

# Potenze con esponente intero

# L'elevazione a potenza

È la scrittura abbreviata di una moltiplicazione ripetuta

Esponente

Base

$$3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ fattori uguali}}$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ fattori}}$$

# L'elevazione a potenza. Esempi

## Altri esempi

$$3^2 = \underbrace{3 \times 3}_{2 \text{ volte}}$$

$$3^1 = \underbrace{3}_{1 \text{ volta}}$$

**E posso trovare  $3^0$ ?**

**Ha senso moltiplicare 0 volte 3 ??**

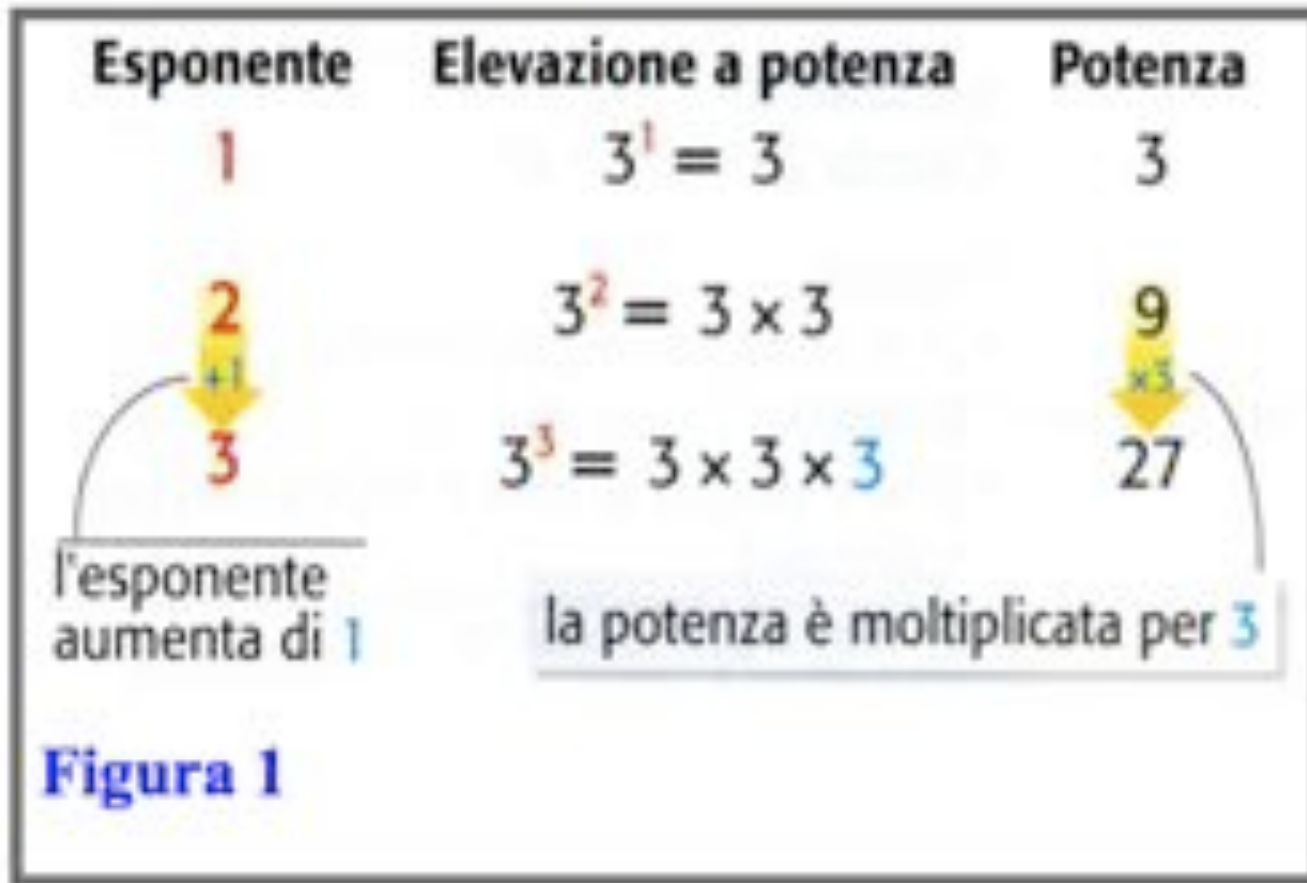
# L'elevazione a potenza. Verso l'esponente 0

**E posso trovare  $3^0$ ?**

**Non ha senso moltiplicare 0 volte 3**

**Ma in matematica posso ragionare  
per arrivare anche all'esponente 0**

# Ecco come si può ragionare



# Arrivo all'esponente 0

Esponente	Elevazione a potenza	Potenza
0	$3^0 = 3 : 3$	1
1	$3^1 = 3$	3
2	$3^2 = 3 \times 3$	9

l'esponente diminuisce di 1

la potenza è divisa per 3

**Figura 2**

Per passare da  $3^1$  a  $3^0$  divido la potenza per 3.

Così trovo  $3^0 = 1$

**Ripeto il ragionamento con altre basi.**

**E trovo**

$$3^0 = 1 \quad 5^0 = 1 \quad 10^0 = 1 \quad 0,1^0 = 1$$

**Ma posso scegliere **0** anche come base?**

# Riprendo le potenze di 0

Esponente	Elevazione a potenza	Potenza
1	$0^1 = 0$	0
2	$0^2 = 0 \times 0$	0
3	$0^3 = 0 \times 0 \times 0$	0
⋮	⋮	⋮
	$0^3 = 0$	

**Figura 3**



# Ora il ragionamento non procede

Esponente	Elevazione a potenza	Potenza
0	$0^0$	non ha risultato
1	$0^1 = 0$	0
2	$0^2 = 0 \times 0$	0

non posso dividere per 0

Figura 4

Per passare da  $0^1$  a  $0^0$  dovrei dividere per 0 la potenza.  
**Ma non posso dividere per 0.**









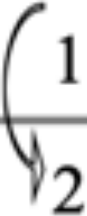

**$0^0$  non ha risultato**

# Attività

**Completa la scheda di lavoro per continuare ad esplorare le potenze.**

# Che cosa hai trovato

# Verso l'esponente intero negativo

Esponente	Potenza
$-2$  <span style="border: 1px solid green; padding: 2px;">-1</span>	$3^{-2} = \frac{1}{3} : 3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3^2}$  <span style="border: 1px solid yellow; padding: 2px;">: 3</span>
$-1$  <span style="border: 1px solid green; padding: 2px;">-1</span>	$3^{-1} = 1 : 3 = \frac{1}{3}$  <span style="border: 1px solid yellow; padding: 2px;">: 3</span>
$0$  <span style="border: 1px solid green; padding: 2px;">-1</span>	$3^0 = 3 : 3 = 1$  <span style="border: 1px solid yellow; padding: 2px;">: 3</span>
<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+1</span>  <span style="border: 1px solid green; padding: 2px;">-1</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">× 3</span>  <span style="border: 1px solid yellow; padding: 2px;">: 3</span>
$1$  $2$	$3^1 = 3$  $3^2 = 3 \times 3 = 9$

# Verso l'esponente intero negativo

2. Che cosa puoi dire delle seguenti uguaglianze?

$$0^0 = 0$$

$$0^{-1} = 0$$

$$0^{-2} = 0$$

*Sono tutte false*

Già la prima è falsa  
e così tutte le altre

Esponente	Elevazione a potenza	Potenza
0	$0^0$	non ha risultato
1	$0^1 = 0$	0
2	$0^2 = 0 \times 0$	0

non posso dividere per 0

Figura 4

**$0^0$  non ha risultato**

# Potenze di 10 ad esponente intero

Esponente $z$	$10^z$	Scrittura decimale
<b>3</b>	$10^3 = \mathbf{1000}$	<b>3 zeri dopo</b> la cifra <b>1</b>
<b>1</b>	$10^1 = \mathbf{10}$	<b>1 zero dopo</b> la cifra <b>1</b>
<b>0</b>	$10^0 = \mathbf{1}$	<b>Nessuno zero dopo</b> la cifra <b>1</b>
<b>-1</b>	$10^{-1} = \frac{1}{10} = \mathbf{0,1}$	<b>1 zero prima</b> della la cifra <b>1</b>
<b>-3</b>	$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \mathbf{0,001}$	<b>3 zeri prima</b> della la cifra <b>1</b>

# Potenze con esponente intero negativo

Base	Esponente	Potenza
3	-1	$\frac{1}{3}$
3	-2	$\frac{1}{3^2}$
2	-3	$\frac{1}{2^3}$

In generale, solo se l'esponente  $n$  è un numero naturale e la base  $a \neq 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

**0<sup>-n</sup>** non ha risultato

# Potenze con esponente intero negativo

4. Quali fra le seguenti affermazioni sono corrette? **C e D**

A.  $a^{-1} = \frac{1}{a}$ , se scelgo come base  $a$  un numero razionale.

B.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ , dove  $a$  è un numero razionale e  $n$  è un numero naturale escluso 0.

C.  $a^{-1} = \frac{1}{a}$ , dove  $a$  un numero razionale, escluso zero.

D.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ , dove  $a$  è un numero razionale escluso 0 ed  $n$  è un numero naturale.

**Attenzione all'affermazione B.**

**Se  $a \neq 0$ , ad esempio  $a = 3$ , perché escludere  $n = 0$ ?**

**Sviluppo**  $3^{-0} = \frac{1}{3^0}$

**E ottengo**  $3^0 = \frac{1}{1}$  **ossia.**  $1 = \frac{1}{1}$  **che è vera**



# Una riflessione sulle potenze con esponente intero negativo

# L'esponente -1

Numero razionale $a$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$
2	$2^{-1} = \frac{1}{2}$
-2	$(-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$
$\frac{3}{4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{3}$
$0,2 = \frac{1}{5}$	$0,2^{-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5$
<b>0</b>	<b>Non esiste il reciproco di 0</b>

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

$\frac{1}{a}$  è il reciproco di  $a$

$a^{-1}$  può sostituire  
il reciproco