l'angolo al centro che insiste sulla base minore ampio 70°. Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché gli angoli al centro che insistono sui lati obliqui sono uguali e calcolarne l'ampiezza;
b. calcolare l'ampiezza di tutti gli angoli interni del trapezio.

185. Disegnare un trapezio isoscele e spiegare perché è inscrittibile in una circonferenza; costruire quindi la circonferenza circoscritta.

Poliedri

186. Questo libro è un poliedro; indicarne i vertici, gli spigoli, le facce e gli angoloidi. Dire quanto vale la somma degli angoli che delimitano gli angoloidi.

187. In fig. 14 è rappresentato un prisma retto che ha come base un triangolo equilatero. Dire quanto vale la somma degli angoli che delimitano gli angoloidi.

188. Disegnare un prisma retto che ha per base un quadrato e calcolare la somma degli angoli che delimitano gli angoloidi.

189. Disegnare un prisma retto che ha come base un pentagono regolare e calcolare la somma degli angoli che delimitano gli angoloidi.

190. Disegnare un prisma retto che ha come base un esagono regolare e calcolare la somma degli angoli che delimitano gli angoloidi.

191. In fig. 15 è rappresentata una piramide che ha come base un triangolo equilatero e come facce tre triangoli equilateri. Dire quanto vale la somma degli angoli che delimitano gli angoloidi.

Figura 14
Un prisma retto

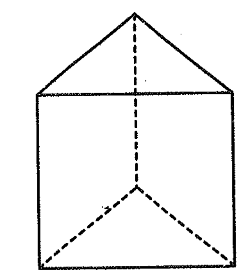
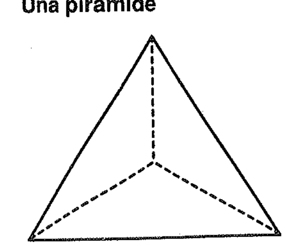


Figura 15
Una piramide



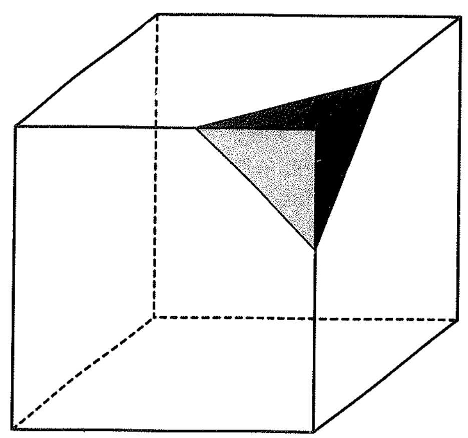
192. Disegnare una piramide che ha come base un quadrato e come facce quattro triangoli equilateri. Dire quanto vale la somma degli angoli che delimitano gli angoloidi.

193. Disegnare una piramide che ha come base un pentagono regolare e come facce cinque triangoli equilateri. Dire quanto vale la somma degli angoli che delimitano gli angoloidi.

194. Spiegare perché non è possibile costruire una piramide che ha per base un esagono regolare e per facce sei triangoli equilateri.
Spiegare perché, invece, è possibile costruire un prisma che ha per base un qualunque poligono regolare.

195. Dividere ogni spigolo di un cubo in tre parti uguali e costruire sei piramidi come quella indicata in fig. 16. Eliminando tutte queste piramidi, si otterrà un nuovo poliedro. Risolvere i seguenti quesiti:
a. dire quali poligoni costituiscono le sue facce;
b. calcolare la somma degli angoli dei suoi angoloidi;
c. calcolarne il numero delle facce, degli spigoli e dei vertici.

Figura 16



Poliedri regolari

196. Calcolare la somma degli angoli che costituiscono gli angoloidi di un tetraedro, di un ottaedro e di un icosaedro e spiegare perché non si può costruire un poliedro accostando in uno stesso vertice sei triangoli equilateri.

197. Calcolare la somma degli angoli che costituiscono gli angoloidi di un cubo e spiegare perché non si può costruire un poliedro accostando quattro quadrati in uno stesso vertice.

198. Calcolare la somma degli angoli che costituiscono gli angoloidi di un dodecaedro e spiegare perché non si può costruire un poliedro accostando quattro pentagoni regolari in uno stesso vertice.

199. Spiegare perché non si può costruire un poliedro che abbia come facce tutti esagoni regolari, mentre si può costruire un poliedro che ha come facce esagoni e pentagoni regolari. Quest'ultimo poliedro sarà regolare?

200. Disegnare qualche poliedro non regolare.

201. Tagliando un cubo con un piano diagonale si ottengono due poliedri; si tratta di due poliedri regolari?

202. Accostando due piramidi a base quadrata in modo che coincidono le basi, si ottiene sempre un ottaedro; in quale caso l'ottaedro è regolare?

203. Disegnare il solido che si ottiene congiungendo i punti medi delle facce di un tetraedro; di che solido si tratta?

Simmetria dei poliedri

204. Disegnare un tetraedro; individuare i piani mediani e i piani diagonali e dire quali di questi piani sono piani di simmetria.

205. Disegnare un ottaedro; individuare i piani mediani e i piani diagonali e dire quali di questi piani sono piani di simmetria.

206. Disegnare un cubo; individuare i piani mediani e i piani diagonali e dire quali di questi piani sono piani di simmetria.

207. Disegnare un parallelepipedo; quali piani di simmetria ha questo solido?
Individuare le analogie fra i seguenti argomenti:
a. assi di simmetria del rettangolo e del quadrato;
b. piani di simmetria del parallelepipedo e del cubo.

208. Disegnare un prisma che ha per base un pentagono regolare; quali piani di simmetria ha questo solido?
Individuare le analogie fra i seguenti argomenti:
a. assi di simmetria del pentagono regolare;
b. piani di simmetria del prisma che ha per base un pentagono regolare.

209. Disegnare un prisma che ha per base un esagono regolare; quali piani di simmetria ha questo solido?
Individuare le analogie fra i seguenti argomenti:
a. assi di simmetria del pentagono regolare;
b. piani di simmetria del prisma che ha per base un esagono regolare.

210. Riprendere il procedimento per costruire una pavimentazione utilizzando solo poligoni regolari (vedi la scheda applicativa «Poligoni regolari e pavimentazioni», p. 133) e spiegare quali prismi uguali con base regolare possono essere utilizzati per riempire lo spazio.

La formula di Eulero

211. Verificare la validità della formula di Eulero per i poliedri regolari.

212. Verificare la validità della formula di Eulero per alcuni poliedri irregolari, ad esempio il parallelepipedo, qualche prisma e qualche piramide.

213. Scomporre un cubo in sei piramidi uguali proiettando ogni faccia dal centro del cubo. Se queste piramidi si pensano costruite esternamente al cubo si ottiene un *poliedro stellato;* contare le facce, i vertici e gli spigoli di questo solido e verificare la validità della formula di Eulero.

214. Su ogni faccia di un dodecaedro regolare si costruisce una piramide che ha per facce dei triangoli equilateri; si ottiene un *poliedro stellato;* contare le facce, i vertici e gli spigoli di questo solido e verificare la validità della formula di Eulero.