

Probabilità, scommesse e assicurazioni

Giochi e scommesse

Uno sguardo alla storia

Il notevole interesse per i giochi d'azzardo, dai tempi antichi ad oggi, è legato alle scommesse: si scommetteva – e si scommette – su tutto: giochi di dadi, lotte o corse di animali, partite di calcio, di pugilato, ...



Il linguaggio delle scommesse

Bookmaker o allibratore
accetta la scommessa



Scommettitore



‘Scommetto 5 euro che vince il pugile A’
‘Il bookmaker dà 1 a 3 il pugile A’

Vuol dire che

- Se A perde lo scommettitore lascia al bookmaker i 5 euro puntati.
- Se A vince il bookmaker dà allo scommettitore 20 euro: i 5 euro puntati, con l’aggiunta di 3 volte 5 euro.

In sintesi,

- Se A perde, lo scommettitore perde 5 euro,
- Se A vince, lo scommettitore ottiene 20 euro.

Scommesse e assicurazioni

Anche un contratto di assicurazione è una scommessa

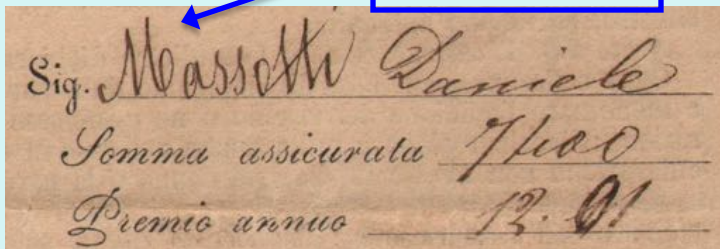
Società assicuratrice



Contratto del 1869

- *L'assicurato* accetta di pagare alla società assicuratrice **12 lire (premio annuo)**.
- *La società assicuratrice* accetta di pagare all'assicurato **7400 lire (somma assicurata)**, se si verifica un incendio della nave entro un anno.

Assicurato



In sintesi,

- se **non** si verifica un incendio, l'assicurato ha pagato comunque 12 lire;
- se si verifica un incendio, l'assicurato ottiene 7400 lire.

Le assicurazioni

Uno sguardo alla storia

Si trovano in Italia, già nel 1300 nelle città marinare, contratti fra privati per assicurare le merci che viaggiavano via mare.

Un secolo dopo, a Genova, nasce la prima compagnia di assicurazione sulle merci trasportate *'Tam in mari quam in terra'* .

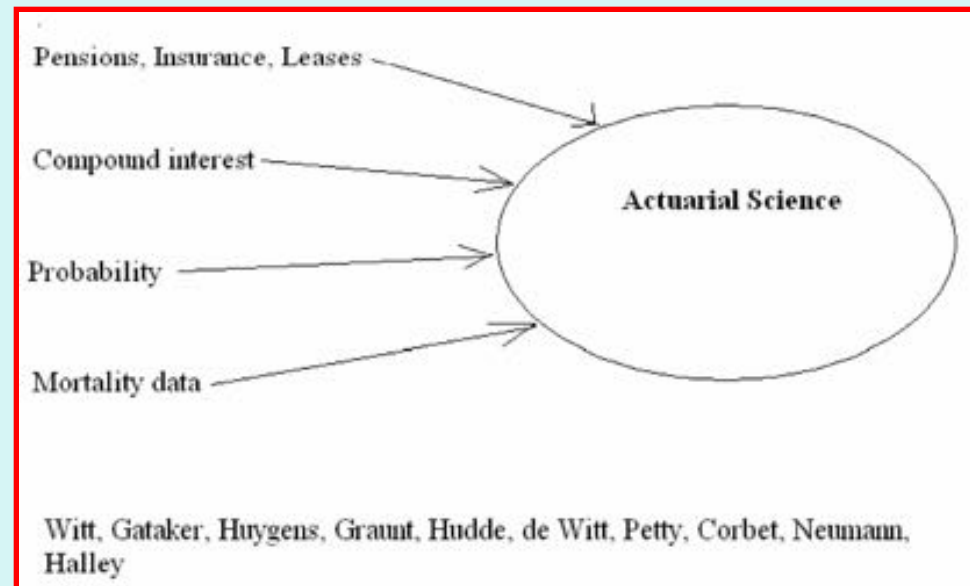
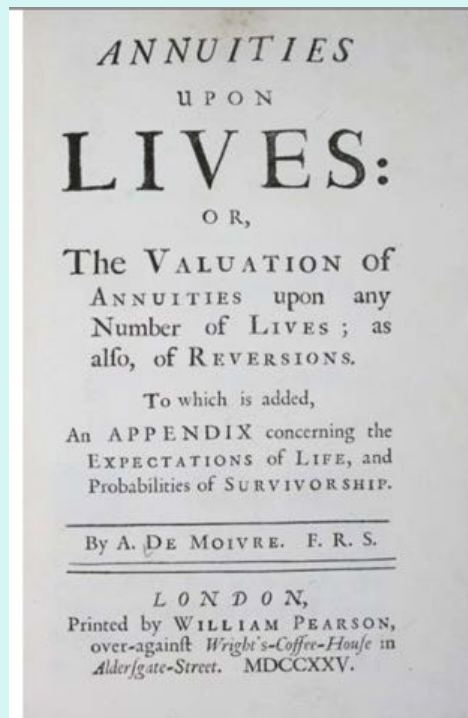
Dopo due secoli (1686) troviamo a Londra la corporazione *'Lloyd's Assicurazioni'* e una diffusione mondiale delle assicurazioni sul trasporto delle merci.



Le assicurazioni e la matematica

Uno sguardo alla storia

Nel corso del XVIII secolo si diffondono anche le assicurazioni sulla vita, sugli incendi, le pensioni di vecchiaia ... Statistica e probabilità assumono sempre più importanza in questi settori fino a che, nel XIX secolo, troviamo un nuovo ramo della matematica dedicato alle assicurazioni: **la matematica attuariale**.



Valutazione soggettiva della probabilità

Scommesse e assicurazioni portano, nella prima metà del '900, a introdurre e sviluppare una *valutazione soggettiva* della probabilità. Ecco due iniziatori e convinti sostenitori.



Leonard Savage
1917 - 1971



Bruno de Finetti
1906 - 1985

Valutazione soggettiva della probabilità

La probabilità è una misura del grado di fiducia che una persona ha nel verificarsi di un evento

Esempio	In generale
Il furto dello smartphone. Sottoscrivo un'assicurazione	Esamino un dato evento Penso di sottoscrivere un'assicurazione o una scommessa
Debbo pagare all'assicuratore un premio annuo di 22€	Valuto il prezzo C che sono disposto a perdere se l'evento non si verifica
L'assicuratore mi dà 300€, se subisco entro l'anno il furto dello smartphone	Valuto la somma S che ottengo se l'evento si verifica.
Valuto la probabilità p dell'evento $p = \frac{22}{300} \cong 0,073$	Valuto la probabilità p dell'evento $p = \frac{C}{S}$

Questa valutazione è attendibile in tutti i casi di incertezza, con una sola condizione: che la persona sia coerente, cioè accetti la scommessa sia come scommettitore che come bookmaker o accetti l'assicurazione sia come assicurato che come assicuratore.

Eventi e probabilità soggettiva

Evento	Domani piovono monete d'oro	Furto dello smartphone	Vince un pugile dato 1 a 3	Domani sorge il Sole
Somma C che perdo se l'evento non si verifica	0 Non scommetto	22	5	5 Scommetto 5 euro
Somma S che ottengo se l'evento si verifica	1000	300 Assicurazione	20 Scommessa	5 Non trovo nessuno che accetti la scommessa
Probabilità = $\frac{C}{S}$	$\frac{0}{1000} = 0$	$\frac{22}{300} \approx 0,073$	$\frac{5}{20} = 0,25$	$\frac{5}{5} = 1$

$p = 0$
Evento
impossibile

$$0 < p < 1$$

$p = 1$
Evento
certo

Tre valutazioni di probabilità

Valutazione di probabilità		
Classica	Statistica	Soggettiva
$p = \frac{F}{N}$ <p>dove</p> <ul style="list-style-type: none">• F è il numero di casi favorevoli;• N è il numero di alternative possibili. <p><i>Purché tutte le alternative siano ugualmente possibili.</i></p>	$p = \frac{V}{N}$ <p>dove</p> <ul style="list-style-type: none">• V è il numero di prove in cui si è verificato l'evento;• N è il numero di prove. <p><i>Purché N sia grande e tutte le prove avvengano nelle stesse condizioni.</i></p>	$p = \frac{C}{S}$ <p>dove</p> <ul style="list-style-type: none">• C è la somma che una persona coerente è disposta a perdere se l'evento non si verifica;• S è la somma che la persona ottiene se l'evento si verifica.

$$p = 0$$

Valuto l'evento
impossibile

$$0 < p < 1$$

$$p = 1$$

Valuto l'evento
certo



Un gioco per riflettere sulle valutazioni di probabilità

La roulette

Si fa girare la pallina e si aspetta che si fermi in una delle 37 vaschette segnate con i numeri da 0 a 36.

Prima di avviare la pallina si scommette sul numero che uscirà.

Molte scommesse sono possibili, ad esempio:

- 'indovinare' il numero che uscirà;
- 'indovinare' che uscirà un numero dispari;
- 'indovinare' che uscirà un numero rosso.

			0				
PASSE	1	2	3	MANQUE			
	4	5	6				
	7	8	9				
	10	11	12				
PAIR	13	14	15	IMPAIR			
	16	17	18				
	19	20	21				
	22	23	24				
◆	25	26	27	◆			
	28	29	30				
	31	32	33				
	34	35	36				
12 ^P	12 ^M	12 ^D			12 ^D	12 ^M	12 ^P

Attività

**Completa la scheda di lavoro per
confrontare le tre valutazioni di probabilità**

Riflessioni sulle risposte date

Quesito 1

1. Marco gioca alla roulette e dice: ‘Punto sul numero 25, così le alternative sono 2: esce 25 o non esce 25. Perciò ho una probabilità di vincere $p = \frac{1}{2}$. Sei d’accordo con Marco? SI NO

Perché? Le due alternative NON sono ugualmente possibili. Le alternative ugualmente possibili sono invece i 37 numeri che possono uscire.

Quesito 2

2. Irene gioca alla roulette e dice: ‘ Punto sul numero 3, che non è uscito in questi ultimi 10 lanci, perché ora la probabilità che esca 3 è aumentata’. Sei d'accordo con Giovanna? SI NO

Perché? La roulette non può ricordare i numeri usciti, perciò, ad ogni lancio, la probabilità che esca 3 rimane sempre la stessa. Ovviamente se la roulette non è truccata.

Quesito 3

3. Alla roulette punti 1 euro sull'uscita del numero 8.
 Completa la tabella qui sotto per dare tre valutazioni di probabilità

Probabilità classica	Probabilità statistica	Probabilità soggettiva
Numero N di alternative possibili N = 37	Trovo i numeri usciti alla roulette durante gli ultimi due anni. Se la roulette non è truccata, ottengo	Il Casinò dà l'uscita di un numero 1 a 35. Scommetto 1 euro.
Numero F di casi favorevoli F = 1		Prezzo C che pago se non esce 8 C = 1
Tutte le alternative sono ugualmente possibili? SI NO		Somma S che ottengo se esce 8 S = 1 + 35 = 36
Probabilità $p = \frac{1}{37}$	Probabilità p vicina a $\frac{1}{37}$	Probabilità $p = \frac{1}{36}$

Riflettere sulle valutazioni di probabilità

Quali osservazioni ti suggerisce il confronto fra le tre valutazioni di probabilità?

Riflettere sulle valutazioni di probabilità

Nel gioco della roulette la scommessa che accetto porta ad una probabilità soggettiva poco più grande delle altre.

$$\text{Probabilità classica } p = \frac{1}{37} \cong 0,027$$

$$\text{Probabilità soggettiva } p = \frac{1}{36} \cong 0,028$$

Vi sembra una differenza irrilevante? Guardiamo un video per capire meglio la situazione.

Video sulla roulette



**Richiamo e completo il lavoro
svolto finora**

Eventi

Abbiamo esaminato vari eventi, ad esempio nel gioco della roulette:

- esce un numero rosso;**
- esce un numero pari.**

Gli esempi suggeriscono una prima osservazione:

ho descritto ogni evento con una *proposizione*, che tutti riconoscono vera o falsa senza discussioni

Questo fa capire che il calcolo delle probabilità non si occupa di tutte le situazioni di incertezza; ma si occupa solo degli *eventi*.

Vediamo qualche altro esempio per riflettere.

Situazioni di incertezza

Domani la temperatura sarà più di 25°

Domani la Roma vince

Domani fa caldo

Domani la Roma gioca una bella partita



**Nelle situazioni di incertezza facciamo previsioni.
Il giorno dopo, chi sarà al centro di interminabili discussioni?**

Situazioni di incertezza

**Il giorno dopo la temperatura è di 27°
e la Roma perde**

Nessuna discussione

La temperatura è più di 25°
VERO

La Roma vince
FALSO

Opinioni discordanti

Fa caldo
Per un turista svedese,
Per un turista tunisino,

La Roma ha giocato una bella partita
Per un tifoso romanista,
Per un tifoso laziale, ...

Il giorno prima degli eventi



Pensare di scommettere 10 euro su 'domani farà caldo' aiuta a capire meglio!

Problemi ed esercizi

Lavora con la scheda di problemi ed esercizi per consolidare quello che hai imparato