

## Forme indeterminate I. Approfondimento 1. Esercizi.

Forme indeterminate del tipo 0/0, che sono quozienti di polinomi

Calcola il risultato dei limiti dati negli esercizi da 1 a 15

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^3 - 2x^2 + x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x - 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^4 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^4 - 2x^2 + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + x}{x^2 - x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9}, \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 10x + 21}{x^2 - 9}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^2 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - 1}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^3 - 3x^2 + 4}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)^2}{x - 3}, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x - 3}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a}, \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x - a)^2}{x - a}, \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - ax}{x - a}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)^2}{x^2 - 2x}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{(x - a)^2}, \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x^2 - ax}, \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x - a)^2}{x^2 - ax}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{(x - 1)^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{(x - 1)^3}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x - a}, \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{(x - a)^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - a^3}{(x - a)^3}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4}, \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 + 2x}, \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^4 - 16}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x^2 - a^2}, \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x^2 - ax}, \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x^4 - a^4}$$

## B. Forme indeterminate del tipo 0/0 ottenute con funzioni irrazionali

16. Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$  ,  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$

17. Generalizzare il procedimento seguito nell'esercizio 16 per calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}, \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{a}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}$$

(Tenere presente che si può considerare

$$\sqrt{x} = \sqrt[4]{x^2})$$

18. Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$  ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$