Numeri irrazionali. Approfondimento

1. Studia i ragionamenti esposti qui sotto.

Perché √2 è irrazionale?

I. Tentativi con esempi numerici

Tutte le frazioni scelte negli esempi sono ridotte ai minimi termini, cioè hanno i termini senza fattori comuni

Può essere $\sqrt{2} = \frac{7}{5}$?

Verifico se $\left(\frac{7}{5}\right)^2$ può dare 2

da $\left(\frac{7}{5}\right)^2 = 2$ ricavo $\frac{7^2}{5^2} = 2$

e quindi $7^2 = 2 \cdot 5^2$ FALSA

perché:

- in $2 \cdot 5^2$ trovo il fattore 2;
- in 7^2 **non** trovo il fattore 2;

Può essere $\sqrt{2} = \frac{10}{7}$?

Verifico se $\left(\frac{10}{7}\right)^2$ può dare 2

da $\left(\frac{10}{7}\right)^2 = 2$ ricavo $\frac{(5 \cdot 2)^2}{7^2} = 2$

e quindi $2^2 \cdot 5^2 = 2 \cdot 7^2$ FALSA

perché:

- in $2^2 \cdot 5^2$ trovo il fattore $2^2 = 4$;
- in $2 \cdot 7^2$ **non** trovo il fattore 4.

II. Dimostrazione

$\frac{p}{q}$ è una frazione ridotta ai minimi termini, perciò p e q non hanno fattori comuni.

Può essere $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$? **Verifico se $\left(\frac{p}{q}\right)^2$ può dare 2**

da $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$ ricavo $\frac{p^2}{q^2} = 2$ e quindi $p^2 = 2 \cdot q^2$ FALSA

Ecco perché.

Se scelgo p dispari (ad esempio 7), in p **non** trovo il fattore 2 e anche p^2 è dispari, perciò:

- in p^2 **non** trovo il fattore 2;
- in $2 \cdot q^2$ trovo il fattore 2 .

Se scelgo p pari (ad esempio 10), in p trovo il fattore 2 e debbo scegliere q dispari, perciò:

- in p^2 trovo il fattore $2^2 = 4$
- in $2 \cdot q^2$ trovo il fattore 2, ma non il fattore 4.

2. Modifica i ragionamenti precedenti per spiegare perché è irrazionale $\sqrt{3}$

3. Modifica i ragionamenti precedenti per spiegare perché è irrazionale $\sqrt[3]{2}$