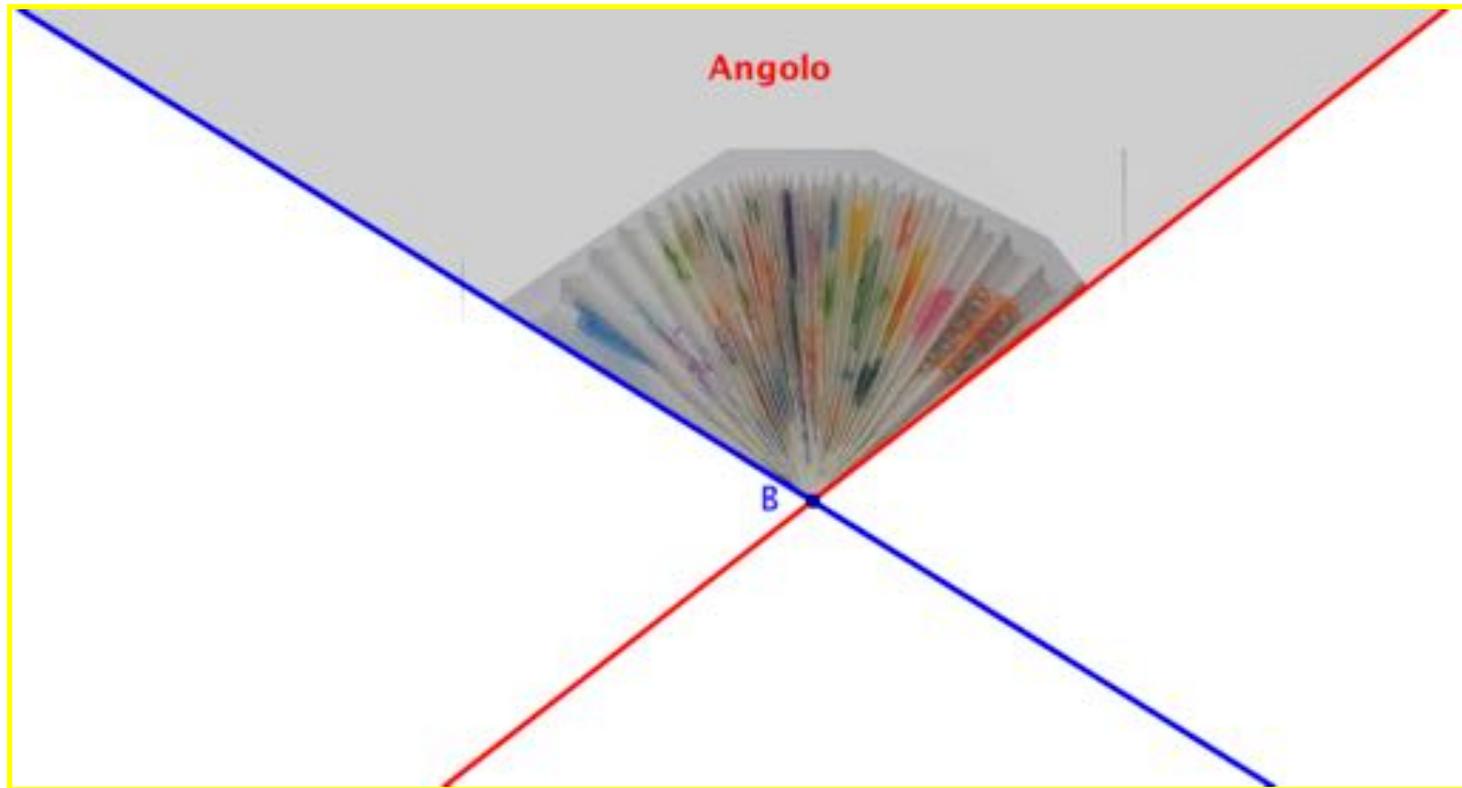


# Angoli nel piano e nello spazio

# Vedere nel piano angoli in movimento



# Angoli nella geometria del piano



Due rette secanti dividono il piano in quattro *angoli piani*, o, più in breve, quattro *angoli*

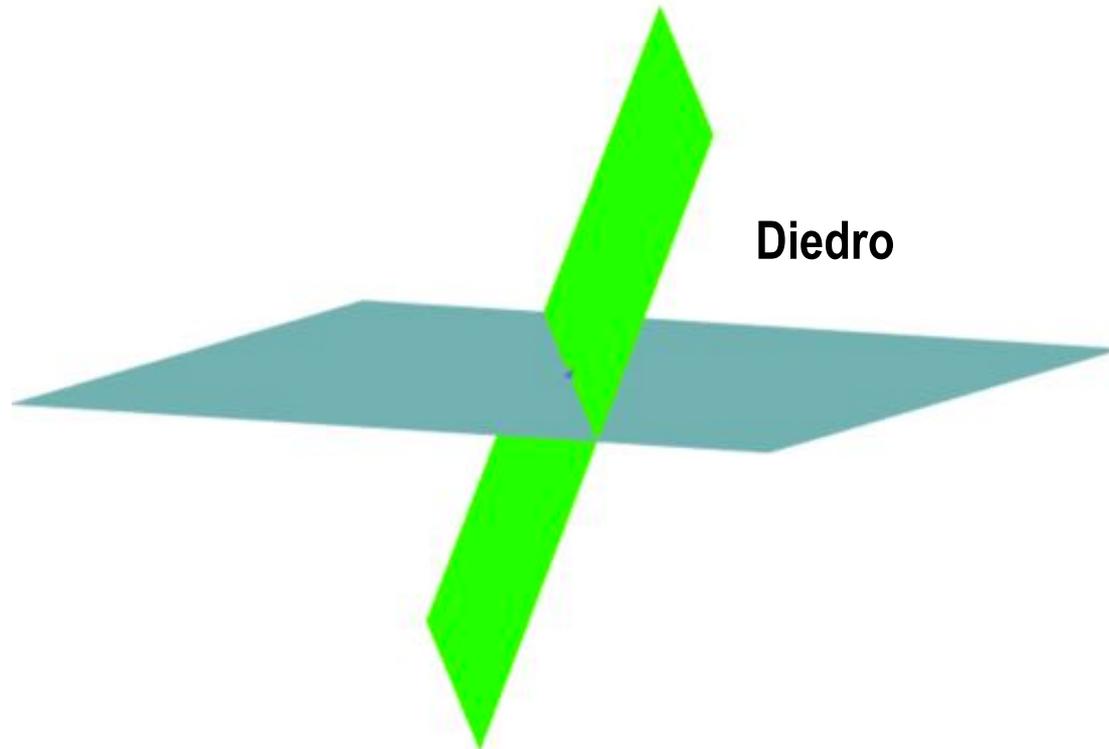


# Passo alla geometria dello spazio

# Vedere nello spazio angoli in movimento



# Diedri nella geometria dello spazio



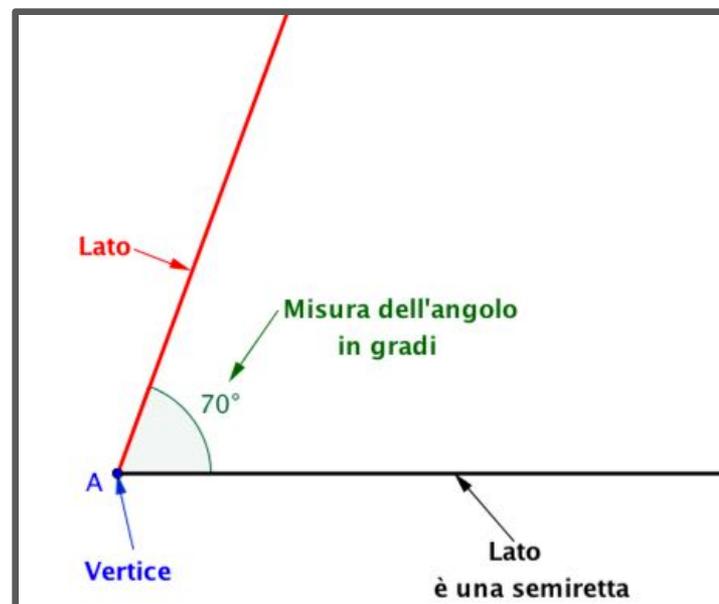
Due piani secanti dividono lo spazio in quattro *angoli diedri*, o, più in breve, in quattro *diedri*

# Angolo nel piano

Nella realtà



In geometria

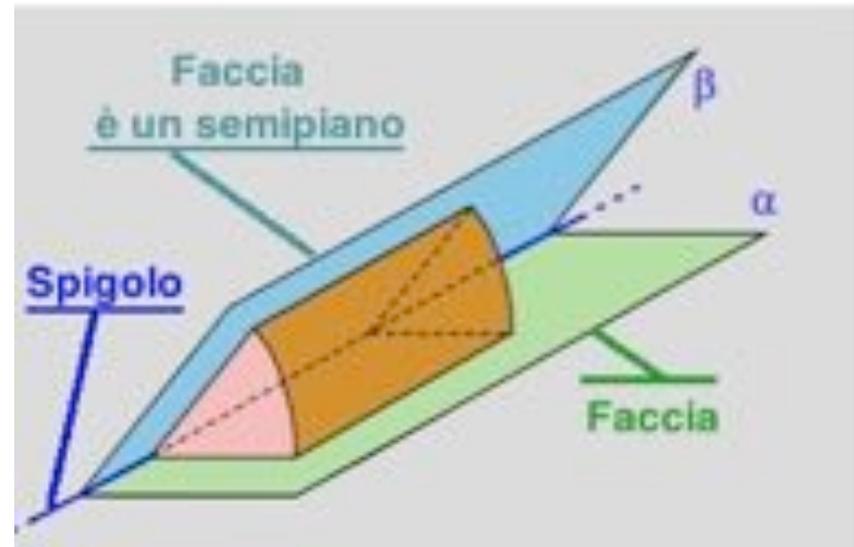


# Diedro nello spazio

Nella realtà



In geometria



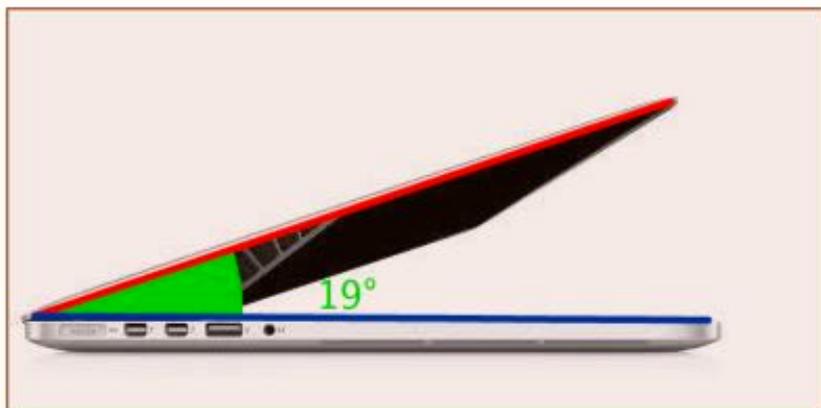
# Come misuro angolo nel piano? Video



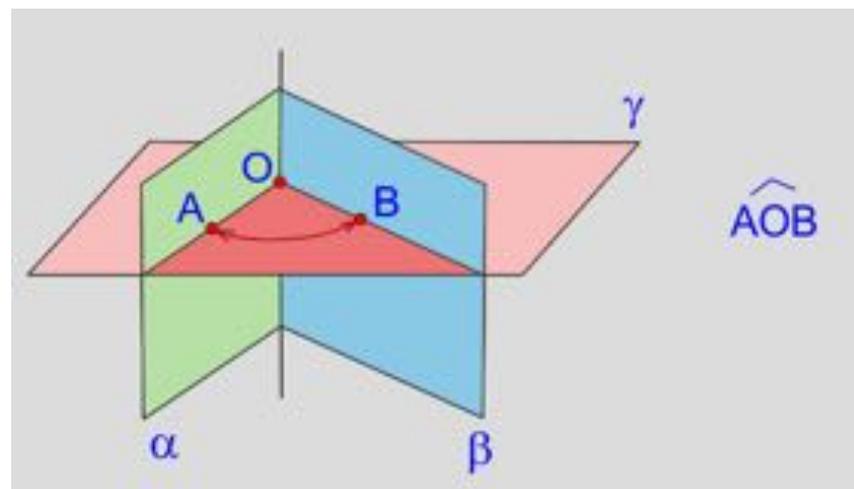
# Come misuro un diedro?

Seziono il diedro con un piano perpendicolare allo spigolo; così ottengo un angolo piano, che so misurare

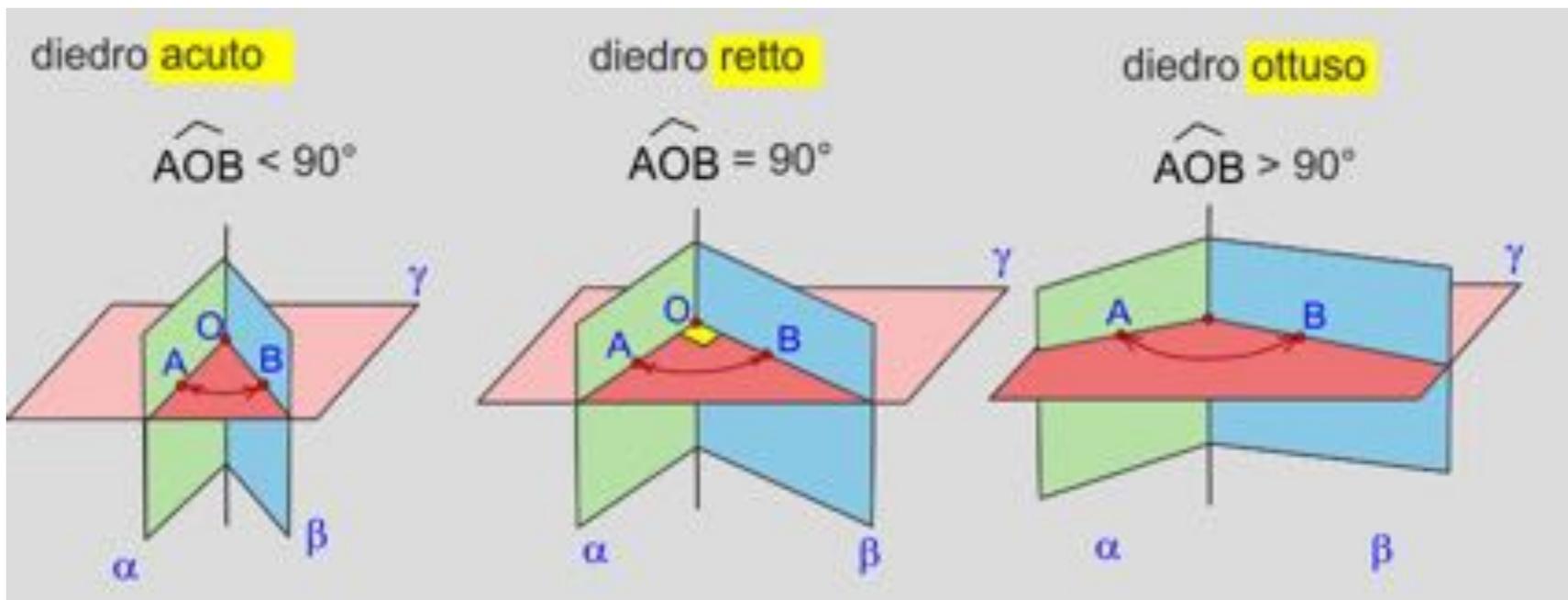
Nella realtà



In geometria

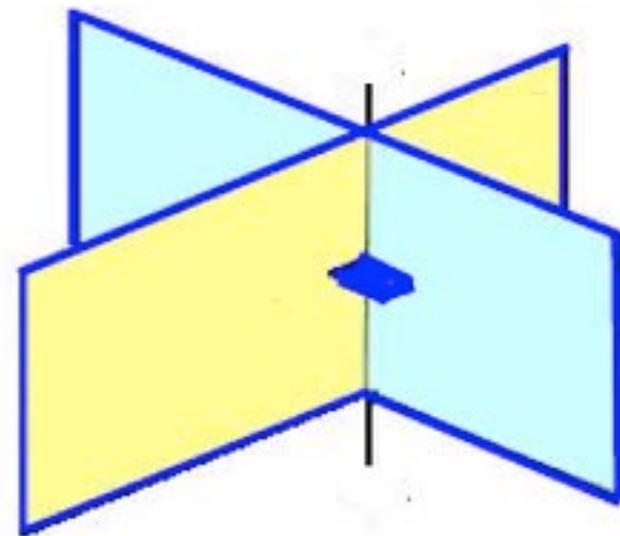
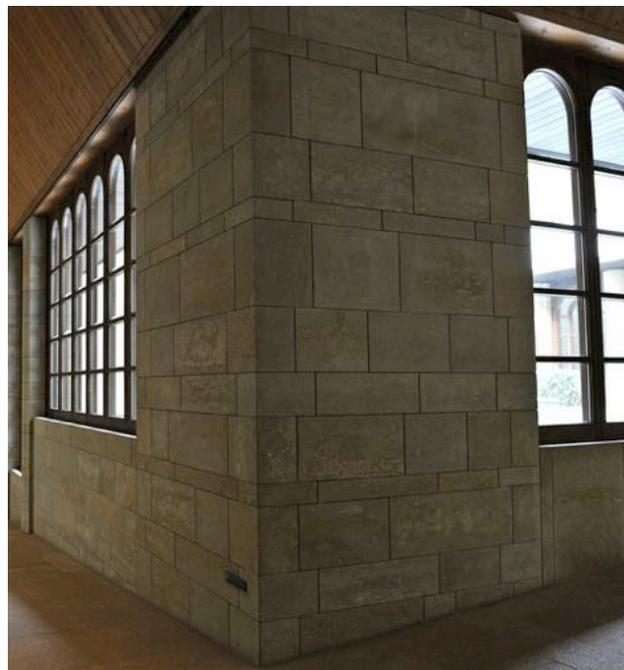


# Ampiezza di un diedro



# Piani perpendicolari

Sono perpendicolari due piani secanti che formano quattro diedri retti





# Attività

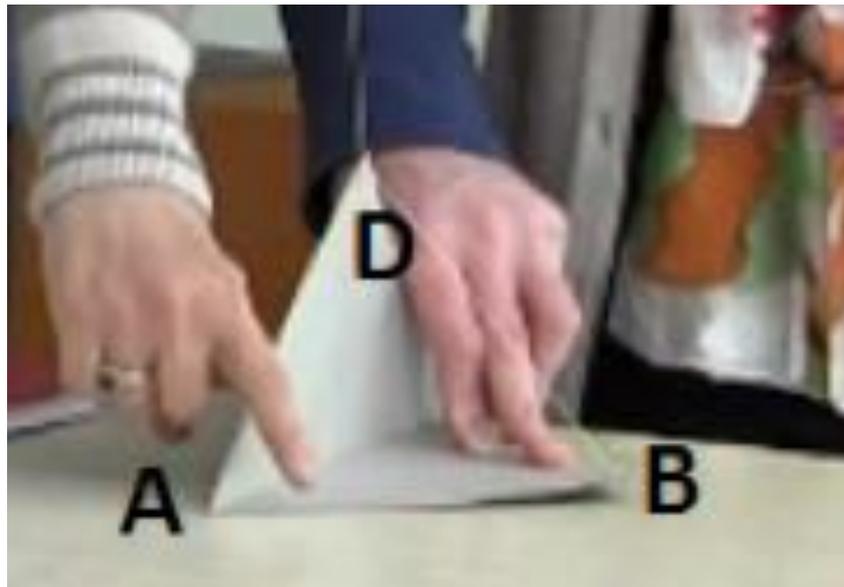
**Completa la scheda di lavoro per ‘vedere e toccare’ angoli nello spazio.**



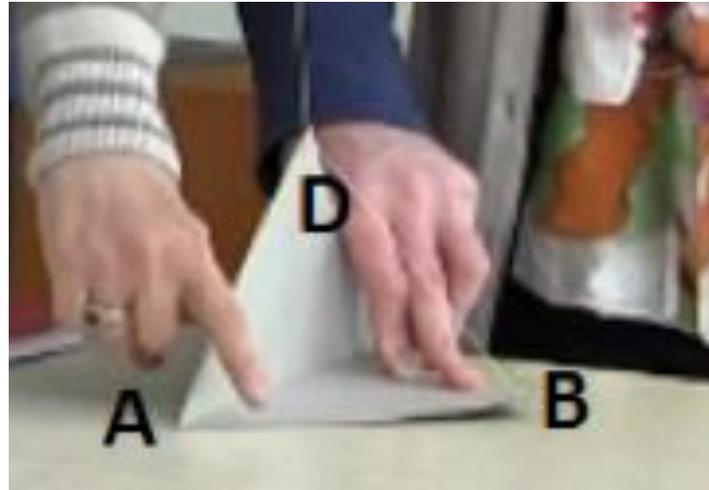
# **Che cosa hai ottenuto**

# La costruzione con cartoncino e spago

***ABCD** è un quadrato di cartoncino. Piega il quadrato lungo la diagonale **AC** e collega con uno spago il punto **D** al punto **B**, in modo da mantenere perpendicolari i piani dei triangoli **ABC** e **CDA**.*



# I quesiti



- a. Misura il lato del quadrato e lo spago; che cosa trovi?  
Che lo spago è lungo quanto il lato del quadrato
- b. Quanto misura l'angolo fra AD e AB?  $60^\circ$

# La dimostrazione

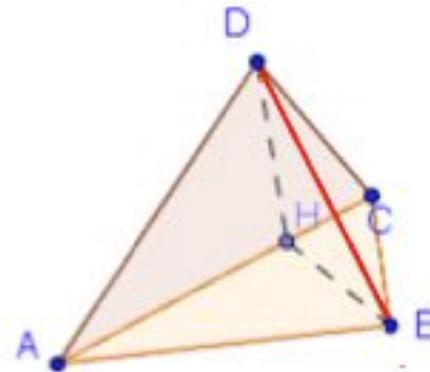
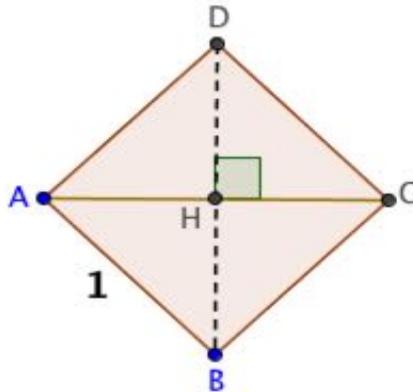
Nel quadrato ABCD, DH è metà della diagonale, perciò

$$DH = HB = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

DB è l'ipotenusa del triangolo DHB, rettangolo in H; applico il teorema di Pitagora e trovo

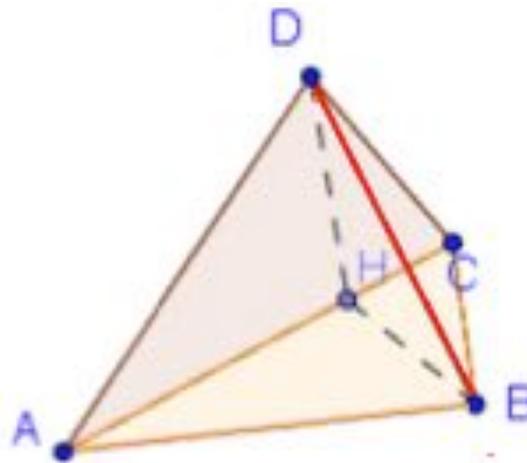
$$DB = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1 = AB = AD$$

Così ho dimostrato che il triangolo ABD è equilatero, perciò  $\angle DAB = 60^\circ$ .



# Angolo fra due rette nello spazio

Il problema ha condotto a misurare l'angolo fra due rette nello spazio in un primo caso particolare: le due AD e AB sono secanti e perciò complanari.



Ma in geometria dello spazio si valutano anche gli angoli fra due rette sghembe.

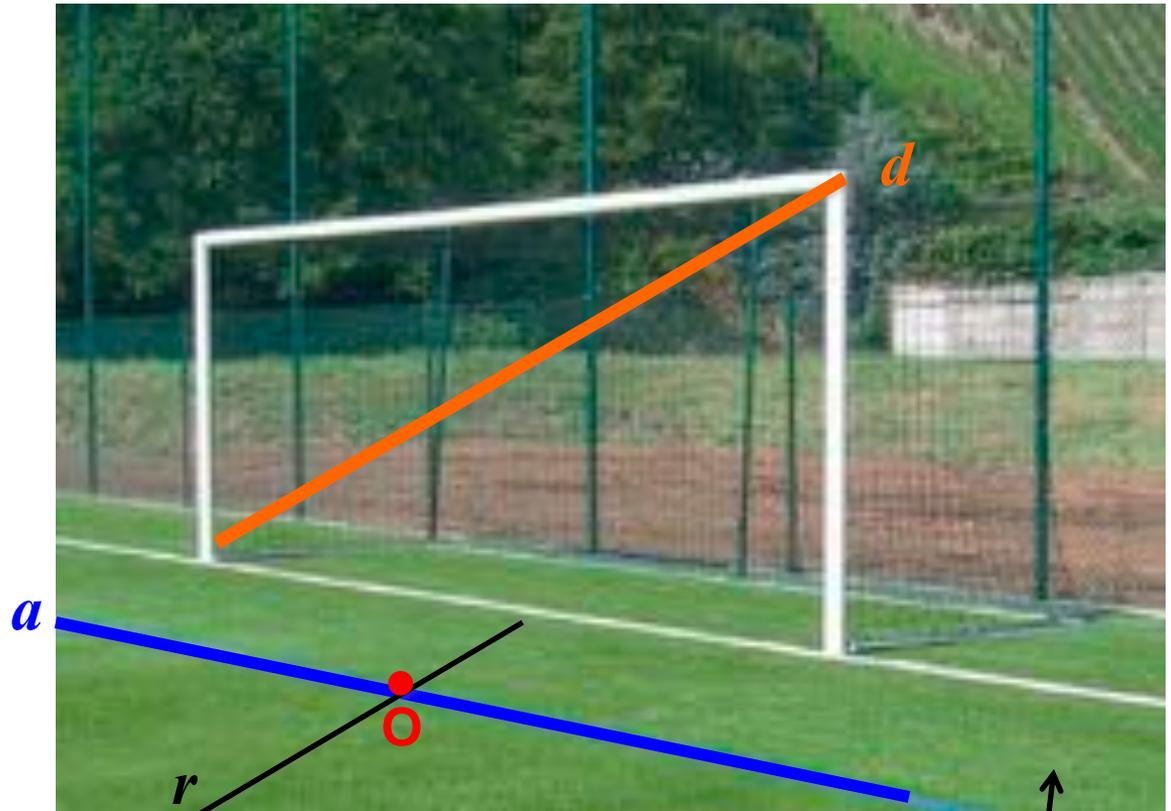
# Angoli fra due rette sghembe

$a$  e  $d$  sghembe.  
NON giacciono  
sullo stesso piano

$O$  punto della  
retta  $a$

$d$ ,  $r$  parallele

Valuto gli angoli formati da  $a$  ed  $r$  come  
angoli formati dalle due rette sghembe  $a$  e  $d$



piano

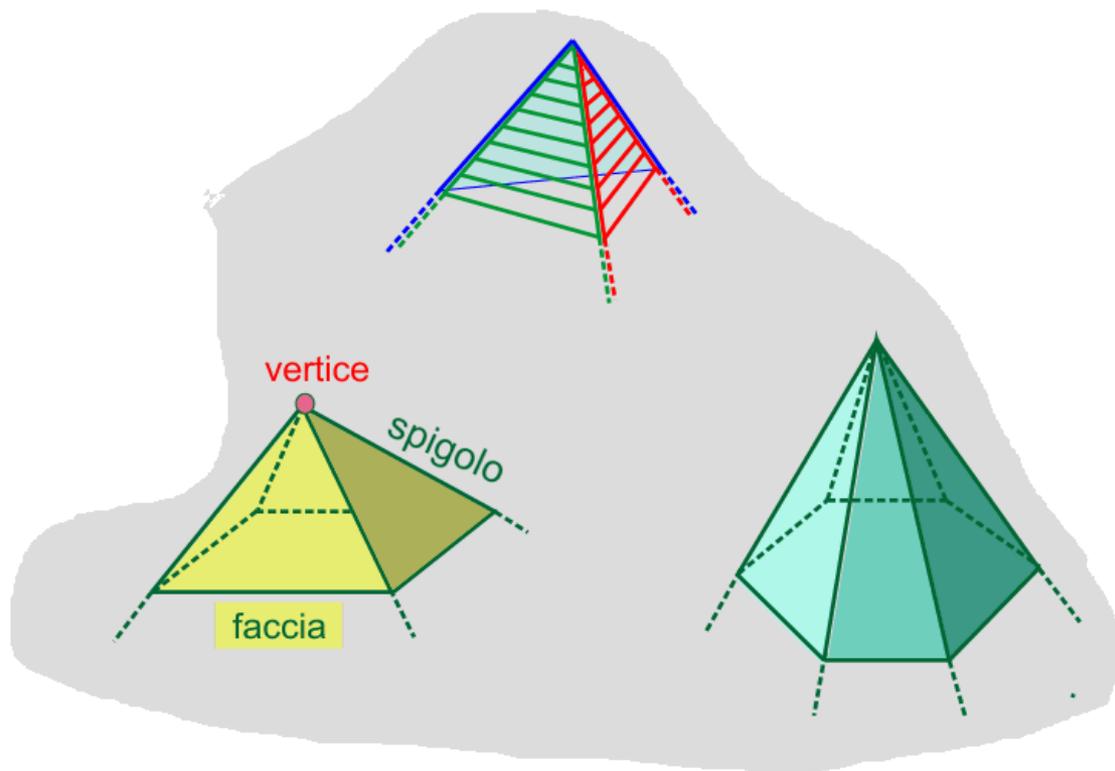


# Angoloidi nello spazio

# Dal diedro all'angoloide



# Angoloide

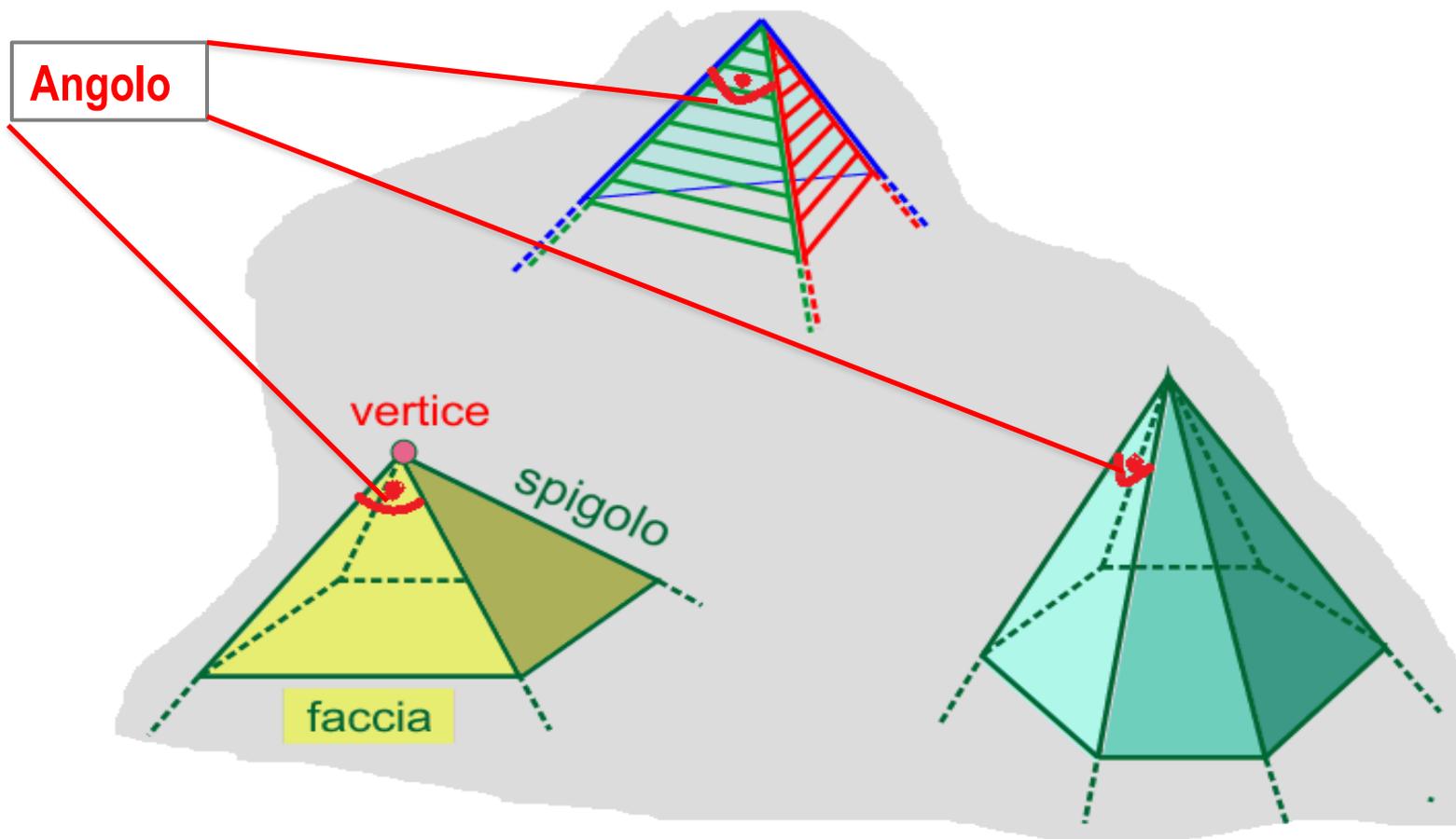


**E' lo spazio compreso tra due o più rette che passano per uno stesso punto e non sono complanari**

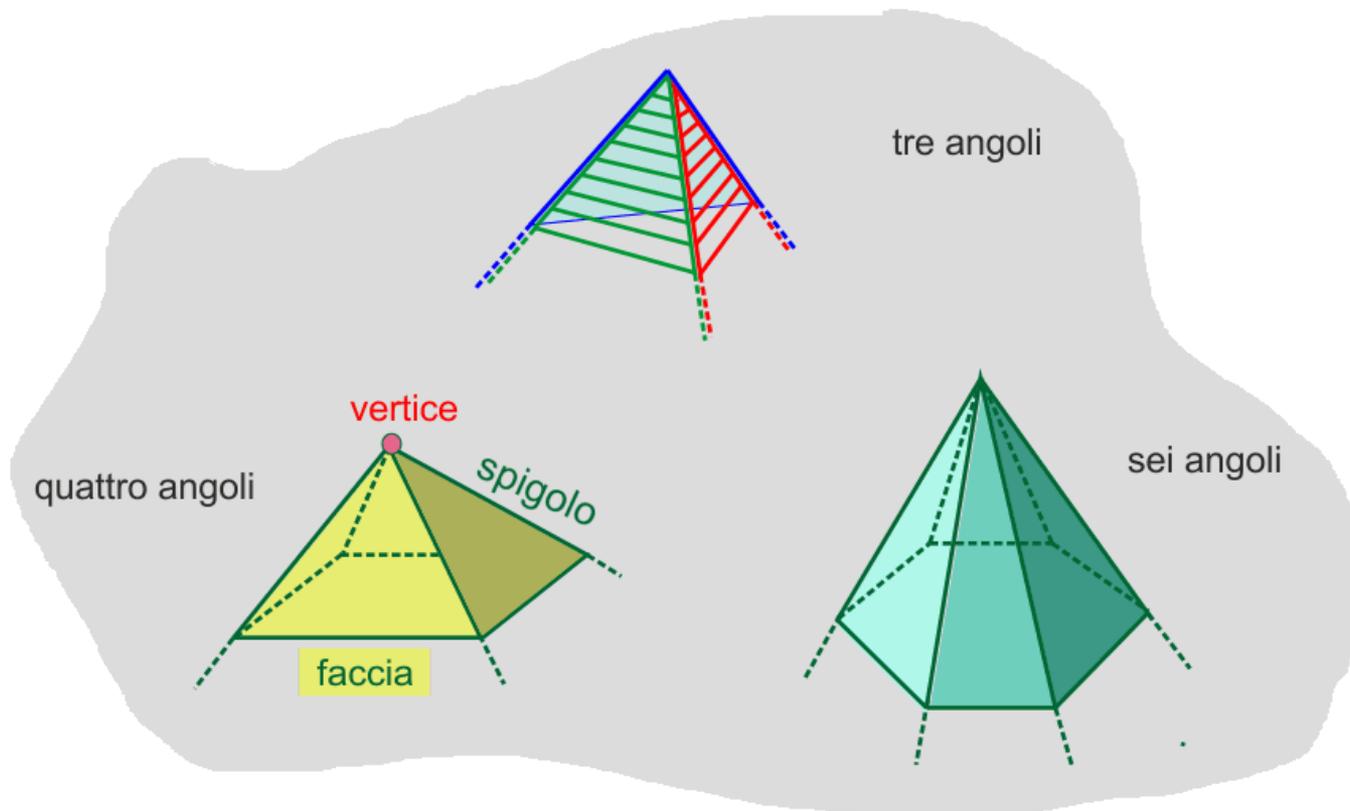


# **Analizziamo un'importante proprietà degli angoloidi**

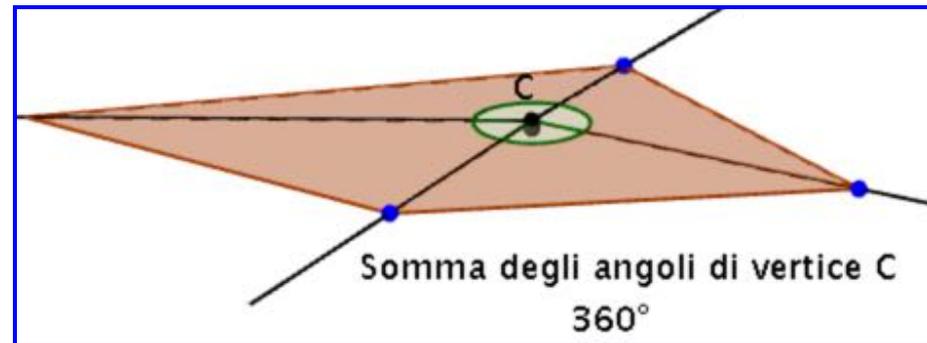
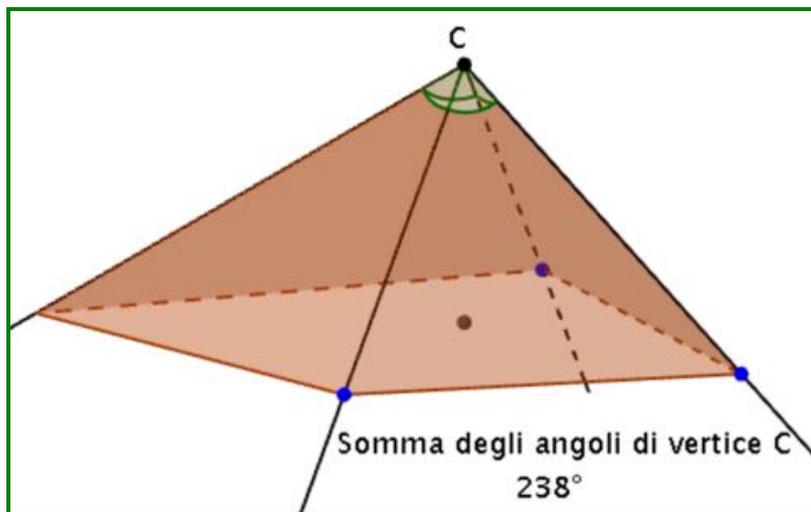
# Una faccia di un angoloide è un angolo



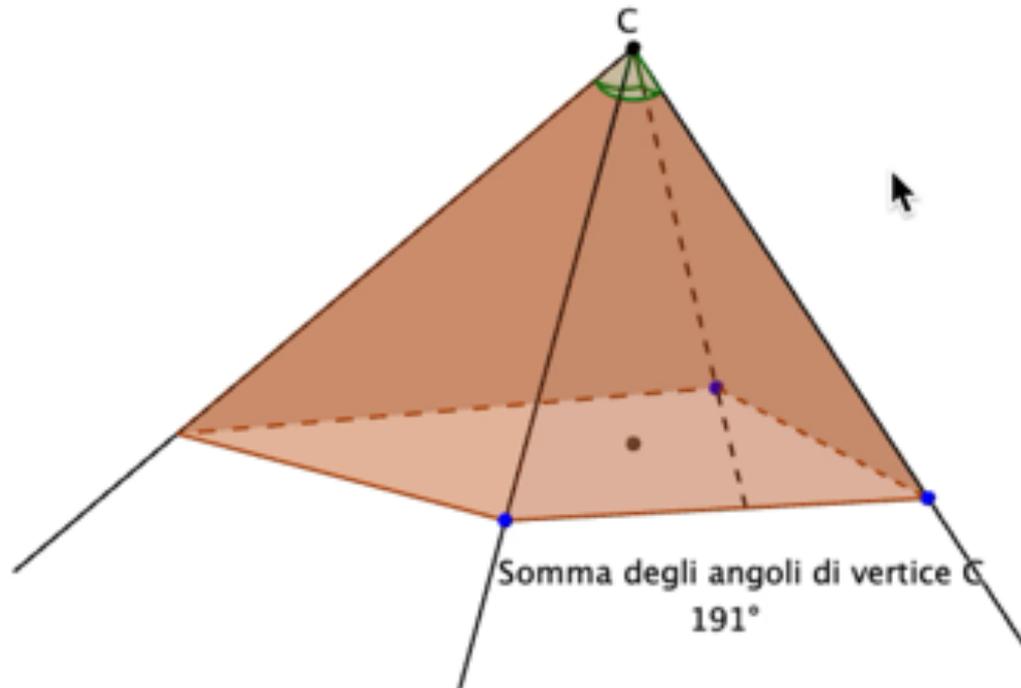
# La somma degli angoli



# Osserva due figure



# Osserva un'animazione



# ... oppure costruisci un modello

Prendi una tavoletta di legno, fissa in quattro punti non allineati gli estremi di quattro elastici; lega insieme gli altri quattro estremi degli elastici, così trovi il vertice  $V$ .

Solleva  $V$  e noti che diminuisce la somma degli angoli che concorrono in  $V$ .

Abbassa  $V$  fino al piano di base e la somma degli angoli vale  $360^\circ$  ma ... hai ottenuto figura piana.

**Cosa concludi?**

**La somma delle facce vale sempre  $360^\circ$  .**

