

Varianza e deviazione standard. Attività

A. La varianza

1. Il gruppo delle 10 ragazze ha ottenuto i seguenti voti:

4 5 5 5 6 6 6½ 6½ 7 7

Il voto medio M_1 del gruppo è 5,8.

Per valutare la variabilità dei voti intorno alla media, la statistica suggerisce di valutare gli *scarti dalla media*, dati da:

$4 - 5,8 = \dots\dots$

$5 - 5,8 = \dots\dots$ (3 volte)

$\dots - 5,8 = \dots\dots$ (.... volte)

$\dots - 5,8 = \dots\dots$ (.... volte)

$\dots - 5,8 = \dots\dots$ (.... volte)

Osserva i risultati e rispondi ai seguenti quesiti:

- a. Quanto vale la somma S degli scarti?
- b. Che cosa puoi dire sul segno degli scarti?.....
- c. Spiega perché non puoi valutare la variabilità con la media M_S degli scarti.
.....

d. Per superare le difficoltà legate al segno degli scarti, la statistica suggerisce di valutare la variabilità con la **varianza σ^2** , data dalla media dei quadrati degli scarti.

Completa qui sotto la scrittura della varianza e il suo calcolo con il tascabile.

$$\sigma^2 = \frac{(4-5,8)^2 + (5-5,8)^2 \cdot 3 + \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots}{10} \cong \dots\dots$$

B. Varianza e deviazione standard

2. La misura della variabilità con la varianza presenta un problema: posso confrontare il numero ottenuto solo con i quadrati dei dati, non con i dati. Sembra facile superare questa difficoltà: basta calcolare la radice quadrata della varianza. Per questo la statistica introduce la *deviazione standard σ* , detta anche *scarto quadratico medio*.

Calcola la deviazione standard dei voti delle ragazze:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \cong \dots\dots$$

3. Osserva le due serie di dati rappresentati dalle tabelle qui sotto e valuta:

- a. Per i dati A, media $M_A = \dots\dots$, varianza $\sigma_A^2 = \dots\dots$, deviazione standard $\sigma_A = \dots\dots$
- b. Per i dati B, media $M_B = \dots\dots$, varianza $\sigma_B^2 = \dots\dots$, deviazione standard $\sigma_B = \dots\dots$

A	
Voto	Frequenza
6	10

B	
Voto	Frequenza
2	5
10	5

C. Varianza e deviazione standard con un foglio di calcolo

Apri il file **4.Varianza1.ggb**.

- A destra trovi un foglio di calcolo.
- A sinistra trovi le indicazioni per leggere il foglio e un lavoro da fare.

4. Esegui il lavoro richiesto e scrivi qui sotto le risposte alle domande.

a. Completa la tabella qui sotto

Voti delle ragazze	Media =	Varianza \cong	Dev. Standard \cong
Voti dei ragazzi	Media =	Varianza \cong	Dev. Standard \cong

- b. Che cosa osservi se confronti la varianza di ragazze e ragazzi?
.....
- c. Che cosa osservi se confronti la deviazione standard di ragazze e ragazzi?
.....

D. Media, varianza e deviazione standard con un 'dato anomalo'

Apri il file **4a.Varianza2. ggb.**

- A destra trovi un foglio di calcolo.
- A sinistra trovi le indicazioni per leggere il foglio e un lavoro da fare.

5. Esegui il lavoro richiesto; qual è l'effetto dell'ultimo dato tanto più grande degli altri?

E. Scoprire proprietà di varianza e deviazione standard

Apri il file **4b.Varianza3. ggb.**

- A destra trovi un foglio di calcolo.
- A sinistra trovi le indicazioni per leggere il foglio e un lavoro da fare.

6. Esegui il lavoro richiesto e completa le frasi seguenti.

- a. Se multiplico per 2 tutti dati,
la varianza σ^2 _____
la deviazione standard σ _____
- b. Se aggiungo 3 a tutti dati,
la varianza σ^2 _____
la deviazione standard σ _____

F. Ragionare su proprietà di varianza e deviazione standard

Il lavoro precedente porta a scoprire delle proprietà di varianza e deviazione standard.

7. Completa i procedimenti qui sotto per stabilire la validità generale delle proprietà scoperte.

Indico con a, b, c tre dati, con M la loro media, con σ^2 la loro varianza e con σ la loro deviazione standard. Risulta:

$$M = \frac{a + \dots + \dots}{3} \quad \sigma^2 = \frac{(a - M)^2 + \dots + \dots}{3} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

a. Se multiplico per k tutti dati, ottengo:

$$M_1 = \frac{ka + \dots + \dots}{3} = kM$$

$$\sigma_1^2 = \frac{(ka - kM)^2 + \dots + \dots}{3} = \frac{k^2 [(a - M)^2 + \dots + \dots]}{3} = \dots \quad \sigma_1 = \sqrt{\sigma_1^2} = \dots$$

b. Se aggiungo h a tutti dati, ottengo:

$$M_2 = \frac{a + h + \dots + \dots}{3} = M + h$$

$$\sigma_2^2 = \frac{[a + h - (M + h)]^2 + \dots + \dots}{3} = \frac{(a - M)^2 + \dots + \dots}{3} = \dots \quad \sigma_2 = \dots$$

G. Un procedimento alternativo per calcolare la varianza

8. Indico con a, b, c tre dati; completa qui sotto il procedimento generale calcolare la varianza.

• Calcolo la media $M = \frac{\dots}{3} \Leftrightarrow 3M = \dots$

• Calcolo la varianza

$$\sigma^2 = \frac{(a - M)^2 + \dots + \dots}{3} = \frac{a^2 + \dots + \dots - 2M(a + \dots + \dots) + 3M^2}{3} = \dots$$

• Concludo che posso calcolare la varianza anche con la formula

$$\sigma^2 = \frac{a^2 + \dots + \dots}{\dots} - \dots$$