

Probabilità di eventi incompatibili e di eventi complementari



Un caso particolare di probabilità totale

Estraggo una carta da un mazzo di carte francesi

Come valuto la probabilità di estrarre una carta nera o di quadri?



Procedimento noto

A: estraggo carta nera

B: estraggo carta di quadri

$$P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0,25$$

La figura ricorda che **è impossibile** estrarre una carta nera e di quadri.

$$P(A \cap B) = 0$$

Concludo che la probabilità di estrarre una carta nera o di quadri è

$$P(A \cup B) = \frac{26}{52} + \frac{13}{52} = \frac{39}{52} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Eventi incompatibili e compatibili



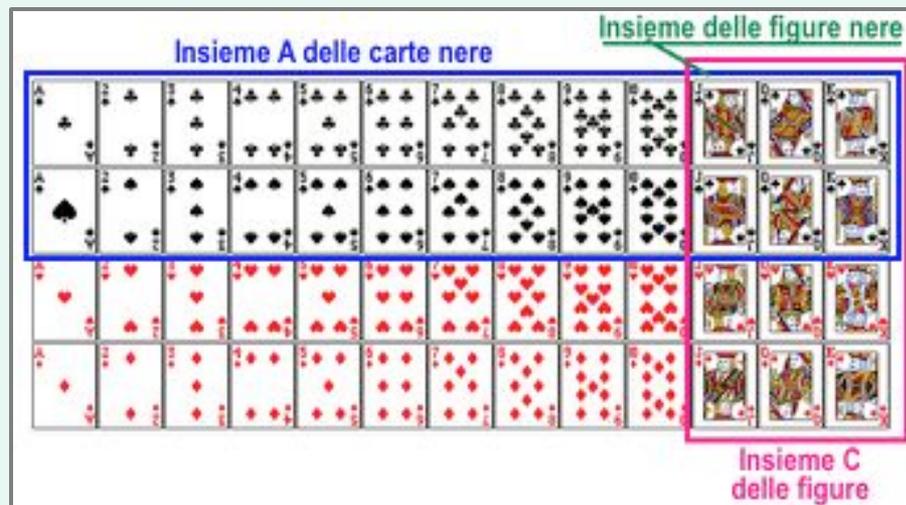
A: estraggo una carta nera

B: estraggo una carta di quadri

Sono due eventi che **non** possono verificarsi contemporaneamente.

Sono **INCOMPATIBILI**

$$P(A \cap B) = 0$$



A: estraggo carta nera

C: estraggo una figura

Sono due eventi che possono verificarsi contemporaneamente.

Sono **COMPATIBILI**

$$P(A \cap B) \neq 0$$

Probabilità totale di due eventi A, B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Esempi

A: estraggo carta nera

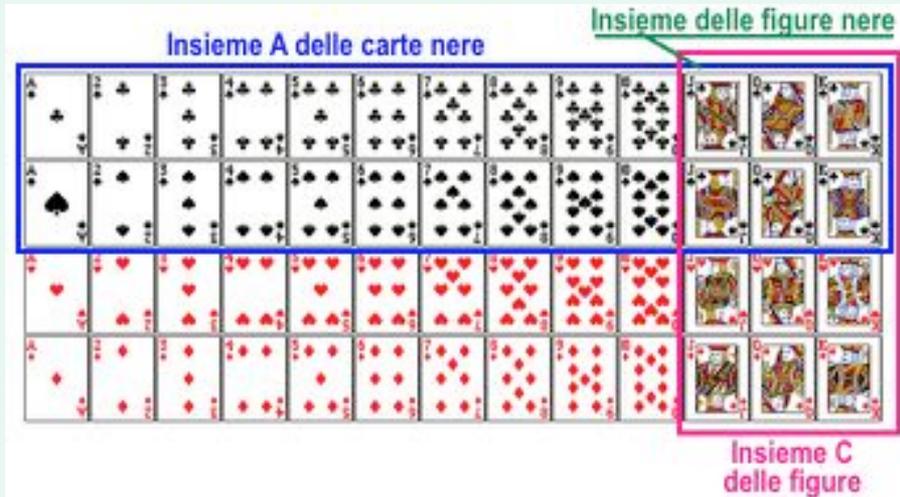
B: estraggo carta di quadri

C: estraggo una figura

$$P(A) = \frac{26}{52}$$

$$P(B) = \frac{13}{52}$$

$$P(C) = \frac{12}{52}$$



EVENTI INCOMPATIBILI

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = \frac{26}{52} + \frac{13}{52}$$

EVENTI COMPATIBILI

$$P(A \cap C) = \frac{6}{52}$$

$$P(A \cup C) = \frac{26}{52} + \frac{12}{52} - \frac{6}{52}$$

Eventi complementari

Se punto su 'esce nero' alla roulette, perdo quando 'non esce nero'.
Come calcolo la probabilità di perdere?

T insieme di tutti i numeri della roulette



Numeri che NON sono neri

I numeri che NON sono neri formano l'insieme \bar{A} complementare di A.

Evento	Numero di alternative	Numero di casi favorevoli	Probabilità
A Esce un numero nero	37	18	$P(A) = \frac{18}{37}$
\bar{A} Non esce un numero nero	37	19	$P(\bar{A}) = \frac{19}{37}$

Eventi complementari

A: esce un numero nero \bar{A} : NON esce un numero nero

Proprietà di eventi complementari

Alcune proprietà di questi due eventi complementari

Eventi complementari

A: esce un numero nero

\bar{A} : NON esce un numero nero

T insieme di tutti i numeri della roulette



Numeri che NON sono neri

Proprietà espressa con una frase

Proprietà espressa con una formula

È impossibile che si verifichino contemporaneamente **A** e **\bar{A}**

$$P(A \cap \bar{A}) = 0$$

È certo che si verifica **A** o **\bar{A}**

$$P(A \cup \bar{A}) = 1$$

$$P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A})$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$



$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

La probabilità di due eventi complementari

Il procedimento si può ripetere per risolvere tutti i problemi descritti qui sotto.

Dato un evento
 A

Evento	Probabilità
A	$P(A)$
\bar{A}	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

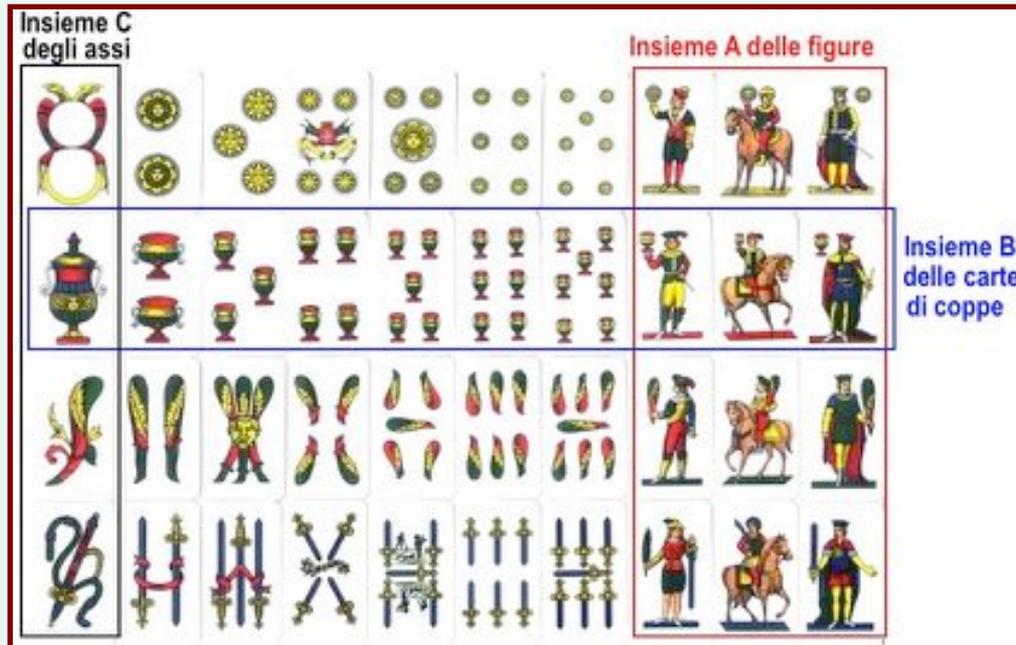
Valuto la probabilità dell'evento complementare \bar{A}

Attività

Completa la scheda di lavoro per riflettere su quello che hai imparato

Riflessioni sulle risposte date

Quesito 1



Evento	Probabilità
A Estraggo una figura	$P(A) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0,3$
B Estraggo una carta di coppe	$P(B) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25$
C Estraggo un asso	$P(C) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} = 0,1$
AUB Estraggo una figura o una carta di coppe	$P(A \cup B) = \frac{12}{40} + \frac{10}{40} - \frac{3}{40} = \frac{19}{40} = 0,475$
AUC Estraggo una figura o un asso	$P(A \cup C) = \frac{12}{40} + \frac{4}{40} = \frac{16}{40} = 0,4$

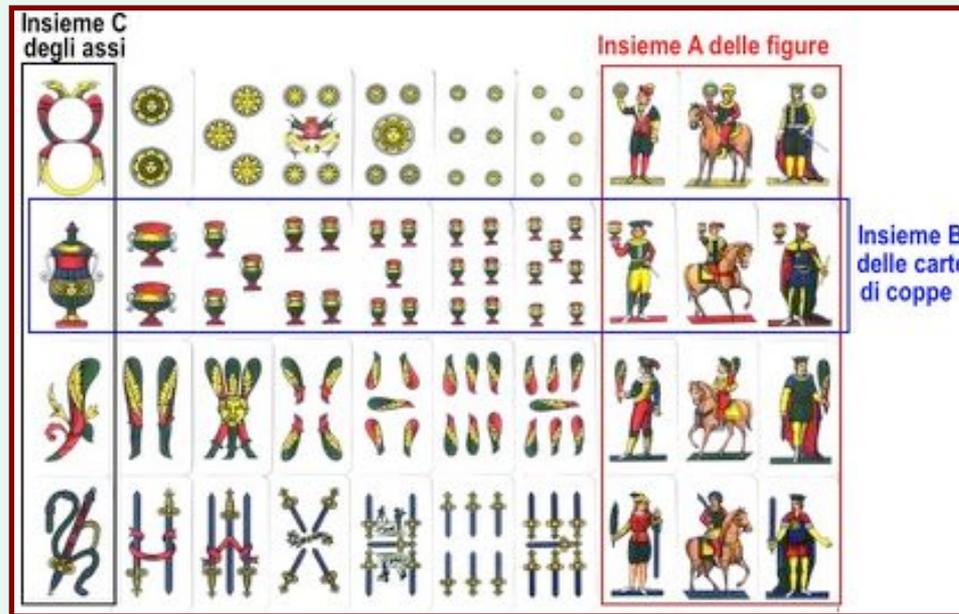
Quesito 1. Eventi compatibili o incompatibili?



Evento	Probabilità
A Estraggo una figura	$P(A) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0,3$
B Estraggo una carta di coppe	$P(B) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25$
C Estraggo un asso	$P(C) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} = 0,1$
AUB Estraggo una figura o una carta di coppe	$P(A \cup B) = \frac{12}{40} + \frac{10}{40} - \frac{3}{40} = \frac{19}{40} = 0,475$
AUC Estraggo una figura o un asso	$P(A \cup C) = \frac{12}{40} + \frac{4}{40} = \frac{16}{40} = 0,4$

- Gli eventi A, B sono compatibili? **Si** **No**
- Gli eventi A, C sono compatibili? **Si** **No**

Quesito 1. Eventi complementari



Evento	Probabilità	Evento complementare	Probabilità del complementare
A Estraggo una figura	$P(A) = \frac{3}{10} = 0,3$	\bar{A} Non estraggo una figura	$P(\bar{A}) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} = 0,7$
B Estraggo una carta di coppe	$P(B) = \frac{1}{4} = 0,25$	\bar{B} Non estraggo una carta di coppe	$P(\bar{B}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$
C Estraggo un asso	$P(C) = \frac{1}{10} = 0,1$	\bar{C} Non estraggo un asso	$P(\bar{C}) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} = 0,9$

Quesito 2. Eventi complementari sulla tombola

Estrai uno dei 90 numeri della tombola; valuta la probabilità dei seguenti eventi:

A: esce un numero pari \bar{A} : Non esce un numero pari

B. Esce un numero dispari.

Domanda:

\bar{A} e B hanno la stessa probabilità? Sì No

TOMBOLA

90 numeri: 45 pari e 45 dispari

Le Tombola di  TABELLONE									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90

Tombola	
Evento	Probabilità
A. Esce pari	$P(A) = \frac{45}{90} = \frac{1}{2} = 0,5$
\bar{A} . Non esce pari	$P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$
B. Esce dispari	$P(B) = \frac{45}{90} = \frac{1}{2} = 0,5$

\bar{A} e B hanno la stessa probabilità.

Quesito 3. Eventi complementari sulla roulette

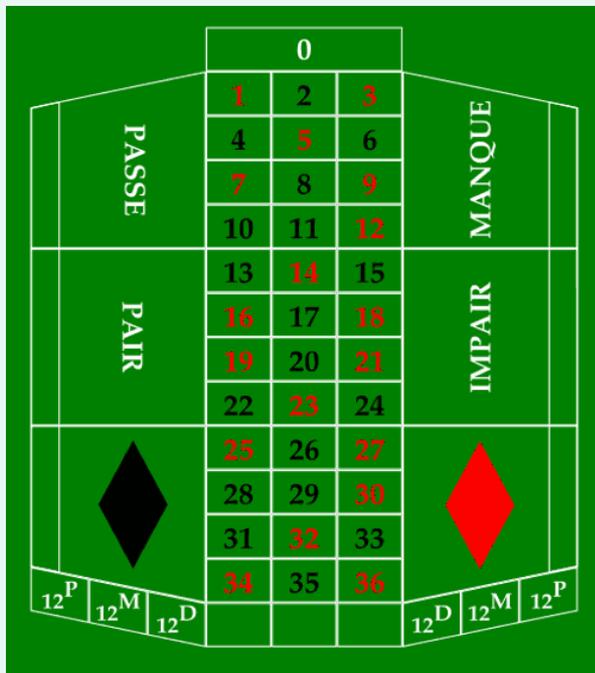
Giochi alla roulette; valuta la probabilità dei seguenti eventi:

E: esce un numero pari \bar{E} . Non esce un numero pari

D. Esce un numero dispari.

Domanda:

\bar{E} e D hanno la stessa probabilità? Sì No.



Roulette	
Evento	Probabilità
E. Esce pari	$P(E) = \frac{18}{37} \approx 0,486$
\bar{E} . Non esce pari	$P(\bar{E}) = 1 - \frac{18}{37} = \frac{19}{37} \approx 0,514$
D. Esce dispari	$P(D) = \frac{18}{37} \approx 0,486$

\bar{E} e D **non** hanno la stessa probabilità

ROULETTE

37 numeri: 18 pari, 18 dispari
e 0 che è favorevole al Casinò

Eventi complementari su tombola e roulette

La Tombola di www.casalingua.com

TABELLONE									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90

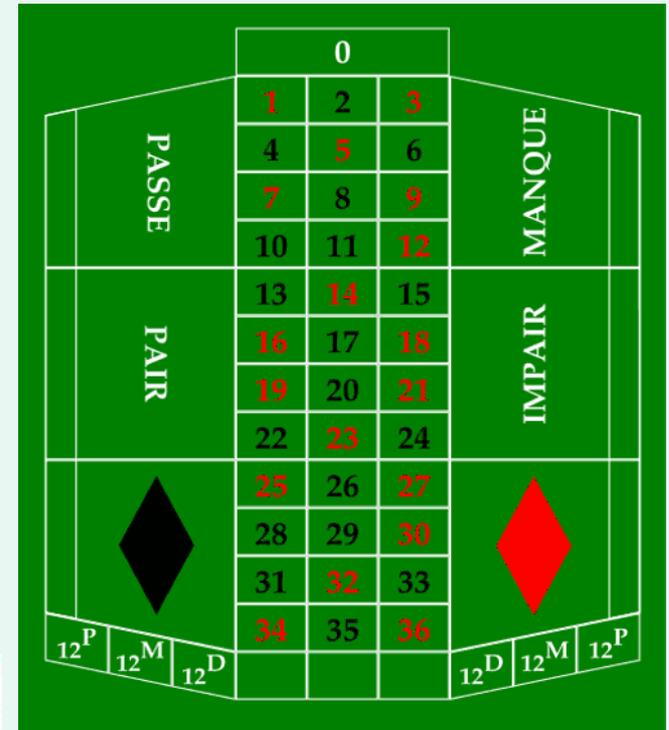
TOMBOLA

90 numeri: 45 pari e 45 dispari

Tombola		Roulette	
Evento	Probabilità	Evento	Probabilità
A. Esce pari	$P(A) = \frac{45}{90} = \frac{1}{2} = 0,5$	E. Esce pari	$P(E) = \frac{18}{37} \approx 0,486$
\bar{A} . Non esce pari	$P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$	\bar{E} . Non esce pari	$P(\bar{E}) = 1 - \frac{18}{37} = \frac{19}{37} \approx 0,514$
B. Esce dispari	$P(B) = \frac{45}{90} = \frac{1}{2} = 0,5$	D. Esce dispari	$P(D) = \frac{18}{37} \approx 0,486$

\bar{A} e B hanno la stessa probabilità.

\bar{E} e D **non** hanno la stessa probabilità



ROULETTE

37 numeri: 18 pari, 18 dispari e 0 che è favorevole al Casinò

Problemi ed esercizi

Lavora con la scheda di problemi ed esercizi per consolidare quello che hai imparato