

Scheda di approfondimento. Teorema delle tre perpendicolari

A. Dimostrazione del teorema delle tre perpendicolari

- Enunciato del teorema

- *Ipotesi*

- La retta PH è perpendicolare al piano α ;
- t è una qualunque retta del piano α ;
- HK è perpendicolare alla retta t .

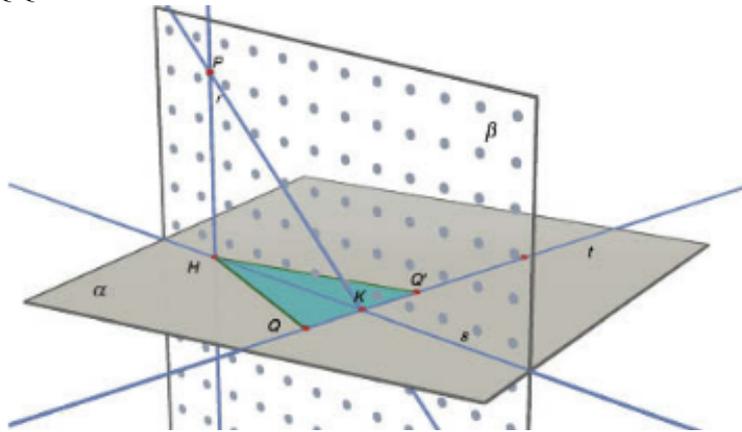
- *Tesi da dimostrare*

PK è perpendicolare alla retta t .

- Completa il seguente procedimento

I. Costruisci sulla retta t un punto Q , diverso da K , e il suo simmetrico Q' rispetto a K

Il triangolo HQQ' è Perciò HQ è congruente a



II. Disegna i triangoli PHQ e PHQ'

I due triangoli

- hanno l'angolo in H perché

.....

- il lato PH

- HQ congruente a

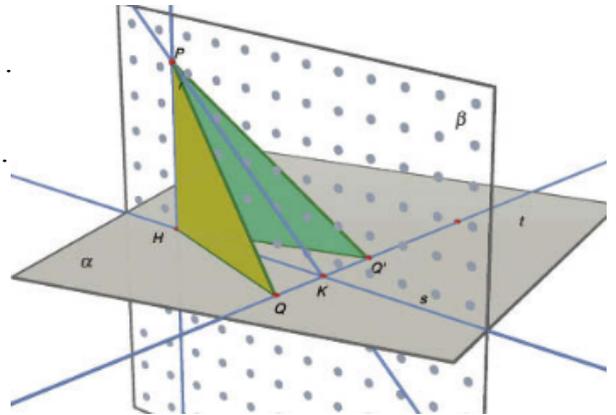
Perciò i due triangoli sono

Quindi PQ è congruente a

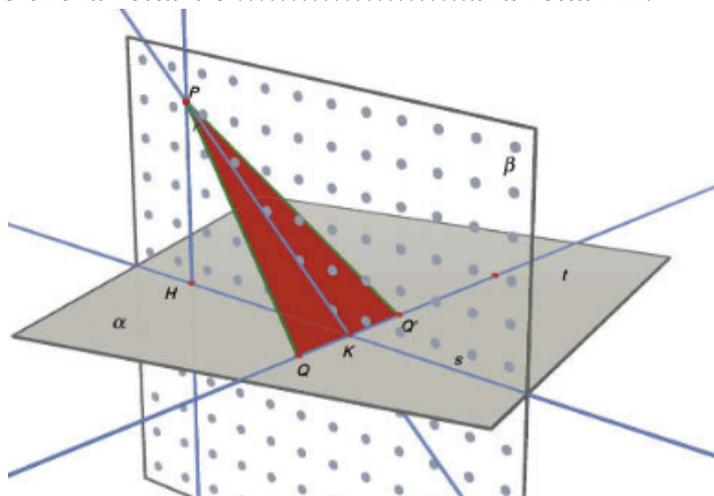
III. Infine costruisci il triangolo PQQ' .

Questo triangolo è

perciò la mediana PK è anche



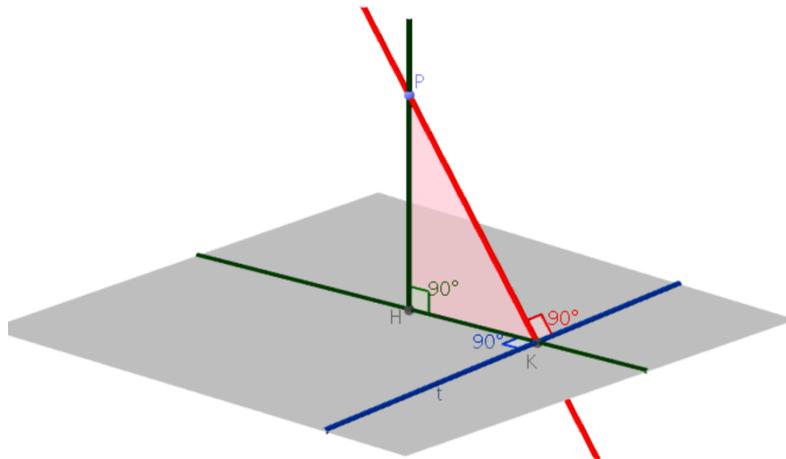
Così hai dimostrato che la retta t è alla retta PK .



B. Problemi

1. Il seguente teorema è una diretta conseguenza del teorema delle tre perpendicolari

- Enunciato del teorema
 - *Ipotesi*
 - La retta PH è perpendicolare al piano α ;
 - t è una qualunque retta del piano α ;
 - HK è perpendicolare alla retta t .
 - *Tesi* da dimostrare
 - La retta t è perpendicolare al piano PHK.
- Osserva la figura e completa la dimostrazione.*



- La retta t è perpendicolare al piano PK se è perpendicolare a due rette del
- Le due rette sono: e

2. ABC è un triangolo rettangolo in A, r la retta perpendicolare in B al piano del triangolo e P un punto di r distinto da B. Dimostrare che sono rettangoli i tre triangoli PAB, PBC, PCA.

Osserva la figura e completa il procedimento qui sotto.

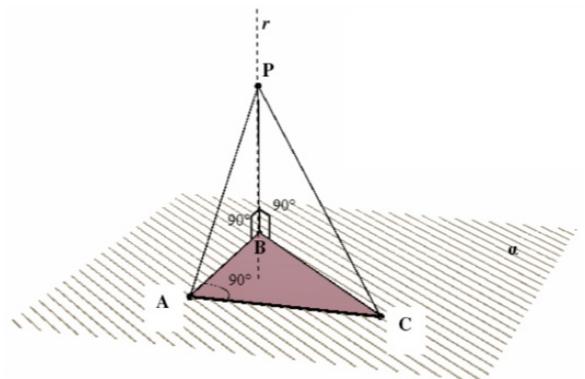
So che:

- ABC è rettangolo in A;
- il piano α contiene il triangolo ABC;
- la retta r è perpendicolare al piano α ;
- P è un punto della retta r distinto da B.

Debbo dimostrare che sono rettangoli i tre triangoli:

PAB, PBC, PCA

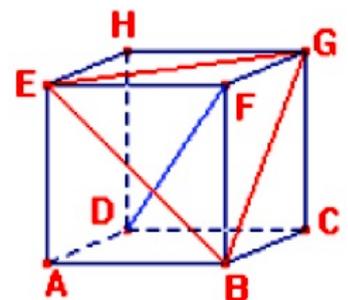
I. I due triangoli P B A e P B C sono rettangoli in B perché



II. La retta AC è perpendicolare al piano PAB, per

III. La retta AC, dato che è perpendicolare al piano PAB, è perpendicolare in particolare alla retta, perciò è retto l'angolo

3. Dimostra che la diagonale DF del cubo è perpendicolare al triangolo EGB (vedi figura a fianco).



4. Si provi che, nello spazio ordinario a tre dimensioni, il luogo geometrico dei punti equidistanti dai tre vertici di un triangolo rettangolo è la retta perpendicolare al piano del triangolo passante per il punto medio dell'ipotenusa.