

**Esercizi tratti dal testo**  
**E. Castelnuovo, C. Gori Giorgi, D. Valenti**  
**‘Matematica nella realtà’**

**Problemi sulla distanza fra due punti**

77. Calcolare il perimetro del triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(0,3)$ ,  $B(-4,0)$ ,  $C(2,-1)$
78. Calcolare il perimetro del quadrilatero  $ABCD$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(-3,2)$ ,  $B(0,5)$ ,  $C(3,-2)$ ,  $D(-1,-3)$
79. Verificare che è rettangolo il triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(2,-1)$ ,  $B(5,-2)$ ,  $C\left(\frac{2}{3}, -5\right)$   
*(Basta verificare che per il triangolo risulta valido il teorema di Pitagora).*
80. Verificare che è rettangolo il triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(-2,-3)$ ,  $B(-5,-2)$ ,  $C(-3,4)$
81. Verificare che è isoscele il triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(-1,-2)$ ,  $B(3,4)$ ,  $C(-3,0)$
82. Verificare che è isoscele il triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(-2,1)$ ,  $B(-1,3)$ ,  $C(-4,2)$
83. Verificare che è equilatero il triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(0,-1)$ ,  $B(2,1)$ ,  $C(1-\sqrt{3}, \sqrt{3})$   
Calcolare l'area del triangolo.
84. Verificare che è equilatero il triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(-1,-1)$ ,  $B(1,1)$ ,  $C(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$   
Calcolare l'area del triangolo.
85. Verificare che è un parallelogramma il quadrilatero  $ABCD$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(0,2)$ ,  $B(2,0)$ ,  $C(6,1)$ ,  $D(4,3)$   
Verificare che la somma dei quadrati delle diagonali è uguale alla somma dei quadrati dei quattro lati.  
*(Per verificare che il quadrilatero è un parallelogramma, basta verificare che i lati opposti sono uguali).*
86. Verificare che è un rettangolo il quadrilatero  $ABCD$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(-4,1)$ ,  $B(-1,-3)$ ,  $C(7,3)$ ,  $D(4,7)$   
*(Basta verificare che i lati opposti sono uguali e le diagonali sono uguali).*
87. Verificare che è un rombo il quadrilatero  $ABCD$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(0,-3)$ ,  $B(0,2)$ ,  $C(4,5)$ ,  $D(4,0)$   
Calcolare l'area del quadrilatero.  
*(Per verificare che il quadrilatero è un rombo, basta verificare che i lati sono tutti uguali; l'area è data dal prodotto delle diagonali).*
88. Verificare che è un quadrato il quadrilatero  $ABCD$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(1,2)$ ,  $B(-2,0)$ ,  $C(0,-3)$ ,  $D(3,-1)$   
*(Basta verificare che i lati hanno uguale lunghezza  $l$  e che le diagonali sono lunghe  $l\sqrt{2}$ ).*

## Problemi sul punto medio e sulla distanza fra due punti

96. Determinare le coordinate del punto medio dei segmenti che hanno i seguenti estremi:  
 $A(-3,4)$  e  $B(-1,4)$ ;  $A$  e  $C(-3,6)$ ;  $B$  e  $C$
97. Ripetere l'esercizio 96 a partire dalle seguenti coppie di punti:  
 $A(-2,-8)$  e  $B(6,-8)$ ;  $B$  e  $C(6,-12)$ ;  $A$  e  $C$
98. Di un segmento  $AB$  sono date le coordinate di  $A(5,4)$  e le coordinate del punto medio  $M(3,1)$ ; determinare le coordinate del punto  $B$ .  
[ $B(1,-2)$ ]
99. Di un segmento  $AB$  sono date le coordinate di  $B(-6,10)$  e le coordinate del punto medio  $M(0,4)$ ; determinare le coordinate del punto  $A$ .  
[ $A(6,-2)$ ]
100. Determinare la lunghezza e le coordinate del punto medio dei segmenti che hanno per estremi i seguenti punti:  
 $A\left(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{4}\right)$  e  $B\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{4}\right)$ ;  $B$  e  $C\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{4}\right)$ ;  $A$  e  $C$
101. Ripetere l'esercizio 100 a partire dalle seguenti coppie di punti:  
 $A(-\sqrt{3}, \sqrt{5})$  e  $B(3\sqrt{3}, \sqrt{5})$ ;  $A$  e  $C(-\sqrt{3}, -\sqrt{5})$ ;  $B$  e  $C$
102. È dato il trapezio  $OABC$ , che ha per vertici i punti  
 $O(0,0)$ ,  $A(2,6)$ ,  $B(3,6)$ ,  $C(5,0)$   
Determinare i seguenti punti:  $M$  e  $N$ , medi dei lati  $OA$  e  $BC$ ;  $P$  e  $Q$ , medi delle due diagonali  $OB$  e  $AC$ .  
Verificare che i quattro punti  $P$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $Q$  sono allineati su una stessa parallela alle basi  $AB$  e  $OC$ .  
(I quattro punti  $P$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $Q$  hanno la stessa ordinata, perciò...).
103. Calcolare la lunghezza delle mediane  $AN$ ,  $BP$ ,  $CN$  del triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti  
 $A(-4,-3)$ ,  $B(0,5)$ ,  $C(4,1)$ .  
(Determinare i punti  $M$ ,  $N$ ,  $P$ , medi dei lati  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ ; si ottiene poi:  
 $\overline{AN}=6\sqrt{2}$ ,  $\overline{BP}=\overline{CM}=6$ )
104. Ripetere l'esercizio 103, a partire dal triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti  
 $A(7,-4)$ ,  $B(-3,-6)$ ,  $C(1,8)$   
( $\overline{AN}=\sqrt{89}$ ,  $\overline{BP}=\sqrt{113}$ ,  $\overline{CM}=\sqrt{170}$ )
105. Verificare che è isoscele il triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti  
 $A(3,2)$ ,  $B(0,-2)$ ,  $C(-2,2)$ .  
Calcolare l'area del triangolo.  
(Per il calcolo dell'area, basta ricordare che, in un triangolo isoscele, la mediana relativa alla base è anche altezza. Si ottiene l'area  $S=10$ )
106. Ripetere l'esercizio 105 a partire dal triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(-2,5)$ ,  $B(-5,2)$ ,  $C(3,-3)$   
(L'area è  $S=\frac{39}{2}$ )
107. Un triangolo  $ABC$  è isoscele sulla base  $AB$  ed ha l'altezza relativa alla base lunga 2. Il triangolo è disegnato in un riferimento cartesiano in modo che il vertice  $C$  si trovi nel primo quadrante e i vertici  $A$  e  $B$  abbiano le coordinate seguenti:  
 $A(-2,-1)$  e  $B(4,-1)$   
Determinare le coordinate di  $C$  e l'area del triangolo.  
(Si ottiene  $C(1,1)$ ; l'area è  $S=6$ )
108. Ripetere l'esercizio 107, sapendo che il vertice  $C$  appartiene al semiasse positivo delle  $x$  e che i vertici  $A$  e  $B$  hanno le seguenti coordinate:  
 $A(-6,8)$  e  $B(2,12)$   
(Si ottiene  $C(3,0)$ ; l'area è  $S=50$ )

- 109.** Un triangolo equilatero  $ABC$  ha il vertice  $A(3,0)$ , il vertice  $B$  di ascissa 0 e il vertice  $C$  di ascissa 3; determinare i vertici e l'area del triangolo.  
(Problema tratto da uno dei temi di maturità scientifica del 1982. Si ottengono i vertici  $B(0,\sqrt{3})$ ,  $C(3,2\sqrt{3})$ ; l'area è  $S=3\sqrt{3}$ ).
- 110.** È dato il triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(2,-3)$ ,  $B(0,6)$ ,  $C(-4,0)$ .  
Indicato con  $M$  il punto medio del lato  $BC$ , verificare che risulta:  
$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\overline{AM}^2 + \frac{1}{2}\overline{BC}^2$$
- 111.** È dato il triangolo  $ABC$ , che ha per vertici i punti seguenti:  
 $A(-5,3)$ ,  $B(0,-7)$ ,  $C(1,0)$   
Verificare che la somma dei quadrati delle mediane è uguale ai  $\frac{3}{4}$  della somma dei quadrati dei lati.
- 112.** È dato il triangolo di vertici  $A(1,-3)$ ,  $B(-4,-5)$ ,  $C(-2,1)$ . Determinare i punti medi dei suoi lati ed indicarli con  $M$ ,  $N$ ,  $P$ . Verificare che il triangolo  $MNP$  ha perimetro metà del triangolo  $ABC$ .