

Regressione1. Attività

La retta r_0 dei minimi quadrati che passa per $O(0, 0)$

1. Completa il procedimento qui sotto per trovare la formula che fornisce la pendenza m_0 della retta s_0 .

Esempio numerico	In generale
Sono dati i punti sperimentali $O(0; 0)$, $A_1(1; 1,6)$, $A_2(2; 2,8)$, ..., $A_7(7; 12,8)$	Sono dati N punti sperimentali $O(0; 0)$, $A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$, ..., $A_N(x_N; y_N)$
Esamino la somma D dei quadrati degli scarti fra la retta $y = mx$ e i punti sperimentali, al variare di m $D = (1,6 - m \cdot 1)^2 + (2,8 - m \cdot 2)^2 + \dots + (12,8 - m \cdot 7)^2$ Sviluppo i quadrati e ottengo una legge del tipo $D = a \cdot m^2 + b \cdot m + c$ con $a = 1^2 + \dots$ $b = -2(1 \cdot 1,6 + \dots)$ $c = 1,6^2 + \dots$ Il grafico della legge è una parabola con la concavità rivolta verso l'alto. Perciò D è minima per $m = -\frac{b}{2a} = \dots$ La pendenza m_0 che rende minima la somma dei quadrati degli scarti è data da $m_0 = \frac{\dots}{\dots} \cong \dots$	Esamino la somma D dei quadrati degli scarti fra la retta $y = mx$ e i punti sperimentali, al variare di m $D = (y_1 - m \cdot x_1)^2 + (y_2 - m \cdot x_2)^2 + \dots + (y_N - m \cdot x_N)^2$ Sviluppo i quadrati e ottengo una legge del tipo $D = a \cdot m^2 + b \cdot m + c$ con $a = \dots$ $b = \dots$ $c = \dots$ Il grafico della legge è una parabola con la concavità rivolta verso l'alto. Perciò D è minima per $m = -\frac{b}{2a} = \dots$ La pendenza m_0 che rende minima la somma dei quadrati degli scarti è data da $m_0 = \frac{x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \dots + x_N \cdot y_N}{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2} = \frac{\sum_{k=1}^{k=N} x_k \cdot y_k}{\sum_{k=1}^{k=N} x_k^2}$

2. Nei grandi acquedotti pubblici è importante filtrare l'acqua e trattare i sedimenti ottenuti prima di distribuirla; nella tabella qui sotto X indica la quantità d'acqua filtrata (misurata in metri cubi) e Y la quantità di sedimenti estratti (misurata in kg).

X	31	33	37	40	45
Y	14,0	17,1	20,4	21,3	27,4

A partire dai dati in tabella risolvi i seguenti quesiti:

a. Per prevedere i futuri sedimenti devi trovare la retta dei minimi quadrati. Spiega perché la retta deve passare per $O(0, 0)$.

.....

b. Completa il calcolo della pendenza m_0 della retta s_0 con l'aiuto di una calcolatrice tascabile

$$m_0 = \frac{31 \cdot 14,0 + \dots}{31^2 + \dots} \cong \dots$$

c. Come puoi prevedere la quantità di sedimenti che si otterrà dopo aver filtrato 60m^3 d'acqua?

.....

d. Come puoi sapere di quanto aumentano i sedimenti, quando l'acqua aumenta di 1m^3 ?

.....

.....